

TU ILMENAU

Automatisierungstechnik

Prof. Dr. Yuri A.W. Schardt

04.01.2024

Übersetzt von Herrn Carsten Gatermann

Version 4.0.de

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Vorwort

Dieses Buch fokussiert sich auf die Darstellung von Grundlagen der Automatisierungstechnik in einer Welt, die immer stärker auf eine Entwicklung und Implementierung von Automatisierungssystemen ausgerichtet ist. Ziel ist es, den Leser mit grundsätzlichen Prinzipien und Komponenten der Automatisierungstechnik vertraut zu machen und aufzuzeigen, wie diese Prinzipien in der Industrie kombiniert und implementiert werden können. Dabei liegt der Fokus im realen Leben auf der Bereitstellung von sicheren, ökonomischen und effizienten Systemen. Die Anwendungen erstrecken sich über ein weites Feld, wie unter anderem elektrische, mechanische oder chemische Systeme.

Am Ende jedes Kapitels sind Verständnisfragen platziert, die das Verständnis des Lesers für die gegebenen Inhalte vertiefen sollen. Zudem wird hier der Raum für vertiefende Inhalte geschaffen.

Zur Unterscheidung zwischen normalem Text und Maschinensymbolik wird die Schriftart „Courier New“ für computerbasierte Symbole verwendet.

Dieses Buch ist als kursbegleitendes Material für eine Vorlesung über Automatisierungstechnik auf Bachelor-Niveau konzipiert. Es ist möglich, verschiedene Lesarten einer solchen Vorlesung bereitzustellen, je nachdem welche Interessensgebiete dem Fachgebiet zugrunde liegen.

Dateien zum Buch, genauso wie weiterführendes Material können von der Webseite des Buchs (*Link einfügen*) heruntergeladen werden.

Die Autoren bedanken sich bei Ying Deng und M.P. für ihre Hilfe bei der Vorbereitung einiger Materialien, die in diesem Buch Verwendung gefunden haben. Weiterhin gilt der Dank Herrn Nelu Sprater für sein detailliertes Studieren und Korrigieren der Übersetzung des Buchs. Schließlich bedanken sich die Autoren bei allen Studierenden des Moduls AT.215 Automatisierungstechnik für die vielen hilfreichen Korrekturvorschläge für den Text.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	i
Kapitel 1 : Einführung in die Automatisierungstechnik	16
Abschnitt 1.1 : Geschichte der Automatisierungstechnik	16
Abschnitt 1.2 : Schlüsselkonzepte der Automatisierungstechnik	20
Abschnitt 1.3 : Automatisierungstechnik-Rahmen	24
Abschnitt 1.4 : Die Automatisierungspyramide	25
Abschnitt 1.5 : Aufgaben zum Kapitel	27
Abschnitt 1.5.1 : Grundlagen	27
Abschnitt 1.5.2 : Übungsaufgaben	28
Kapitel 2 : Instrumentierung und Signale	30
Abschnitt 2.1 : Arten von Signalen	30
Abschnitt 2.2 : Sensoren	33
Abschnitt 2.2.1 : Drucksensoren	36
Abschnitt 2.2.2 : Flüssigkeitsstandsensoren	37
Abschnitt 2.2.3 : Durchflussmessgeräte	39
Abschnitt 2.2.4 : Temperatursensoren	41
Abschnitt 2.2.5 : Messgeräte zur Bestimmung von Konzentration, Dichte, Feuchtigkeit und anderen physikalischen Größen	42
Abschnitt 2.3 : Aktoren	42
Abschnitt 2.3.1 : Ventile	43
Abschnitt 2.3.2 : Pumpen	49
Abschnitt 2.3.3 : Stromändernde Geräte	51
Abschnitt 2.4 : Speicherprogrammierbare Steuerung (SPS)	52
Abschnitt 2.5 : Kommunikationsgeräte	57
Abschnitt 2.6 : Aufgaben zum Kapitel	58
Abschnitt 2.6.1 : Grundlagen	58
Abschnitt 2.6.2 : Übungsaufgaben	60
Kapitel 3 : Mathematische Darstellung eines Prozesses	62

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 3.1 : Laplace- und z -Transformation	62
Abschnitt 3.1.1 : Laplace-Transformation	62
Abschnitt 3.1.2 : Z -Transformation	67
Abschnitt 3.2 : Zeit- und frequenzbasierte Modelle	71
Abschnitt 3.2.1 : Beschreibung im Zeit- bzw. Frequenzbereich	72
Abschnitt 3.2.2 : Umrechnung zwischen Darstellungen	74
Abschnitt 3.2.3 : Zeitdiskrete Modelle	77
Abschnitt 3.2.4 : Umwandlung zwischen zeitdiskreten und kontinuierlichen Modellen	79
Abschnitt 3.2.5 : Impulsantwortmodell	80
Abschnitt 3.2.6 : Kompaktes Zustandsraummodell	81
Abschnitt 3.3 : Prozessanalyse	82
Abschnitt 3.3.1 : Frequenzbereichsanalyse	87
Abschnitt 3.3.2 : Stabilität	90
Abschnitt 3.3.3 : Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit	101
Abschnitt 3.3.4 : Analyse besonderer Übertragungsfunktionen	103
Abschnitt 3.4 : Ereignisbasierte Repräsentationen	126
Abschnitt 3.5 : Aufgaben zum Kapitel	137
Abschnitt 3.5.1 : Grundlagen	137
Abschnitt 3.5.2 : Übungsaufgaben	138
Abschnitt 3.5.3 : Computergestützte Aufgaben	142
Kapitel 4 : Schematische Darstellung eines Prozesses	143
Abschnitt 4.1 : Blockdiagramme	143
Abschnitt 4.2 : Verfahrensfließschemata	146
Abschnitt 4.3 : Rohrleitungs- und Instrumentierungsdiagramm (R&ID)	147
Abschnitt 4.3.1 : Symbole für R&ID-Komponenten gemäß DIN EN 62424	148
Abschnitt 4.3.2 : Verbindungen und Rohrleitungen in R&IDs	151
Abschnitt 4.3.3 : Beschriftungen in R&IDs	151
Abschnitt 4.4 : Elektrische und logische Schaltkreisdiagramme	156
Abschnitt 4.5 : Aufgaben zum Kapitel	158
Abschnitt 4.5.1 : Grundlagen	158
Abschnitt 4.5.2 : Übungsaufgaben	159

Abschnitt 4.5.3 : Computergestützte Aufgaben	165
Kapitel 5 : Regelungstechnik und Automatisierungsstrategien	166
Abschnitt 5.1 : Steuerung und Regelung	167
Abschnitt 5.1.1 : Steuerung	167
Abschnitt 5.1.2 : Regelung	169
Abschnitt 5.2 : Regelung mit Vorsteuerung	191
Abschnitt 5.3 : Diskrete, ereignisbasierte Regelung	195
Abschnitt 5.4 : Überwachungssteuerung	196
Abschnitt 5.4.1 : Kaskadenregelung	197
Abschnitt 5.4.2 : Modellprädiktive Regelung	198
Abschnitt 5.5 : Erweiterte Prozesskontrollstrategien	204
Abschnitt 5.5.1 : Smith-Prädiktor	204
Abschnitt 5.5.2 : Weitbereichsregelung und arbeitspunktabhängige Verstärkungseinstellung	205
Abschnitt 5.5.3 : Quadratische Regelung	206
Abschnitt 5.5.4 : Ratio Control	206
Abschnitt 5.5.5 : Input-Position Control	207
Abschnitt 5.5.6 : Charakterisierung von Nichtlinearitäten	208
Abschnitt 5.5.7 : Bumpless Transfer	209
Abschnitt 5.6 : Aufgaben zum Kapitel	209
Abschnitt 5.6.1 : Grundlagen	209
Abschnitt 5.6.2 : Übungsaufgaben	211
Kapitel 6 : Boolesche Algebra	215
Abschnitt 6.1 : Boolesche Operatoren	215
Abschnitt 6.2 : Boolesche Axiome und Sätze	216
Abschnitt 6.3 : Boolesche Funktionen	217
Abschnitt 6.3.1 : Disjunktive Normalform (DNF) und Minterme	218
Abschnitt 6.3.2 : Konjunktive Normalform (KNF) und Maxterme	220
Abschnitt 6.3.3 : Don't-Care-Werte	222
Abschnitt 6.3.4 : Dualität	223
Abschnitt 6.4 : Minimierung einer Booleschen Funktion	223

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 6.4.1 : Karnaugh-Veitch-Diagramme	224
Abschnitt 6.5 : Aufgaben zum Kapitel	229
Abschnitt 6.5.1 : Grundlagen	230
Abschnitt 6.5.2 : Übungsaufgaben	231
Kapitel 7 : SPS-Programmierung	233
Abschnitt 7.1 : Die gemeinsame IEC-Hierarchie	233
Abschnitt 7.2 : Variablentypen	235
Abschnitt 7.3 : Variablen, Datentypen und andere gebräuchliche Elemente	237
Abschnitt 7.3.1 : Einfache Elemente	237
Abschnitt 7.3.2 : Variablen	247
Abschnitt 7.3.3 : Datentypen	248
Abschnitt 7.4 : Kontaktplan (KP)	251
Abschnitt 7.4.1 : Komponenten eines Kontaktplans	252
Abschnitt 7.4.2 : Funktionen und Kontaktplan	254
Abschnitt 7.4.3 : Beispiele für die Nutzung des Kontaktplans	255
Abschnitt 7.4.4 : Bemerkungen	257
Abschnitt 7.5 : Anweisungsliste (AL)	258
Abschnitt 7.5.1 : Universeller Akkumulator	258
Abschnitt 7.5.2 : Operatoren	259
Abschnitt 7.5.3 : Funktionen in Anweisungsliste	261
Abschnitt 7.5.4 : Aufruf von Funktionsbausteinen in Anweisungsliste	261
Abschnitt 7.5.5 : Beispiele	262
Abschnitt 7.5.6 : Bemerkungen	264
Abschnitt 7.6 : Funktionsbausteinsprache (FB)	264
Abschnitt 7.6.1 : Bausteine für die Funktionsbausteinsprache	264
Abschnitt 7.6.2 : Rückführungen in Funktionsbausteinsprache	267
Abschnitt 7.6.3 : Beispiel	267
Abschnitt 7.6.4 : Bemerkungen	268
Abschnitt 7.7 : Strukturierter Text (ST)	268
Abschnitt 7.7.1 : Übliche Befehle in Strukturierem Text	268
Abschnitt 7.7.2 : Operatoren in Strukturierem Text	271

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 7.7.3 : Aufruf von Funktionsbausteinen in Strukturiertem Text	271
Abschnitt 7.7.4 : Beispiel	272
Abschnitt 7.7.5 : Bemerkungen	274
Abschnitt 7.8 : Ablaufsprache (AS)	274
Abschnitt 7.8.1 : Schritte und Übergänge	274
Abschnitt 7.8.2 : Aktionsblöcke	277
Abschnitt 7.8.3 : Ablaufketten	278
Abschnitt 7.8.4 : Beispiel	280
Abschnitt 7.8.5 : Validierung von Ablaufketten	282
Abschnitt 7.9 : Aufgaben zum Kapitel	286
Abschnitt 7.9.1 : Grundlagen	286
Abschnitt 7.9.2 : Übungsaufgaben	287
Abschnitt 7.9.3 : Rechnergestützte Aufgaben	292
Kapitel 8 : Sicherheit in der Automatisierungsindustrie	293
Abschnitt 8.1 : Sicherheit im physischen System	293
Abschnitt 8.1.1 : Quantifizierung von Risiken und Sicherheitsintegritätslevel	296
Abschnitt 8.2 : Sicherheitsregularien	297
Abschnitt 8.3 : Digitale Sicherheit	299
Abschnitt 8.4 : Aufgaben zum Kapitel	299
Abschnitt 8.4.1 : Grundlagen	300
Abschnitt 8.4.2 : Übungsaufgaben	301
Kapitel 9 : English-German and German-English Glossary	303
Abschnitt 9.1 : English-German Glossary	303
Abschnitt 9.2 : German-English Glossary	315
Literatur	316
Anhang I : Partial Fractioning	317

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Automatisierungstechnik in der Zeit der alten Griechen: (links) Heronsball (Dampfmaschine) and (rechts) automatisierte Anlage zur Öffnung von Tempeltoren	18
Abbildung 2: Wattleger (a: Flugball, b: Arme, c: Spindel, d: Muffe, e: Kugelkopfkurbel und f: Drosselklappe)	19
Abbildung 3: System in der Automatisierungstechnik	21
Abbildung 4: Allgemeine Struktur eines automatisierten Systems	24
Abbildung 5: Beschreibung der Komponenten der Automatisierungspyramide	27
Abbildung 6: Impulsdigramm für zwei binäre Signale A und B	31
Abbildung 7: Kontinuierliche und diskrete Signale	32
Abbildung 8: Analog-/Digitalwandlung	32
Abbildung 9: Typische Kalibrierungskurve	35
Abbildung 10: Messaufbau für Drucksensoren: (a) Messung des Differenzdrucks und (b) Messung des absoluten Drucks (a: Flexible Membran, P_a : Umgebungsdruck, P_f : fixierter Druck und P_m : zu messender Druck)	37
Abbildung 11: Drucksensor auf Basis eines Hochdruckwandlers (a: Messdiaphragma, b: Dehnungsmessstreifen, c: Referenzöffnung zur Atmosphäre, d: Lehdornblende und e: Bereich für Temperaturkompensationswiderstände und interne elektronische Verstärker)	37
Abbildung 12: Füllstandsmessung und -regelung mithilfe eines Schwimmers (a: Auslösehebel, b: Nachfüllrohr, c: Schwimmer, d: Überlaufrohr, e: Kugelhahn, f: Hebekette und g: Spülventil)	38
Abbildung 13: Venturirohr (a: Referenzlinie, b: U-Rohr-Manometer, c: Manometrische Flüssigkeit, d: Einfluss, e: Ausfluss, f: Hauptrohr, g: verjüngender Bereich, h: Engstelle, i: öffnender Bereich, D_1 : Durchmesser Hauptrohr, D_2 : Durchmesser Engstelle, Z_1 : Referenzhöhe 1, Z_2 : Referenzhöhe 2 und h : Höhendifferenz im Manometer)	40
Abbildung 14: Thermolement (a: Metall 1, b: Metall 2, c: Messstelle, d: Vergleichsstelle, T_1 : Messtemperatur, T_2 : Vergleichstemperatur und V: Voltmeter)	41
Abbildung 15: Pneumatisches Regelventil (luftschließend) (a: Luftzufuhr, b: mechanischer Abstandshalter, c: Diaphragma, d: obere Kammer, e: untere Kammer, f: Feder, g:	

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Gehäuse, h: lokaler Positoinanzeiger, i: Stempel, j: Durchflussrichtung und k: Messwandler)	45
Abbildung 16: Inhärente Ventilkennlinie	48
Abbildung 17: Phasendiagramm typischen Ventilverhaltens für Ventil mit Reibung (nach (Shoukat Choudhury, Thornhill, & Shah, 2005)). Die Pfeile verdeutlichen die Richtung, in die die Werte verändert wurden.	48
Abbildung 18: Zentrifugalpumpe (a: Einfluss, b: Propeller, c: Welle und d: Ausfluss)	49
Abbildung 19: Verdrängerpumpe (a: Einfluss, b: Packung, c: Pleuelstange, d: Stopfbuchspackung, e: Auskleidung, f: Kolben, g: Arbeitsfluid, h: Ventil, and i: Ausfluss)	50
Abbildung 20: Typische Pumpenkennlinie einer Zentrifugalpumpe	51
Abbildung 21: Aufbau einer SPS	54
Abbildung 22: Unterbrechbare und nichtunterbrechbare Aufgabe	56
Abbildung 23: Bestimmung der Einschwingzeit	84
Abbildung 24: Bodediagramm: Amplituden- und Phasengang	89
Abbildung 25: Beispiel für eine Nyquist-Ortskurve (zum Bodediagramm in Abbildung 24)	89
Abbildung 26: Bodediagramm für Stabilitätsanalyse im geschlossenen Regelkreis	100
Abbildung 27: Stabilitätsanalyse des geschlossenen Regelkreises mithilfe des Bodediagramms	101
Abbildung 28: Stabilitätsanalyse des geschlossenen Regelkreises mithilfe der Nyquist-Ortskurve	101
Abbildung 29: Antwort eines Integrators $1/s$ auf einen Einheitssprung am Eingang	105
Abbildung 30: Bodediagramm für einen Integrator	105
Abbildung 31: Bodediagramme für ein Lead-Glied – obere Zeile: $K > 0$, untere Zeile: $K < 0$; links: $\tau_L > 0$ und rechts: $\tau_L < 0$	107
Abbildung 32: Sprungantwort eines stabilen Systems erster Ordnung (mit Totzeit)	110
Abbildung 33: Bodediagramme für ein System erster Ordnung – obere Zeile: $K > 0$, untere Zeile: $K < 0$; links: $\tau_p > 0$ und rechts: $\tau_p < 0$	111
Abbildung 34: System zweiter Ordnung im gedämpften Fall	113
Abbildung 35: Sprungantwort eines kritisch gedämpften Systems ($\zeta = 1$, $\tau_p = 10$ und $K = 1$)	114
Abbildung 36: Sprungantwort eines überdämpften Systems ($\zeta = 2$, $\tau_p = 5$ und $K = 1$)	115

Abbildung 37: Bodediagramme für $\tau_p = 5$ – oben: $\zeta = 0,5$, Mitte: $\zeta = 1$, unten: $\zeta = 2$; links: $K = 1$ und rechts: $K = -1$	118
Abbildung 38: Sprungantwort eines Systems zweiter Ordnung mit inverser Antwort ($\tau_L = -25$, $\zeta = 5/\sqrt{7}$, $\tau_p = 10\sqrt{7}$ und $K = 1$)	119
Abbildung 39: Bodediagramme System zweiter Ordnung mit Lead-Term – links: $\tau_L = -5$, rechts: $\tau_L = 5$; oben: $\zeta = 0,5$ unten: $\zeta = 2$	119
Abbildung 40: Skizzen der Sprungantworten der Übertragungsfunktionen – links: erste Übertragungsfunktion, Mitte: zweite Übertragungsfunktion und rechts: dritte Übertragungsfunktion	121
Abbildung 41: Grafische Darstellung eines Automaten	128
Abbildung 42: Automatengraph zum Beispielwort <i>baba</i>	128
Abbildung 43: Automat mit Blockierung	130
Abbildung 44: Getrimmter Automat	132
Abbildung 45: G_1	133
Abbildung 46: G_2	133
Abbildung 47: Produkt von G_1 und G_2	134
Abbildung 48: Parallele Komposition von G_1 und G_2	135
Abbildung 49: Zeitbewerteter Automat	136
Abbildung 50: Automat für Aufgaben 40 und 41	141
Abbildung 51: Automaten für Aufgabe 42	142
Abbildung 52: Grundlegendes Blockdiagramm	143
Abbildung 53: Summationsblock in ganzer Form (oben) und als abgekürzte Darstellung (unten)	144
Abbildung 54: Blockdiagramm-Algebra: Zu Bestimmung des Zusammenhangs zwischen U und Y müssen die Übertragungsfunktionen zwischen den beiden Punkten multipliziert werden, also, $Y = G_3G_2G_1U$.	145
Abbildung 55: Generischer Regelkreis	145
Abbildung 56: Prozessflussdiagramm für die Alkalyt-Spaltung	147
Abbildung 57: R&ID für eine Gaskühl- und -trennanlage in Anlehnung an den kanadischen Entwurfsstandard (beachten Sie den technischen Stempel in der Box in der Mitte)	148
Abbildung 58: Felder in einer R&ID Beschriftung	153

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abbildung 59: Verbindungen: a) empfohlene Form für Kontakt; b) oftmals genutzte Form für Kontakt und c) kein Kontakt	158
Abbildung 60: Blockdiagramme für Aufgabe 11	159
Abbildung 61: Skizze des Verfahrensfließschemas für Aufgabe 13	161
Abbildung 62: R&IDs für Aufgabe 14	162
Abbildung 63: R&ID für Aufgabe 15	163
Abbildung 64: R&ID für Aufgabe 16	164
Abbildung 65: Ahornsirup R&ID für Aufgabe 17	164
Abbildung 66: Blockdiagramm Steuerung	167
Abbildung 67: Temperatursteuerung in einem Haus	168
Abbildung 68: Regelung	169
Abbildung 69: Temperaturregelung in einem Haus	170
Abbildung 70: Regler mit Zustandsrückführung	172
Abbildung 71: Effekt bei Variation von K_c für einen P-Regler	176
Abbildung 72: Integratoraufwicklung	177
Abbildung 73: Effekt der Änderung von τ_I für einen I-Regler. Die schwarze Linie ist der Referenzwert.	178
Abbildung 74: Jitter bei Verwendung eines Differenzialanteils	180
Abbildung 75: Ableitungssprung	180
Abbildung 76: Effekt bei Veränderung von τ_D für einen D-Regler	181
Abbildung 77: Arbeitsfluss Reglerentwurf	184
Abbildung 78: Verhalten des geschlossenen Regelkreises mit PI-Regler	189
Abbildung 79: Maße für Leistungsfähigkeit der Steuerungsantwort	190
Abbildung 80: Blockdiagramm für einen Regelkreis mit Vorsteuerung	192
Abbildung 81: Effekt von Reglern mit Vorsteuerung auf einen Prozess	195
Abbildung 82: Blockdiagramm für Kaskadenregelung	197
Abbildung 83: Blockdiagramm für Smith-Prädiktor	204
Figure 84: Ratio Control with Trim Feedback Control	207
Figure 85: Input-Position Control	208
Abbildung 86: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = B'$	224
Abbildung 87: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = \Sigma m(0, 3, 5)$	225

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abbildung 88: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = A' BD + B' C' D' + C$	225
Abbildung 89: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = \Pi M(2, 5, 7, 9, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 24, 25, 27)$	226
Abbildung 90: Term und Primiterm	227
Abbildung 91: Karnaugh map for Beispiel 40	228
Abbildung 92: Algorithmus zur Minimierung eines Karnaugh-Veitch-Diagramms	229
Abbildung 93: Karnaugh-Veitch-Diagramm für Aufgabe 27	232
Abbildung 94: Visual representation of a configuration	235
Abbildung 95: Unterbrechbare und nichtunterbrechbare Aufgabe	235
Abbildung 96: UND (oben) und ODER (unten) im Kontaktplan	254
Abbildung 97: Aufruf einer Funktion im Kontaktplan	255
Abbildung 98: Kontaktplan für Beispiel 41	256
Abbildung 99: Kontaktplan für Beispiel 42	257
Abbildung 100: Beispieldiagramm für Funktionsbausteinsprache	267
Abbildung 101: Allgemeine Rückführung in Funktionsbausteinsprache	267
Abbildung 102: Die Funktion Q in Funktionsbausteinsprache	268
Abbildung 103: Tank System for the Structured-Text Example	272
Abbildung 104: Schritte in Ablaufsprache: allgemeiner Schritt (links) und Startschritt (rechts)	275
Abbildung 105: Übergangsbedingungen in verschiedenen SPS-Programmiersprachen	276
Abbildung 106: Komponenten eines Aktionsblocks: a: Befehlsart; b: Befehlsname; c: Kennzeichnung; d: Aktionsbeschreibung	277
Abbildung 107: Alternative Pfade in Ablaufsprache	279
Abbildung 108: Übliche Entscheidungsreihenfolge für alternative Pfade in Ablaufsprache	279
Abbildung 109: Nutzerdefinierte Entscheidungsreihenfolge für alternative Pfade in Ablaufsprache	279
Abbildung 110: Parallele Pfade im Ablaufplan	280
Abbildung 111: Schematic of the Reactor	281
Abbildung 112: Sequential Function Chart	282
Abbildung 113: Sequential Function Chart for Checking Its Validity	284
Abbildung 114: First Reduction	284

Abbildung 115: Second Reduction	285
Abbildung 116: Third Reduction	285
Abbildung 117: Fourth and Final Reduction	286
Abbildung 118: Validierung von Ablaufketten	288
Abbildung 119: Rührprozess	289
Abbildung 120: Waschmaschine	290
Abbildung 121: Kontaktplan	291
Abbildung 122: Beziehung zwischen den Parametern und den Gefährdungsniveaus	297
Abbildung 123: R&ID für eine Kompressor-Einheit	302

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Verschiedene Typen von Thermoelementen	41
Tabelle 2: Daten zur Anfertigung der charakteristischen Ventilkennlinie (Aufgabe 34)	60
Tabelle 3: Sensor-Kalibrierungsdaten für Aufgabe 35	61
Tabelle 4: Übersicht über typische Laplace-Transformationspaare	64
Tabelle 5: Nützliche inverse Laplace-Transformationspaare	65
Tabelle 6: Übersicht über typische z -Transformationspaare (T_s ist die Abtastzeit)	68
Tabelle 7: Übersicht nützlicher inverser z -Transformationen	69
Table 8: Padé-Approximationen für Exponentialfunktionen e^z	86
Tabelle 9: Zusammenfassung der Stabilitätsbedingungen für verschiedene Darstellungen und Zeitbereiche	90
Tabelle 10: Tabelle für Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse	94
Tabelle 11: Routh-Hurwitz-Tabelle	95
Tabelle 12: Tabelle für die Jury-Stabilitätsanalyse	96
Tabelle 13: Tabelle für Jury-Stabilität	98
Tabelle 14: Haupteigenschaften eines Integrators	104
Tabelle 15: Haupteigenschaften eines Lead-Glieds	106
Tabelle 16: Haupteigenschaften eines Systems erster Ordnung	109
Tabelle 17: Haupteigenschaften eines Systems zweiter Ordnung	117

Tabelle 18: Graphische Darstellung verschiedener Typen von Funktionen (Klingelfälle treten nur im zeitdiskreten Bereich auf)	122
Tabelle 19: Komponenten von R&IDs gemäß DIN EN 62424	148
Tabelle 20: Verbindungstypen für R&IDs	151
Tabelle 21: Symbole zur Lokalisierung	151
Tabelle 22: Symbole zur Typisierung	152
Tabelle 23: PCE-Kategorien	153
Tabelle 24: PCE-Verarbeitungsfunktionen	154
Tabelle 25: Typische Symbole in Schaltkreisen	156
Tabelle 26: PI-Reglerparameter für PT ₁ -Glieder mit Totzeit	187
Tabelle 27: PID-Reglerparameter für PT ₁ -Glieder mit Totzeit	187
Table 28: PID controller constants for a second-order-plus-deadtime models	187
Tabelle 29: Boolesche Operatoren, wobei $a, b \in \mathbb{B}$	215
Tabelle 30: Wahrheitstabellen für die Booleschen Operatoren UND (links) und ODER (rechts)	218
Tabelle 31: Begrenzungszeichen nach IEC 61131-3	237
Tabelle 32: Alle Schlüsselwörter des IEC-Standard	241
Tabelle 33: Spezielle Zeichenketten	245
Tabelle 34: Elementare Datentypen gemäß IEC 61131-3: Die führenden Buchstaben in den Datentypen haben folgende Bedeutung: D = Double, L = Long, S = Short und U = nicht vorzeichenbehaftet	248
Tabelle 35: Komponenten eines Kontaktplans	252
Tabelle 36: Veränderungen im aktuellen Ergebnis durch verschiedene Operatorgruppen	259
Tabelle 37: Operatoren für Anweisungsliste	259
Tabelle 38: Zwei Möglichkeiten zum Aufruf der Funktion LIMIT (MN, IN, MX)	261
Tabelle 39: Drei Methoden zum Aufruf des Funktionsbausteins ZEIT1 (IN, PT) ohne die Variablen Q und ET.	262
Tabelle 40: Bausteine für Funktionsbausteinsprache	265
Tabelle 41: Befehle in Strukturiertem Text	269
Tabelle 42: Operators and their Priority in Structured Text	271
Tabelle 43: Befehlsarten in der Ablaufsprache	277
Tabelle 44: Ein- und Ausgangsvariablen für die Waschmaschine	290

Tabelle 45: Wahrheitstabelle I	291
Tabelle 46: Wahrheitstabelle II	292

Beispielverzeichnis

Beispiel 1 : Laplace-Transformation	65
Beispiel 2 : Inverse Laplace-Transformation	66
Beispiel 3 : z-Transformation	70
Beispiel 4 : Inverse z-Transformation	70
Beispiel 5 : Numerisches Beispiel zur Bestimmung einer Übertragungsfunktion	74
Beispiel 6 : Allgemeiner eindimensionaler Fall	75
Beispiel 7 : Mehrdimensionales Beispiel	75
Beispiel 8 : Umwandlung einer Übertragungsfunktion in ihre Regelungsnormalform	77
Beispiel 9 : Informationsgewinnung aus einer Übertragungsfunktion	86
Beispiel 10 : Bestimmung der Stabilität von Übertragungsfunktionen	91
Beispiel 11 : Bestimmung der Stabilität eines Zustandsraummodells	92
Beispiel 12 : Beispiel für Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse	94
Beispiel 13 : Beispiel für die Jury-Stabilitätsanalyse	97
Beispiel 14 : Skizzieren der erwarteten Systemantworten im Zeitbereich	120
Beispiel 15 : Ursprung von Klingeln in zeitdiskreten Systemen	124
Beispiel 16 : Automat für einen Prozess	128
Beispiel 17 : Blockierung innerhalb eines Automaten	130
Beispiel 18 : Trimm eines Automaten	131
Beispiel 19 : Produkt zweier Automaten	133
Beispiel 20 : Parallelschaltung von zwei Automaten	134
Beispiel 21 : Verzweigtes Blockdiagramm	145
Beispiel 22 : PCE-Kennzeichnungen	155
Beispiel 23 : Heizen eines Hauses – Teil 1: Steuerung	168
Beispiel 24 : Heizen eines Hauses – Teil 2: Regelung	169
Beispiel 25 : Untersuchung des Proportionalanteils auf Stabilität und dynamisches Verhalten	175
Beispiel 26 : Untersuchung des Integralanteils auf Stabilität und dynamisches Verhalten	177

Beispiel 27 : Untersuchung des Differenzialanteils auf Stabilität und dynamisches Verhalten	180
Beispiel 28 : Entwurf eines PI-Reglers	188
Beispiel 29 : Entwurf eines Reglers mit Vorsteuerung	193
Beispiel 30 : Modellprädiktiver Reglerentwurf	200
Beispiel 31 : Wahrheitstabelle	218
Beispiel 32 : Disjunktive Normalform	218
Beispiel 33 : Umwandlung in die disjunktive Normalform	219
Beispiel 34 : Kompakte disjunktive Normalform	219
Beispiel 35 : Konjunktive Normalform	220
Beispiel 36 : Umwandlung in die konjunktive Normalform	221
Beispiel 37 : Kompakte konjunktive Normalform	221
Beispiel 38 : Don't-Cares	222
Beispiel 39 : Duale Repräsentation einer Funktion	223
Beispiel 40 : Karnaugh-Veitch-Diagramm	227
Beispiel 41 : Kontaktplan	255
Beispiel 42 : Kontaktplan für einen Ablauf	256
Beispiel 43 : Berechnung des aktuellen Ergebnisses	262
Beispiel 44 : Schreiben eines Anweisungsliste-Programms	263
Beispiel 45 : Erstellung des Funktionsbausteinsprache-Diagramms	267
Beispiel 46 : Strukturierter Text	272
Beispiel 47 : Beispiel für Ablaufsprache	280
Beispiel 48 : Bestimmung der Validität von Ablaufketten	283
Beispiel 49 : Partial Fractioning	318

Kapitel 1: Einführung in die Automatisierungstechnik

Automatisierungstechnik ist eine wichtige Komponente der modernen Industriesysteme, die auf die Entwicklung, Analyse, Optimierung und Implementierung von komplexen Systemen fokussiert ist. Ziel ist es, sichere, ökonomische und effiziente Prozesse zu gestalten. Automatisierung bedeutet eine weitgehende Elimination von menschlichen Eingriffen in technische Systeme bzw. Prozesse. Das soll aber nicht bedeuten, dass Menschen nicht mehr gebraucht werden, ihre Aufgaben verschieben sich in Richtung des Monitorings und der Unterstützung der Prozesse. Einfach gesprochen übernimmt ein automatisierter Prozess monotone, oft repetitive Aufgaben, für die die Computer wesentlich besser geeignet sind als menschliche Arbeitskraft.

Um die Automatisierungstechnik verstehen zu können, ist es wichtig, ihre lange Geschichte sowie ihre wesentlichen Prinzipien und Grundlagen zu wiederholen.

Abschnitt 1.1: Geschichte der Automatisierungstechnik

Seit alters her haben Menschen das Bedürfnis entwickelt, komplexe Aufgaben zu implementieren sowie diese schneller und einfacher zu gestalten. Solche Vorhaben führten dazu, dass mit der Kraft der Natur und geeigneten ingenieurwissenschaftlichen Methoden das gewünschte Ziel erreicht werden konnte. Oftmals waren die entwickelten Geräte praktischen oder militärischen Nutzens.

Eine der ersten Kulturen, die ein Interesse an der Findung von Automatisierungslösungen hatten, waren die alten Griechen, die eine Reihe von Geräten entwickelten. Da diese Geräte oftmals selbsttätig arbeiten konnten, erhielten sie den Namen *Automaten* (aus dem Griechischen αὐτόματον¹, was *selbsttätig handeln* bedeutet). Die so entstandenen Maschinen konnten eine Vielzahl von Aufgaben durchführen und wurden erstmals durch Homer (gr: Ὅμηρος, ca. 8. Jhd. v. Chr.) beschrieben. Er berichtete unter anderem von Geräten wie automatisch

¹ Der erste Teil des Wortes wird vom Griechischen αὐτός, was *selbst* bedeutet, abgeleitet. Der zweite Teil des Wortes stammt vermutlich vom urindogermanischen *méntis ~ mntéis und bedeutet *Gedanke* (so entstand z. B. das englische Wort *mind*).

öffnenden Tempeltoren oder Tripoden. Das erste Gerät, was eine Regelung aufwies, war die von Ktesibios (gr: Κτησίβιος ὁ Ἀλεξανδρεὺς, bl. 285 bis 222 v. Chr.) entwickelte Wasseruhr, die die Zeit akkurat messen konnte. Tatsächlich blieb die Wasseruhr das genaueste Zeitanzeigergerät bis zur Entwicklung der Pendeluhr durch Christian Huygens im Jahr 1656 n. Chr. Später wurde der sogenannte Heronsball (auch Äolipile) durch Heron von Alexandria (gr: Ἡρῶν ὁ Ἀλεξανδρεὺς, ca. 10 bis 70 n. Chr.) entwickelt. Ein Beispiel dieses Geräts zeigt Abbildung 1. Des Weiteren wurden Geräte entwickelt, die bei der Berechnung von Himmelskörpern unterstützen konnten. Diese können als die ersten Computer betrachtet werden. Das bekannteste Objekt ist der Mechanismus von Antikythera, eine Art astronomische Uhr, welches auf einem zahnradgetriebenen Apparat basiert. Die Tradition der Entwicklung automatisierter Objekte wurde bis weit ins Mittelalter hinein aufrechterhalten, sowohl in Europa als auch im Mittleren Osten. Bekannt ist hier das *Buch der genialen Geräte* (ar: كتاب الحيل (Kitab al-Hiyal) oder pe: كتاب تر فنداها (Ketab tarfandha)), welches die Brüder Banu Musa 850 n. Chr. veröffentlichten. Es enthält die Beschreibung verschiedener Automaten mit einfachen Regelungsmethoden für beispielsweise automatische Brunnen, mechanische Musikapparate und Wasserspender. Genauso wurden an den Höfen in aller Welt verschiedenste Automaten in Form singender Tiere entwickelt und betrieben. Berühmte Beispiele fanden sich in den (heute zerstörten) Palästen von Khanbaliq der Yuan-Dynastie und am Hofe Robert II., Graf von Artois.

Das Interesse an der Entwicklung von Automaten zog sich bis in die Renaissance, wo lebensgroße Automaten, wie beispielsweise *Der Flötenspieler* (1737) des französischen Ingenieurs Jacques de Vaucanson (* 1709 † 1782), entstanden.

Mit der Wiederentdeckung der Dampfmaschine wurde die Entwicklung großer, komplexer automatisierter Systeme möglich. Dies führte direkt in die erste industrielle Revolution (1760 bis 1840). Eines der ersten Beispiele war der sog. *Jacquard-Webstuhl*, der mithilfe von Lochkarten so programmiert werden konnte, dass er in der Lage war, automatisch vorgegebene Muster zu weben. Die Entwicklung fortschrittlicher Systeme setzte jedoch voraus, dass man in der Lage war, diese zu kontrollieren, um Explosionen und Schäden zu vermeiden. Das erste, für die Regelung von Dampfmaschinen entwickelte Gerät, war der sog. *Wattregler*, entworfen von James Watt (* 1736 † 1819). Der Wattregler, dargestellt in Abbildung 2, reguliert die in die Maschine einfließende Kraftstoffmenge und damit die Geschwindigkeit der Maschine, damit diese in einem vorgegebenen Bereich operiert. Die Erstentwicklung dieses einfachen Reglers führte zu einer

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Reihe von Patentanmeldungen, die die Verbesserung des Geräts anstrebten, wie bspw. das von William Siemens (* 1823 † 1883). Es dauerte bis 1868, als James Clerk Maxwell (* 1831 † 1879) in seinem Paper *On Governors* eine mathematische Beschreibung des Wattreglers lieferte, bis man eine fundierte mathematische Beschreibung zur Entwicklung von Methoden für die Regelung von Prozessen gefunden hatte. Nachdem die Systeme in den Folgejahren immer komplexer wurden, war es umso wichtiger, ein Verständnis für die komplizierten Systeme zu entwickeln, sodass diese korrekt betrieben werden und damit unsichere Betriebsmodi verhindert werden können.

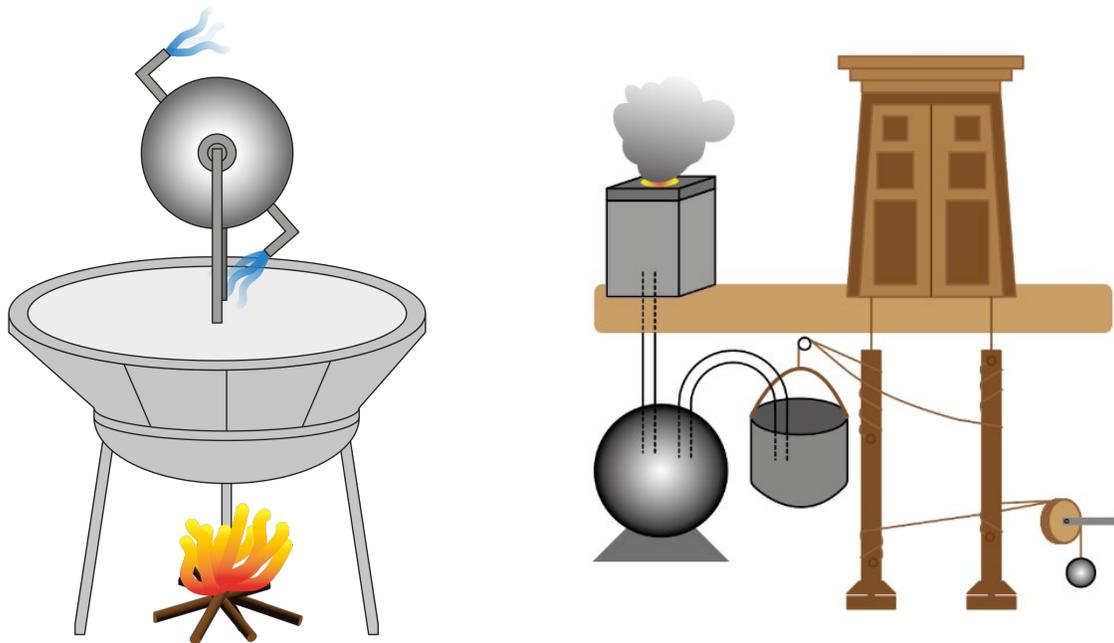


Abbildung 1: Automatisierungstechnik in der Zeit der alten Griechen: (links) Heronsball (Dampfmaschine) und (rechts) automatisierte Anlage zur Öffnung von Tempeltoren

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

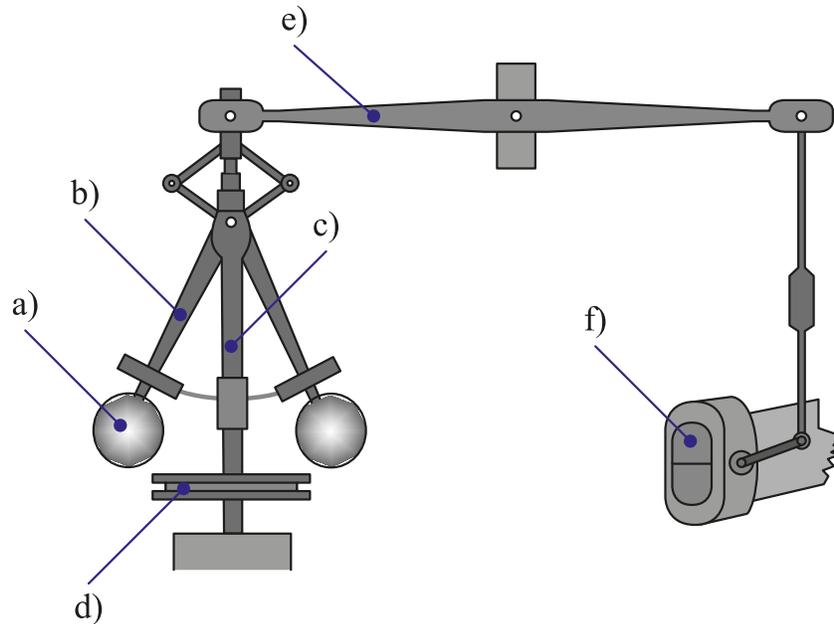


Abbildung 2: Wattregler (a: Flugball, b: Arme, c: Spindel, d: Muffe, e: Kugelkopfkrumel und f: Drosselklappe)

Der Bedarf an Automatisierungslösungen stieg mit dem Einsetzen der zweiten industriellen Revolution (1870 bis 1915), welche auf die Entwicklung effizienter Produktionsmethoden (Fertigungslinien, Taylorismus und ähnliche Ideen) in Verbindung mit der Entdeckung von Elektrizität und der Nutzbarmachung dieser in Maschinen gestützt war.

In den 1950er Jahren startete die dritte industrielle Revolution (Digitale Revolution). Hier lag der Fokus auf der Implementierung und Nutzbarmachung komplexer elektrischer Schaltkreise, um Prozesse schnell und effizient auszuführen. Mit der Entwicklung dieser Schaltkreise wurde es einfach und kosteneffizient, Automatisierungslösungen in einem weiten Feld verschiedener Anwendungen zu implementieren. Aus Sicht der Automatisierungstechnik war die Entwicklung von Speicherprogrammierbaren Steuerungen (SPS), die zur Implementierung fortschrittlicher Automatisierungslösungen in der Industrie eingesetzt wurden, ein Schlüsselereignis. Die ersten SPS wurden von Bedford Associates, einer US-amerikanischen Firma aus Bedford Massachusetts, entwickelt. Grundlage hierfür war das Weißbuch des Ingenieurs Edward R. Clark, welches er 1968 für General Motors (GM) schrieb. Eine bedeutende Person, die an diesem Projekt mitarbeitete, war Richard E. „Dick“ Morley (* 1932 † 2017), welcher oft als Vater der SPS bezeichnet wird. Weitere wichtige Arbeiten wurden von Odo Josef Struger (* 1931 † 1998) in der Zeit von 1958 bis 1960 bei Allen-Bradley durchgeführt. In dieser Zeit gab es zudem ein rasch ansteigendes Interesse an der theoretischen Sichtweise auf die Automatisierungstechnik, besonders in Bezug

auf Regelung und Prozessoptimierung. Die Forschungsarbeit u.a. durch Andrei Kolmogoroff (ru: Андрéй Николаéвич Колмогóров, * 1903 † 1987), Rudolf Kálmán (hu: Kálmán Rudolf Emil, *1930 † 2016), Richard E. Bellman (* 1920 † 1984) und weitere Beteiligte brachte eine gute Basis für die nachfolgende Entwicklung und Implementierung von fortschrittlichen Regelungssystemen in der Industrie hervor.

Im Kontext der dritten industriellen Revolution wurde auch das Konzept von Robotern bedacht. Das Wort *Roboter* wurde erstmal vom tschechischen Autor Karel Čapek (* 1890 † 1938) in seinem Drama *R.U.R.* (cz: *Rossumovi Univerzální Roboti*, dt. Übersetzung: *W.U.R. – Werstands Universal Robots* – Otto Pick, 1921) als Wort für künstliche humanoide Diener, die günstig Arbeitskraft bereitstellen, verwendet. Karel Čapek schreibt seinem Bruder, dem Maler Josef Čapek (* 1887 † 1945), die Erfindung des Worts zu. Das Wort *Roboter* stammt vom tschechischen *robota*, was übersetzt *Hörigkeit* bzw. *Leibeigenschaft* heißt. *Robota* wiederum stammt vom urindogematischen Wort **h₃erb^h-* ab, was „Veränderung oder Entwicklung eines Status“ bedeutet und als Wortstamm für das deutsche Wort *Arbeit* dient.

In letzter Zeit konnte durch die Entwicklung intelligenter Technologien und die erhöhte Interkonnektivität eine neue industrielle Revolution festgestellt werden. Diese wird vierte industrielle Revolution oder Industrie 4.0 genannt und legt den Fokus auf die Entwicklung von selbstfunktionierenden, verbundenen Systemen in einer zunehmend globalisierten Welt. Die Haupttriebkkräfte sind die ständig ansteigende Automatisierung und Digitalisierung in der Industrie, kombiniert mit der Globalisierung und Individualisierung von Versorgungsketten.

Abschnitt 1.2: Schlüsselkonzepte der Automatisierungstechnik

Automatisierungstechnik kann auf eine Vielzahl von verschiedenen Situationen angewendet werden. Doch anstelle einer separaten Betrachtung der Einzelfälle gibt es in der Automatisierungstechnik abstrakte Konzepte, die es ermöglichen, die Ansätze auf die verschiedenen Situationen anzuwenden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Das grundlegende Konzept in der Automatisierungstechnik ist der **Prozess** bzw. das **System**.² Abbildung 3 zeigt ein typisches System mit den wichtigsten Komponenten. In der Automatisierungstechnik besteht ein System wie in Abbildung 3 immer aus **Eingängen u** und **Ausgängen y** . Eingänge repräsentieren diejenigen Variablen, deren Veränderung eine Veränderung im System hervorruft. Eingänge können in zwei unterschiedliche Kategorien eingeteilt werden: **Manipulierbare Eingänge** und **Störungen**. Manipulierbare Eingänge beschreiben Variablen, deren Werte durch einen Eingriff von außen verändert werden können. Ein Beispiel ist der Durchfluss durch ein Rohr, welcher mittels eines sich öffnenden und schließenden Ventils verändert werden kann. Störungen sind Eingänge ins System, die in der gegebenen Situation nicht ohne größere Anstrengung verändert werden können. Ein typisches Beispiel ist die Umgebungstemperatur bei einer Messung im Freien. Ebenso wie die Eingänge können auch die Ausgänge in zwei Kategorien unterschieden werden: **Beobachtbare/messbare Ausgänge** und **nichtbeobachtbare/nichtmessbare Ausgänge**. Beobachtbare oder messbare Ausgänge sind diejenigen Ausgänge, die gemessen werden oder mithilfe eines Messgeräts abgeschätzt werden können. Ein typisches Beispiel ist die Temperatur einer Flüssigkeit, die mittels eines Thermometers bestimmbar ist. Nicht beobachtbare oder nicht messbare Ausgänge sind solche Ausgänge, die – zumindest unter den aktuell vorherrschenden Bedingungen – nicht messbar sind. Hier ist beispielsweise eine Mischung verschiedener heterogener Flüssigkeiten zu nennen, deren Dichte nicht direkt messbar ist. Schließlich gehören auch noch die **Zustände** zur Beschreibung eines Systems. Sie beschreiben als interne Variablen das Verhalten des Systems. Oftmals sind die Zustände gleich den Ausgängen eines Systems und können deshalb mit der gleichen Unterscheidung beschrieben werden wie die Ausgänge. Einschränkung muss man festhalten, dass oft nicht alle Zustände eines Systems messbar sind.

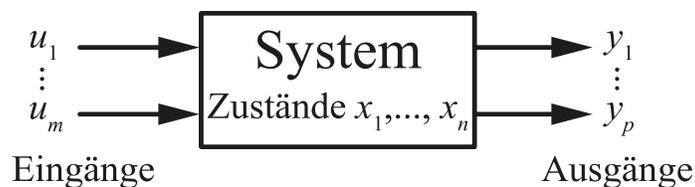


Abbildung 3: System in der Automatisierungstechnik

² In manchen Büchern wird unter Prozess die gesamte Wirkungskette verstanden, wohingegen ein System eine konkrete physikalische Implementierung ist. Diese Unterscheidung soll hier nicht getroffen werden.

Zum besseren Verständnis eines Systems ist im Allgemeinen ein Modell desselben notwendig. Ein Modell eines Systems ist eine mathematische Beschreibung der Beziehung bzw. Wechselwirkungen von Eingängen, Zuständen und Ausgängen. Die Komplexität des verwendeten Modells hängt vom Verwendungszweck des Modells ab. Die Modellierung als solche ist ein komplexer Vorgang, welcher genaue Einblicke in die prozessinternen Abläufe sowie die Fähigkeit zur schnellen und effizienten Handhabung großer Datensätze voraussetzt.

Zur Vervollständigung des Gesamtbildes eines Systems ist es notwendig, auch die Bereiche mit einzubeziehen, die es erlauben, mit dem System zu interagieren bzw. es zu beeinflussen. Die wesentlichen Schlüsselfunktionen bzw. Einflussgrößen auf ein System sind in Abbildung 4 dargestellt. Es ist wichtig, den Einfluss der Komponenten zu beleuchten, um zu verstehen, wie das System beeinflusst werden kann und wie es darauf reagiert. Die acht Schlüsselkomponenten (die Nummerierung deckt sich mit den Nummern in Abbildung 4) können beschrieben werden als:

- 1) **Prozess:** Dieser Teil repräsentiert den betrachteten Prozess. Normalerweise ist dieser unbekannt, weshalb ein Modell des Prozesses generiert werden muss.
- 2) **Sensoren:** Sensoren ermöglichen eine Messung des Prozesses und tragen somit dazu bei, zu verstehen, wie sich die Variablen ändern.
- 3) **Aktoren:** Über Aktoren kann der Wert einer Variablen verändert werden. Ist es nicht möglich, die Werte von Variablen über Aktoren zu verändern, so können diese nur schwierig in den Automatisierungsprozess eingebunden werden. Bei der Entscheidung, welche Aktoren verwendet werden sollen, ist es wichtig, Faktoren, wie die Manipulierbarkeit der Variablen, die Automatisierungsanforderungen (z. B. erforderliche Präzision oder Toleranzen) und die Art des geforderten Service (z. B. dauerhaft, nur in bestimmten Intervallen oder bei Notfällen) zu beachten.
- 4) **Automatisierungsobjekte:** Automatisierungsobjekte sind Regler und ähnliche Geräte, die genutzt werden, um den Prozess zu automatisieren. Meist besteht die Automatisierungshardware aus Computern und anderen digitalen Geräten, wie Speicherprogrammierbaren Steuerungen (SPS), die die gewünschten Funktionen realisieren. Die Auslegung der Automatisierungshardware und -software erfordert Kenntnisse über die Grenzen und Anforderungen des Systems.
- 5) **Umwelt:** Die Umwelt oder auch Umgebung repräsentiert alle Faktoren rund um das zu automatisierende System, welche einen Einfluss auf die generelle Leistungsfähigkeit des

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Systems haben können. Diese Einflüsse stammen entweder aus anderen Prozessen, die mit dem betrachteten System interagieren oder direkt aus Einflüssen der Umwelt, wie bspw. Änderungen der Umgebungstemperatur. Das System tauscht im Allgemeinen Masse, Energie und Informationen mit seiner Umwelt aus.

- 6) **Automatisierungsziele:** Die Ziele eines Automatisierungsprozesses spielen eine wichtige Rolle bei der Entwicklung und Implementierung des zu automatisierenden Systems. Schlecht oder unklar definierte Ziele im Automationsprozess erschweren dessen Umsetzung. Unter Umständen kann es sogar dazu kommen, dass der Prozess auf Grundlage dieser Ziele nicht implementierbar ist. Eine weitere Herausforderung ist die Übersetzung der Ziele aus Vorgaben der Management-Ebene in konkrete Handlungsanweisungen für den Prozess der Automatisierung. Diese Übersetzung kann zu weiteren Unklarheiten oder Verlust von Informationen führen und bedarf deshalb einer gründlichen Abstimmung.
- 7) **Bediener:** Der Bediener stellt trotz der oftmaligen Minimierung des Einflusses menschlichen Handelns bei automatisierten Prozessen eine wichtige Komponente dar. Viele komplexe automatisierte Systeme sind aufgrund mangelnder Kenntnisse der Bediener gescheitert. Der Bediener muss die benötigten Informationen leicht erreichbar auffinden (keine überladenen grafischen Oberflächen o. ä.) und die Eingaben ins System schnell und effizient durchführen können. Eine angemessene Sicherheitsprüfung und Rückmeldung zu den eingegebenen Daten muss erfolgen, um Fehler durch falsche Eingaben zu vermeiden. Die Bediener interagieren mit dem Prozess über eine sogenannte **Mensch-Maschine-Schnittstelle (MMS)**. Die MMS muss zwei Schlüsselfunktionen bereitstellen. Zum einen müssen die benötigten Werte und Parameter sichtbar und auffindbar sein. Auf der anderen Seite ist es vonnöten, dass der Bediener diese Werte ändern kann. Beim Design der MMS ist insbesondere auf die Sicherheitsaspekte zu achten. Das heißt, beispielsweise über Logik-Bausteine, muss eine Kontrolle und Begrenzung der Werte auf bestimmte Intervalle erfolgen. Das verhindert Fehler, sowohl zufälliger und unbeabsichtigter Natur wie bspw. Zahlendreher, falsche Information in falschem Feld, als auch gewollte (böartige) Manipulationen wie z. B. Eindringen in ein System.
- 8) **Störungen:** Unter Störungen fallen alle Einflussgrößen auf ein System, die nicht direkt manipuliert werden können. Störungen können aus der Umgebung (z. B. die Umgebungstemperatur) oder dem Gerät selbst (z. B. Messrauschen bei Sensoren) stammen.

Ein Ziel des automatisierten Systems ist es, die Störungen – so weit wie möglich – zu minimieren.

Der letzte Aspekt, der an dieser Stelle beachtet werden muss, ist die **Sicherheit**. Das automatisierte System, das entwickelt wurde, sollte es dem Prozess erlauben, in einer sicheren Umgebung zu arbeiten, ohne dass unerwartetes Verhalten (auch schwerwiegende Fehler bis hin zur Systemzerstörung) auftritt. Das System sollte außerdem **robust** gegenüber kleineren Schwankungen sein. Das bedeutet, dass das System nicht bei kleinen Abweichungen im Prozess bereits schwerwiegende Fehler produziert. Ein robustes System kann also kleine Abweichungen in den Prozessbedingungen auffangen und weiterhin die geforderten Ziele erfüllen.

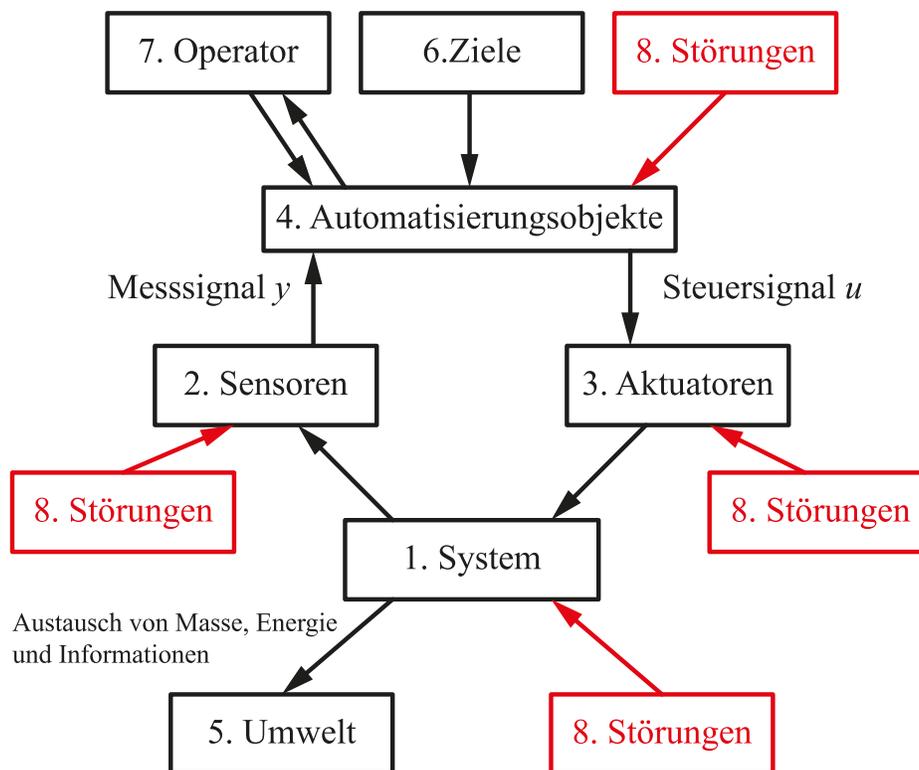


Abbildung 4: Allgemeine Struktur eines automatisierten Systems

Abschnitt 1.3: Automatisierungstechnik-Rahmen

Beim Entwurf eines automatisierten Systems sollte die folgende Schrittfolge eingehalten werden:

- 1) **Modellierung des Prozesses:** Hier ist die Entwicklung eines adäquaten Modells inbegriffen.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 2) **Analyse des Prozesses:** Dieser Schritt nutzt das Modell zur Untersuchung, wie sich der Prozess in verschiedenen Situationen verhält. Dies kann durch mathematische Konstrukte oder simulativ erfolgen.
- 3) **Entwurf der Automatisierungsstrategie:** In diesem Schritt wird, basierend auf den Prozessparametern und dem angestrebten Verhalten, die Strategie für die Durchführung der Automatisierungsmaßnahme entwickelt. Wichtig ist, dass die vorgegebenen Automatisierungsziele eingehalten werden.
- 4) **Validierung der vorgeschlagenen Automatisierungsstrategie:** Hier wird die Strategie für die Automatisierung anhand des Modells verifiziert. Erfüllt die Strategie die Ziele, sind keine weiteren Maßnahmen erforderlich. Wird jedoch festgestellt, dass die Strategie Lücken aufweist, so ist eine Neugestaltung und eine erneute Testung unabdingbar. Es kann also zu einer Vielzahl von Iterationen kommen, ehe die passende Automatisierungsstrategie gefunden ist.
- 5) **Implementierung und Inbetriebnahme der Strategie in die reale Situation:** Die Implementierung in den realen Prozess kann zu Änderungen in der Strategie führen. Deshalb ist es wichtig, die Automatisierungsstrategie vor der Inbetriebnahme unter realistischen Bedingungen so ausgiebig wie möglich zu testen. In manchen Fällen ist dies jedoch nicht möglich und es muss auf sog. **hardware-in-the-loop**-Anwendungen zurückgegriffen werden, um das reale System möglichst gut nachzubilden bzw. zu simulieren.

Abschnitt 1.4: Die Automatisierungspyramide

Die Automatisierungspyramide ist eine Beschreibung für die Arten, wie Automatisierungsstrategien organisiert und strukturiert werden können. Sie beschreibt zwei wesentliche Faktoren: Antwortgeschwindigkeit (also wie oft das System auf Veränderungen antworten soll) und Prozessdetails. Abbildung 5 zeigt die grafische Darstellung der Pyramide mit den sechs Ebenen (von oben nach unten):

- **Ebene 5 – Unternehmensebene:** Diese Ebene fokussiert sich auf die abstrakte Analyse der gesamten Unternehmensstrategie in Bezug auf die aktuelle Marktsituation. Der Zeithorizont der Planung ist sehr weit ausgedehnt, meistens handelt es sich um Jahre. In dieser Ebene liegt der Fokus auf Marktanalysen, strategischem Personaleinsatz, Investitions- und Personalplanung sowie Unternehmensführung.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- **Ebene 4 – Betriebsleitebene:** Diese Ebene befasst sich mit der Analyse der Strategien, die den gesamten Prozess/das Werk am Laufen halten. Hierunter fallen Details wie die Planung der Produktion, die Produktionsdatenerhebung, die Organisation der Logistik sowie die Überwachung von Terminfristen. Der Zeithorizont sind meist einige Monate. Auf dieser Ebene werden oftmals Software-Lösungen wie ein Produktionsleitsystem (Manufacturing Execution System, MES) oder ein Management-Informationssystem (MIS) eingesetzt.
- **Ebene 3 – Prozessleitebene:** Auf dieser Ebene stehen kurzfristige Produktionsplanung, Qualitätskontrolle und die Planung von Wartungsarbeiten mit einem Zeithorizont von einigen Tagen im Vordergrund. Oftmals werden auch hier Software-Lösungen eingesetzt, wie bspw. Systeme zur Überwachung, Steuerung und Datenerfassung (SCADA).
- **Ebene 2 – Steuerungsebene:** Diese Ebene befasst sich damit, wie Algorithmen zur Prozesssteuerung mit den vorhandenen Daten aus der Produktion betrieben werden können. Der Zeithorizont beträgt meist einige Minuten bis hin zu wenigen Sekunden. Hier werden Hardware-Bausteine wie speicherprogrammierbare Steuerung (SPS) oder industrielle PCs (IPCs) genutzt. Der Fokus des Buchs liegt auf dieser Ebene.
- **Ebene 1 – Feldebene:** Diese Ebene fokussiert sich auf Sensoren und Aktoren. Informationen werden bidirektional mit Ebene 2 ausgetauscht, hierbei kommen sog. Feldbus-Systeme zum Einsatz. Der Zeithorizont beschränkt sich meist auf Sekunden oder Bruchteile von Sekunden.
- **Ebene 0 – Prozessebene:** Diese Ebene repräsentiert den tatsächlichen Prozess, der in Echtzeit abläuft.

Zusammenfassend lässt sich also festhalten, dass die Prozessbeschreibung von unten nach oben abstrakter wird. Während Ebene 0 sehr konkret ist und alles sehr detailliert beschreibt, ist Ebene 5 sehr abstrakt und konzentriert sich nur auf die Beschreibung der Prozesseingänge und -ausgänge, um ein Gesamtbild des Prozesses zu vermitteln.

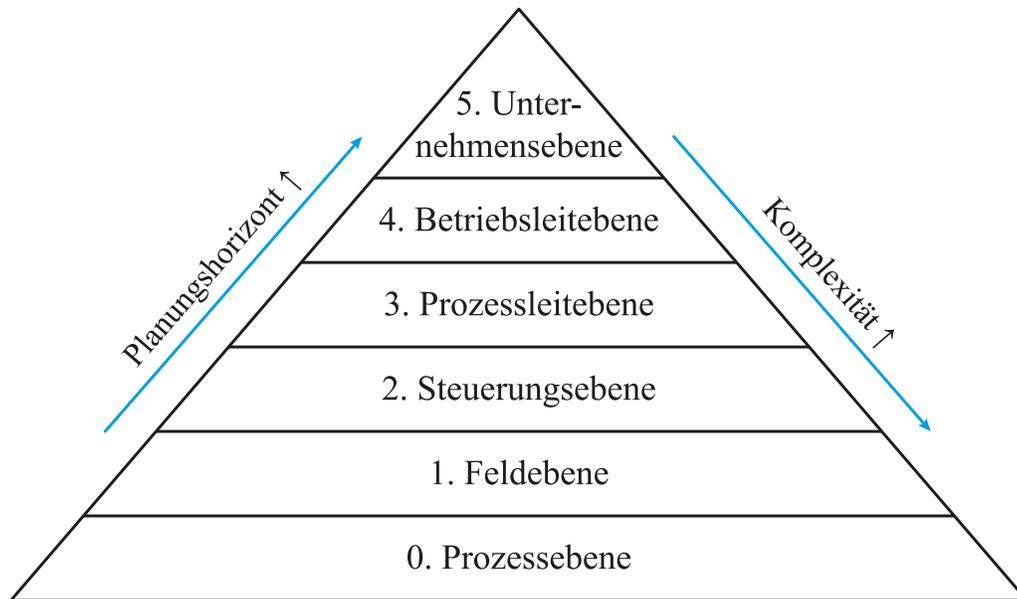


Abbildung 5: Beschreibung der Komponenten der Automatisierungspyramide

Abschnitt 1.5: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 1.5.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Ein System besteht aus Eingängen, Ausgängen und Zuständen.
- 2) Eingänge sind Variablen, die das System beeinflussen.
- 3) Alle Ausgänge können immer gemessen werden.
- 4) Eine Störung ist eine Variable, deren Wert einfach wie gewünscht verändert werden kann.
- 5) Der Zustand eines Systems beschreibt das interne Verhalten des Systems.

- 6) Aktoren werden genutzt, um Störungen zu manipulieren.
- 7) SPS werden gemeinhin verwendet, um Prozesse zu automatisieren.
- 8) Die Umwelt hat minimalen Einfluss auf das automatisierte System.
- 9) MMS sollten einfach lesbar und verständlich sein.
- 10) Ein automatisiertes System, welches in regelmäßigen Abständen explodiert, ist ein gut entwickeltes System.
- 11) Ein automatisiertes System sollte in dem Moment versagen, wenn es von den erwarteten Bedingungen abweicht.
- 12) Ein System tauscht Masse, Energie und Informationen mit seiner Umwelt aus.
- 13) Störungen können auf Sensoren, Aktoren und Steuerungsgeräte wirken.
- 14) Die Validierung einer vorgeschlagenen Automatisierungsstrategie mithilfe von geeigneten Modellen des Systems ist eine gute Strategie.
- 15) Vor der Inbetriebnahme einer Automatisierungsstrategie sollte diese unter so realistischen Bedingungen wie möglich am Ist-System getestet werden.
- 16) Die Unternehmensebene fokussiert sich auf die detaillierte Prozessüberwachung und Entscheidungsfindung im Millisekunden Bereich.
- 17) Auf der Prozessleitebene werden oftmals SCADA-Systeme zur Erfüllung der Aufgaben implementiert.
- 18) Auf der Feldebene werden die mit Sensoren gewonnenen Werte mittels Feldbus-Systemen auf die Steuerungsebene übertragen.
- 19) Eine Prozessvariable, die nicht gemessen werden kann, sollte für die Steuerung des Prozesses verwendet werden.
- 20) Sicherheit ist immer ein unwichtiger Themenbereich in der Automatisierungstechnik.

Abschnitt 1.5.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mit einem einfachen, nicht programmierbaren und nicht grafikfähigen Taschenrechner mithilfe von Stift und Papier gelöst werden.

- 21) Wie kann es sein, dass Informationen erzeugt und wieder vernichtet werden können, Materie und Energie jedoch nicht? Nennen Sie einige Beispiele solcher Fälle.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 22) Sie wurden mit der Aufgabe betraut, eine Automatisierungslösung für ein Verkehrsampel-system zu entwickeln. Erklären Sie, wie Sie den Automatisierungstechnik-Rahmen auf dieses Problem anwenden würden.
- 23) Sie haben die Aufgabe, ein großes, komplexes Chemiewerk aufzubauen. Erklären Sie, wie die Automatisierungspyramide auf dieses Problem angewendet werden kann.
- 24) Sie wurden mit der Aufgabe betraut, ein selbstfahrendes Fahrzeug zu entwerfen. Erklären Sie, wie Sie den Automatisierungstechnik-Rahmen auf dieses Problem anwenden würden. Erachten Sie Sicherheit und Robustheit als wichtige Faktoren?

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Kapitel 2: Instrumentierung und Signale

Die wichtigsten Komponenten eines zu automatisierenden Prozesses sind die Instrumentierung, d. h. Sensoren und Aktoren sowie Computerhardware. Die Instrumentierung zusammen produzieren einen Strom an Werten, oft als Signal bezeichnet, der in den nachfolgenden Prozessschritten verwendet werden kann. Zuerst sollen an dieser Stelle die Signale mit ihren verschiedenen Typen betrachtet werden, bevor im zweiten Teil die Sensoren und Aktoren näher beleuchtet werden.

Abschnitt 2.1: Arten von Signalen

In der Automatisierungstechnik können Signale in zwei Bereiche eingeteilt werden: **Zeit- und Wertebereich**. Jeder Bereich kann noch einmal unterschieden werden in **kontinuierlich** und **diskret**. Im Allgemeinen kann ein kontinuierliches Signal jeden Wert innerhalb eines Intervalls (positiver) Werte annehmen, wohingegen diskrete Signale nur bestimmte Werte (z. B. nur natürliche Zahlen) annehmen können.

Im Zeitbereich wird ein Signal als kontinuierlich bezeichnet, wenn es einen Signalwert für alle Zeitpunkte t so gibt, dass das Signal als stetige Funktion der Zeit geschrieben werden kann. Ein Beispiel für ein kontinuierliches Signal ist der Verlauf der Temperatur über den Tag, der für jeden Zeitpunkt einen Wert enthält.

Ein Signal im Zeitbereich heißt diskret, wenn es nur zu bestimmten Zeitpunkten t_k definiert ist, wobei gilt: $k \in \mathbb{Z}$ bzw. $k \in \mathbb{N}$. Normalerweise wird eine konstante Abtastrate vorausgesetzt, sodass gilt $t_k = k \cdot t_s$, wobei t_s die Abtastzeit beschreibt. Wird die Abtastzeit verringert, so nähert sich der Signalverlauf dem Verlauf des kontinuierlichen Signals an.

Wie im Zeitbereich kann das Signal auch im Wertebereich in kontinuierlich und diskret unterschieden werden. Der Begriff wertkontinuierliches Signal bedeutet, dass ein Signal jeden reellen Wert annehmen kann (vorbehaltlich physikalischer Einschränkungen, z. B. nur positive Werte oder Werte im Bereich $[0, 1]$). Ein wertkontinuierliches Signal kann als stetige Funktion, die im Allgemeinen von der Zeit und einigen zusätzlichen Parametern abhängt, aufgefasst werden.

Wertdiskrete Signale können nur bestimmte Werte annehmen. Oftmals werden diskrete Werte bei der Quantisierung in äquidistanten Bändern dargestellt. Typische wertdiskrete Signale in der Automatisierungstechnik sind **binäre Signale**. Bei diesen ist der Wertebereich auf 0 und 1

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

begrenzt. Solche Signale werden oft genutzt, um Alarme auszulösen. Beispielsweise wird, wenn ein Druck einen Schwellwert übersteigt, der Signalpegel auf 1 gesetzt und somit ein Alarm ausgelöst. Das heißt für dieses Beispiel, dass dem Normalzustand der Wert 0 und dem Alarmzustand der Wert 1 zugeordnet ist. Binäre Signale werden häufig mithilfe eines **Impulsdiagramms** (auch: Zeitablaufdiagramm) als Funktion der Zeit dargestellt. Unterschiedliche binäre Signale werden üblicherweise auf separaten y -Achsen, aber über einer gemeinsamen x -Achse dargestellt. Abbildung 6 zeigt ein typisches Impulsdiagramm.

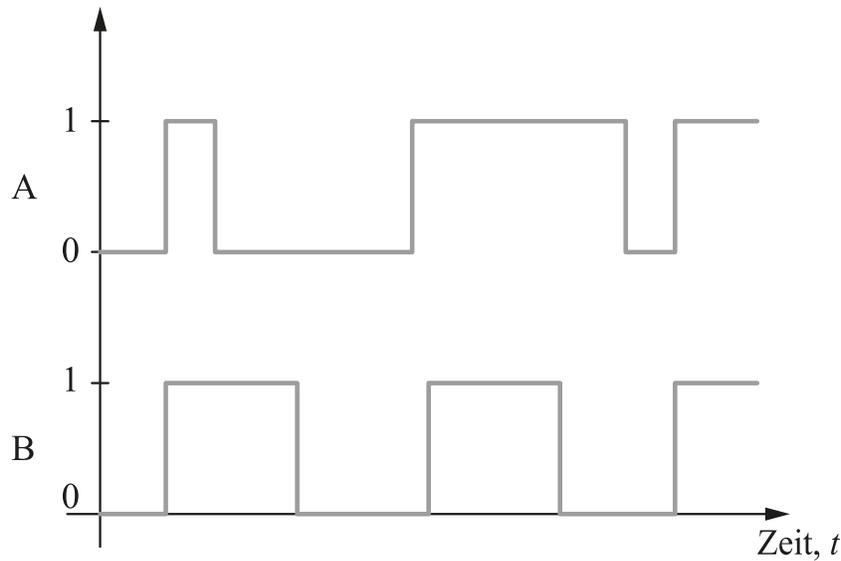


Abbildung 6: Impulsdiagramm für zwei binäre Signale A und B

Basierend auf der Klassifikation in Zeit- und Wertebereich ergibt sich eine Klassifikation in vier Signalarten wie in Abbildung 7. Definitionsgemäß heißt ein Signal, das sowohl im Zeit- als auch im Wertebereich kontinuierlich ist, **analoges Signal**. Ein Signal, welches in beiden Bereichen diskret ist, sei hier als **digitales Signal** bezeichnet.

		Zeitbereich	
		Kontinuierlich	Diskret
Wertebereich	Kontinuierlich		
	Diskret		

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

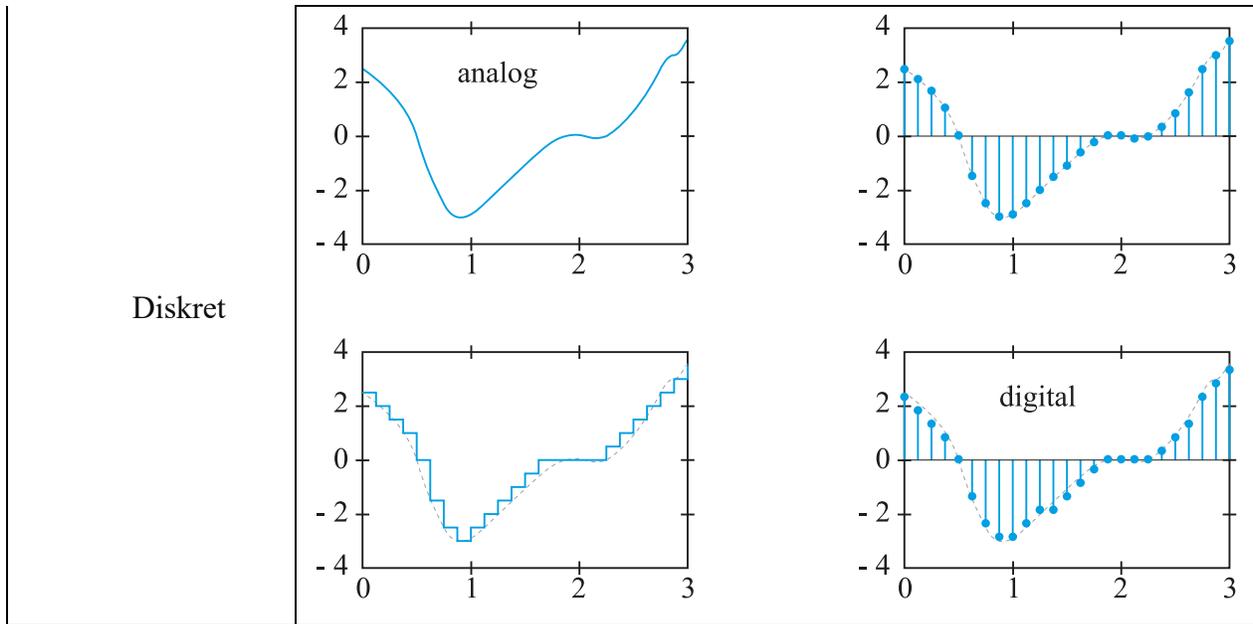


Abbildung 7: Kontinuierliche und diskrete Signale

Nachdem die meisten realen Prozesse kontinuierliche, analoge Signale verarbeiten und erzeugen, Computer aber ihre Berechnungen mithilfe diskreter, digitaler Signale ausführen, ist es wichtig zu verstehen, wie die beiden Signaltypen ineinander umgewandelt werden können. Abbildung 8 zeigt die Umwandlung von einem analogen in ein digitales Signal, wobei dafür drei Komponenten notwendig sind: eine **Abtasteinheit**, ein **Quantifizierer** und ein **Kodierer**. Die Abtasteinheit misst (tastet ab) den Wert des analogen Signals mit einer festen Frequenz, um das Signal in den zeitdiskreten Bereich zu transformieren. Nun erzeugt der Quantifizierer ein digitales Signal, indem er den Signalwert auf den nächstmöglichen verfügbaren Wert (Quantum) setzt. Der Kodierer wandelt das digitale Signal schließlich nur noch in ein vom Computer nutzbares digitales Signal um. Dieser Prozess wird häufig als Analog-/Digitalwandlung (A/D-Wandlung) bezeichnet.

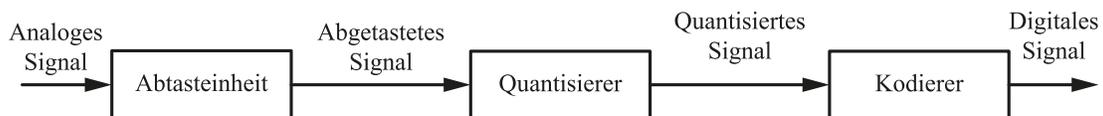


Abbildung 8: Analog-/Digitalwandlung

Für die Quantisierung eines kontinuierlichen Signals werden dessen Werte gegen festgelegte (äquidistante) Quantisierungsstufen verglichen. Liegt der Wert des kontinuierlichen Signals

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

zwischen zwei Entscheidungsschwellen, so wird meistens der niedrigere Wert ausgewählt. Hat beispielsweise ein kontinuierliches Signal den Wert 0,44 bei Quantisierungsstufen bei 0,25 und 0,5, so wird für das quantisierte (abgetastete) Signal der Wert 0,25 festgelegt. Die Auswahl von angemessenen Quantisierungsstufen ist wichtig, da über diese Auswahl die Genauigkeit der Abbildung des Prozesses beeinflusst wird. Sind die Stufen beispielsweise zu weit voneinander entfernt, können wichtige Informationen verloren gehen.

Betrachten wir die Konvertierung von digital zu analog, so können wir davon ausgehen, dass der Signalwert nicht geändert wird und nur die zeitliche Komponente in den analogen Bereich überführt werden muss. Dies wird meist durch ein Halteglied realisiert, welches den Signalwert hält, bis ein neuer Signalwert anliegt. Das bekannteste Halteglied ist ein Halteglied nullter Ordnung, welches den letzten erhaltenen Wert so lange hält, bis ein neuer Wert ankommt. Ein genaueres Halteglied ist das Halteglied erster Ordnung oder auch lineares Halteglied. Dieses interpoliert linear zwischen den beiden vorausgegangenen Datenpunkten, um so einen sich linear verändernden Wert über die Abtastintervalle zu erhalten. Dieser Prozess wird auch als Digital-/Analogwandlung (D/A-Wandlung) bezeichnet.

Abschnitt 2.2: Sensoren

Sensoren sind Geräte, die Veränderung in einer Variablen detektieren und für einen Betrachter verständlich darstellen können. Hierfür ist eine Kalibrierung vonnöten, die einen Bezugswert festlegt, zu dem die Abweichung bestimmt wird. Die Anzeige des gemessenen Wertes erfolgt dann meist auf einer Skala.

Ein Sensor wird durch zwei Haupteigenschaften charakterisiert: **Richtigkeit** und **Wiederholbarkeit** (oder Präzision). Richtigkeit meint hierbei die Fähigkeit des Sensors, den korrekten Wert wiederzugeben. Die Basis für den Bezugswert wird meist durch Eichung hergestellt und ist in einem Standard hinterlegt. Die Differenz zwischen gemessenem und tatsächlichem Wert heißt **Abweichung**. Die Wiederholbarkeit bezieht sich auf die Fähigkeit des Sensors, bei gleichen Bedingungen denselben Wert wiederzugeben. Idealerweise liegen die gemessenen Werte bei denselben Bedingungen nahe einem Mittelwert, d. h. die Varianz der Messwerte sollte klein sein. Ein unrichtiger Sensor kann allemal sehr präzise sein, wobei sich die Präzision jedoch um einen falschen Wert herum einstellt. Eine weitere Eigenschaft, die es zu beachten gilt, ist der **Wertebereich** eines Sensors. Dieser ist definiert als Intervall zwischen dem größten und kleinsten möglichen

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Sensorwertes bzw. Werts, den der Sensor messen kann. Die Richtigkeit und Präzision eines Sensors ist abhängig von dessen Wertebereich. Je größer der Wertebereich, desto kleiner ist meist die Präzision des Sensors, da wesentlich mehr Werte erfasst werden sollen. Andersherum gilt der Zusammenhang jedoch auch, d. h. je kleiner der Wertebereich, desto präziser ist der Sensor. Aus diesen Zusammenhängen ergibt sich also die Forderung bei Prozessen mit großen Wertebereichen mehrere Sensoren für die einzelnen Bereiche zu installieren, um nicht an Präzision der Messwerte zu verlieren. Zur Bewertung der gemessenen Signale ist dann immer nur der Sensor heranzuziehen, in dessen Wertebereich der Messwert fällt.

Sensoren müssen vor ihrer Benutzung kalibriert oder auf das erwartete Verhalten hin überprüft werden. Kalibrierung schließt das Nutzen von Standards ein, die genaue Werte bereitstellen, mit denen die gemessenen Werte des Sensors verglichen werden können. Das Antragen der genormten Werte gegen die gemessenen Werte des Sensors erlaubt eine Beurteilung der Kalibrierung. Eine typische Kalibrierungskurve zeigt Abbildung 9. Hierbei sind zwei Parameter von besonderem Interesse: der y -Achsenabschnitt, der die Abweichung vorgibt und die Steigung des Graphen (bzw. Abweichung von der Linearität). Der Anstieg der Geraden und die Streuung der Mess-/Datenpunkte zeigt, ob eine sinnvolle Kalibrierungskurve verwendet wurde. Idealerweise sollte die Funktion linear und der Anstieg des Graphen gleich eins sein.

Ein Sensor allein kann also je nach Kalibrierung und physikalischer Umgebung, in der die Messung stattfindet, für verschiedene Messaufgaben eingesetzt werden. Ein Differenzdrucksensor beispielsweise kann sowohl Druck als auch den Füllstand messen.

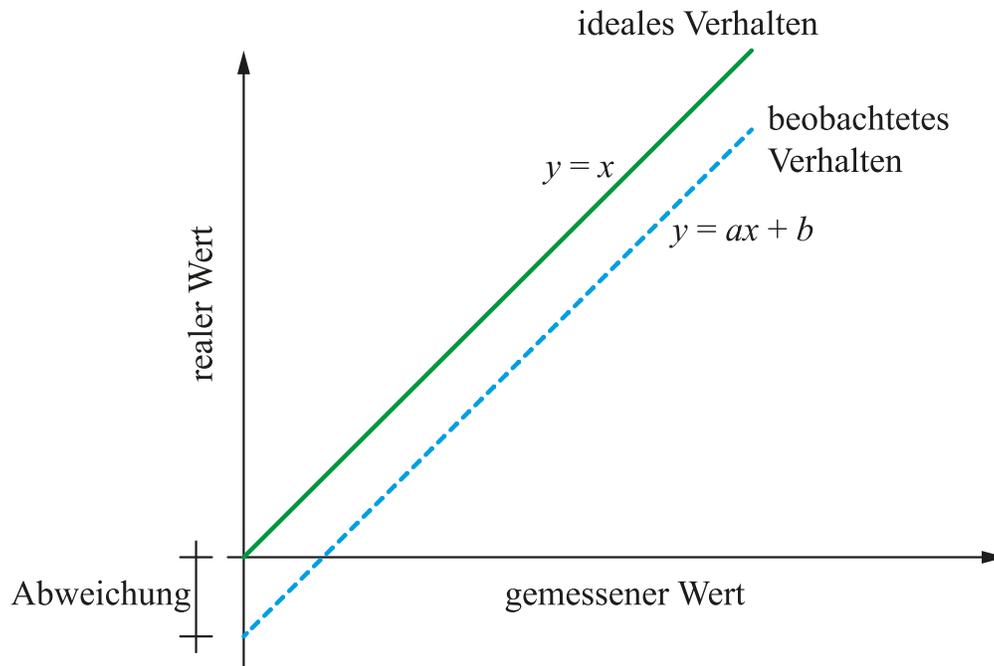


Abbildung 9: Typische Kalibrierungskurve

Die Auswahl des richtigen Sensors hängt ab von den nachfolgend genannten Kriterien:

- 1) **Messbereich:** Der Wertebereich der zu messenden Prozessvariable sollte sich innerhalb des Messbereichs des Sensors befinden.
- 2) **Leistung:** Ausgehend von den konkreten Anforderungen an das Gerät müssen Faktoren wie Richtigkeit und Wiederholbarkeit der Messwerte oder Antwortgeschwindigkeit berücksichtigt werden.
- 3) **Zuverlässigkeit:** Der Sensor ist bestimmten Bedingungen ausgesetzt. Wird der Sensor in einer rauen Umgebung eingesetzt, stellt sich die Frage, ob er den Bedingungen trotzen kann und wenn ja für welche Zeit.
- 4) **Materialien:** Abhängig von der Implementierung ändern sich die zu benutzenden Materialien. Das heißt, soll z. B. die Temperatur in einem Hochofen gemessen werden, ist für den Temperatursensor ein anderes Material nötig als bei Messungen im Bereich der Raumtemperatur.
- 5) **Invasiv oder nichtinvasiv:** Invasive Sensoren kommen in direkten Kontakt mit dem zu vermessenden Objekt/Stoff, z. B. wenn das Messgerät zur Temperaturmessung in eine Flüssigkeit getaucht wird. Kommen invasive Sensoren in Kontakt mit dem zu messenden Prozess, so können sie den Prozess beeinflussen oder selbst durch den Prozess beeinflusst

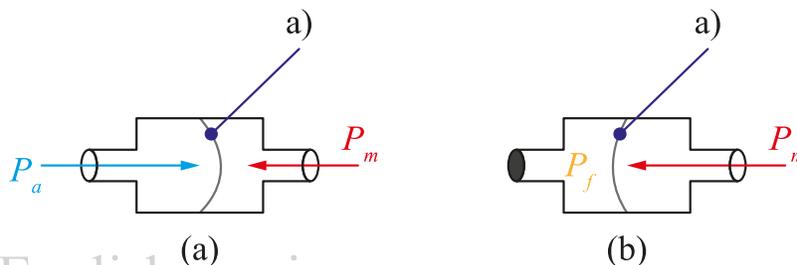
English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

werden. Somit weisen invasive Sensoren oftmals Probleme bezüglich ihrer langfristigen Genauigkeit auf, da die Oberfläche des Messgeräts durch Verschmutzung oder Korrosion beeinträchtigt werden kann. Nichtinvasive Sensoren kommen nicht direkt in Kontakt mit dem Prozess. Hierdurch wird der betrachtete Prozess nicht gestört, das Messergebnis kann jedoch ungenauer sein. Nichtinvasive Sensoren sind jedoch meist einfacher zu nutzen und eine nachträgliche Installation in bereits bestehende Messumgebungen ist leichter möglich als bei invasiven Sensoren.

Abschnitt 2.2.1: Drucksensoren

Im Allgemeinen werden die meisten industriell gefertigten Drucksensoren mit einem **Wandler** ausgestattet, der die Kraft pro Flächeneinheit (Druck) in elektrische Signale umwandelt. Mechanische Drucksensoren (keine elektrischen Komponenten) werden **Manometer** genannt. Sie geben keine elektrischen Signale aus, sondern enthalten meist eine kalibrierte Anzeige, auf der die Werte abgelesen werden können. Aus diesem Grund können die so generierten Signale (meistens) nicht für industrielle Automatisierungszwecke weiterverarbeitet werden. Ein Drucksensor kann entweder einen absoluten Druck oder eine Druckdifferenz messen. Ein vereinfachtes Schema dieser beiden Möglichkeiten zeigt Abbildung 10. Die meisten Drucksensoren messen eine Druckdifferenz, welche oft als Differenz zum Atmosphärendruck angegeben wird. Wie in Abbildung 10 (a) gezeigt, wird dies dadurch erreicht, dass eine der Seiten oder Anschlüsse eines Drucksensors zur umgebenden Atmosphäre hin offengelassen wird. Wird eine Druckdifferenz festgestellt, die höher ist als der Umgebungsdruck, heißt dies **Überdruck**. Ein negativer Überdruck, bzw. Vakuum oder **Unterdruck**, hingegen liegt vor, wenn der Druck niedriger ist als der Umgebungsdruck. So bedeuten z. B. 10 kPa Unterdruck, dass ein Unterdruck von 10 kPa gegenüber Atmosphärendruck vorliegt. Anstatt den sich verändernden Umgebungsdruck als Referenz zu nutzen, kann auch der Druck auf einer Seite des Sensors fixiert und dann der absolute Druck im System gemessen werden, vgl. Abbildung 10 (b).



English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abbildung 10: Messaufbau für Drucksensoren: (a) Messung des Differenzdrucks und (b) Messung des absoluten Drucks (a: Flexible Membran, P_a : Umgebungsdruck, P_f : fixierter Druck und P_m : zu messender Druck)

Die meisten auf Wandlern basierenden Drucksensoren nutzen einen elektrischen Schaltkreis (z. B. Wienbrücke), um die durch den Druck auf das System induzierte Dehnung zu messen. Weitere typische Implementierungen sind piezoresistiv, kapazitiv, elektromagnetisch, piezoelektrisch und optisch basierte Dehnungsmessstreifen. Abbildung 11 zeigt einen typischen Drucksensor auf Basis eines Hochdruckwandlers. Ebenso basieren Manometer auf dem Effekt von Druck auf bestimmte Systemeigenschaften. Typische Vertreter dieser Messgerätetypen sind hydrostatische Manometer, welche prinzipiell die Druckdifferenz zwischen zwei Anzapfungen messen. Außerdem sind hier die mechanischen Manometer zu nennen, welche den Druck aus der Dehnung der eingesetzten Bauteile erhalten. Mechanische Manometer sind hier im Vorteil, da sie nicht stark auf die zu messende Flüssigkeit einwirken, wodurch sehr genaue Messwerte erzielt werden können. Sie sind jedoch im Vergleich zu den hydrostatischen Manometern teurer.

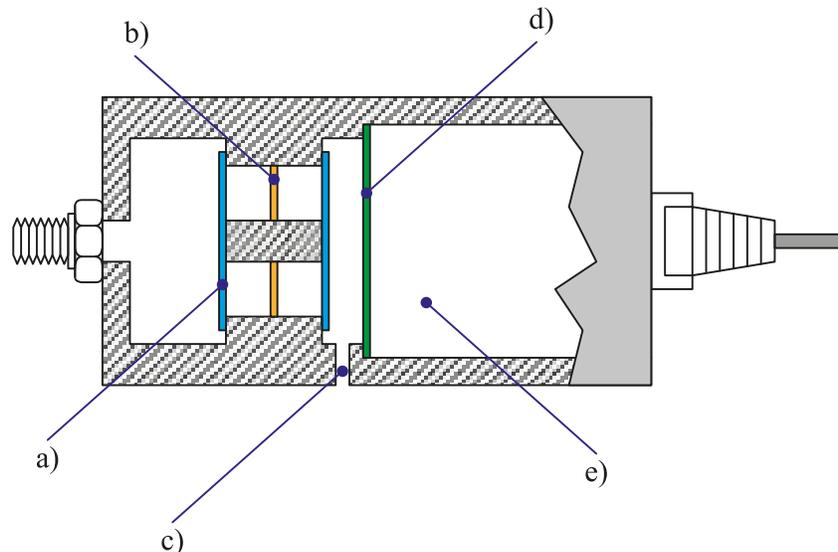


Abbildung 11: Drucksensor auf Basis eines Hochdruckwandlers (a: Messdiaphragma, b: Dehnungsmessstreifen, c: Referenzöffnung zur Atmosphäre, d: Lehrdornblende und e: Bereich für Temperaturkompensationswiderstände und interne elektronische Verstärker)

Abschnitt 2.2.2: Flüssigkeitsstandsensoren

Die Bestimmung von Flüssigkeitsständen in Behältnissen ist eine wichtige Aufgabe in der chemischen Industrie. Hierfür kommen verschiedene Verfahren wie Differenzdruckmesszellen, Schwimmer und verschiedene strahlenbasierte Methoden zum Einsatz. Der meistverwendete Ansatz ist die Differenzdruckmessung zwischen dem Grund und dem oberen Ende der

Flüssigkeitssäule. Durch Kalibrierung und Ausnutzung der Proportionalität zwischen Druck und Höhendifferenz kann der Füllstand bestimmt werden. Da die Dichte jedoch temperaturabhängig ist, kann diese Methode nicht eingesetzt werden, wenn sich die Temperatur der zu messenden Flüssigkeitssäule über weite Bereiche ändert (z. B. kochende Flüssigkeiten). Die Messgeräte mit Schwimmer funktionieren auf eine ähnliche Weise, wobei die Druckdifferenz anders bestimmt wird. Abbildung 12 zeigt ein Beispiel für die Messung des Füllstands zur Steuerung des Wasserflusses in einen Toilettenspülkasten mithilfe eines Schwimmers. Dies ist ein sehr einfaches Beispiel für Automatisierung, die mithilfe eines angemessen ausgewählten Sensors implementiert werden kann. Die Methoden, die auf Strahlen basieren, z. B. Ultraschall-Pulsgeneratoren, messen den Abstand der Oberfläche der Flüssigkeitssäule zu einem Referenzpunkt und bestimmen daraus den Füllstand. Um eine genaue Abschätzung des Füllstands zu erhalten, ist es wichtig, dass die Oberfläche plan und gleichmäßig ist. Schaum oder Partikel auf der Oberfläche können die Richtigkeit und Präzision der Messung verringern.

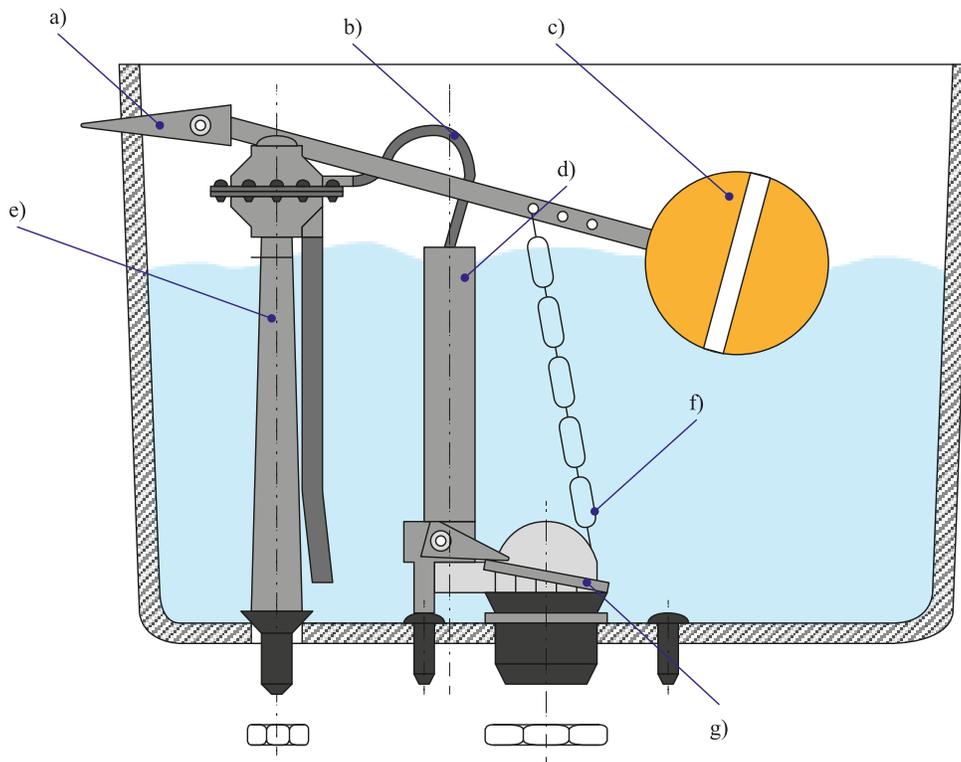


Abbildung 12: Füllstandsmessung und -regelung mithilfe eines Schwimmers (a: Auslösehebel, b: Nachfüllrohr, c: Schwimmer, d: Überlaufrohr, e: Kugelhahn, f: Hebekette und g: Spülventil)

Abschnitt 2.2.3: Durchflussmessgeräte

Durchflussmessgeräte messen die Strömungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit oder eines Gases. Hierbei werden drei wesentliche Typen unterschieden: **mechanische Durchflussmessgeräte**, **druckbasierte Durchflussmessgeräte** und **elektromagnetische Durchflussmessgeräte** (inkl. optische Sensoren und Ultraschallmessgeräte). Abhängig von der vorhandenen Flüssigkeit bzw. dem vorhandenen Gas haben alle drei Typen unterschiedliche Genauigkeiten und Charakteristiken.

Mechanische Durchflussmessgeräte basieren auf dem Ansatz, die Zeit zu messen, die eine Flüssigkeit bzw. ein Gas benötigt, um ein bestimmtes Volumen zu füllen. Die meisten mechanischen Drucksensoren haben ein Rad oder ein Paddel, das durch das strömende Medium in Drehung/Bewegung versetzt wird und somit ein elektrisches Signal induziert. Dieses Signal ist durch Kalibrierung einer bestimmten Durchflussrate zugeordnet. Mechanische Drucksensoren eignen sich gut für einfache Fluide (z. B. Wasser), welche über begrenzte Durchflussraten in einer Phase vorliegen. Sind Partikel in das Fluid eingetragen oder liegen mehrere Phasen vor, so werden mechanische Drucksensoren tendenziell falsche Werte liefern.

Druckbasierte Durchflussmessgeräte messen die Druckdifferenz, die durch Verjüngung des Querschnitts hervorgerufen wird, um die Durchflussrate zu bestimmen. Häufig verwendete druckbasierte Durchflussmessgeräte verwenden Venturirohren, Blendenmessstrecken oder Pitotrohre. Genau wie die mechanischen Durchflussmessgeräte arbeiten diese Sensoren bei einphasigen Flüssen einfacher Fluide ohne Schwebepartikel am besten. Abbildung 13 zeigt das grundlegende Funktionsprinzip eines Venturirohres.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

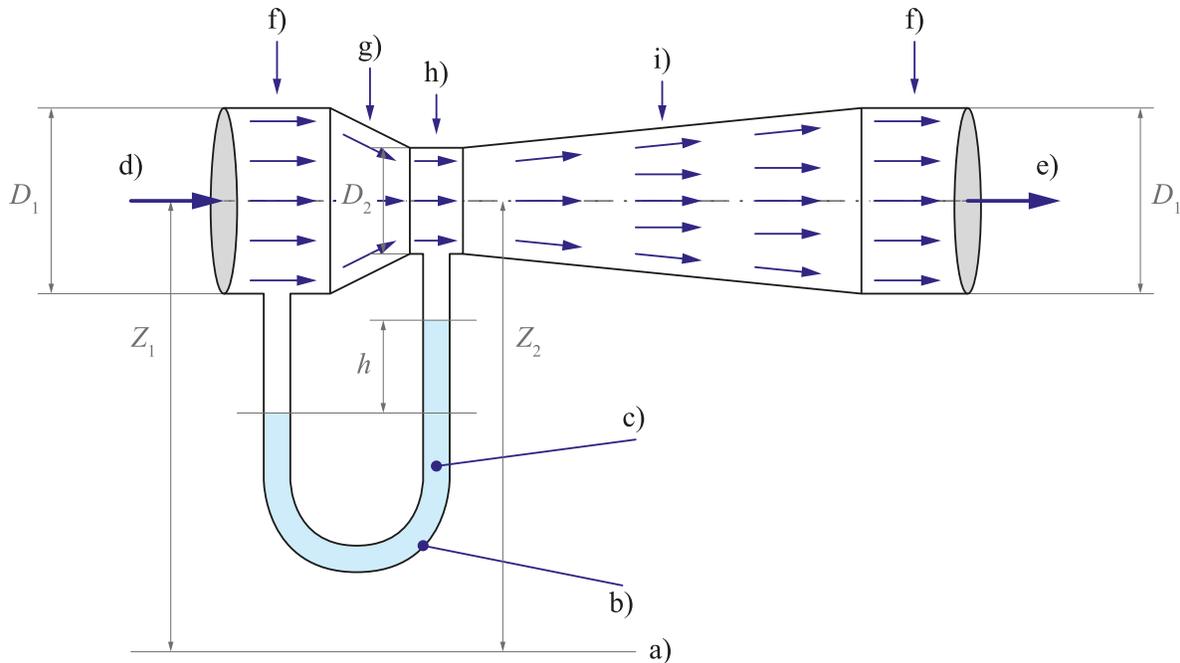


Abbildung 13: Venturirohr (a: Referenzlinie, b: U-Rohr-Manometer, c: Manometrische Flüssigkeit, d: Einfluss, e: Ausfluss, f: Hauptrohr, g: verjüngender Bereich, h: Engstelle, i: öffnender Bereich, D_1 : Durchmesser Hauptrohr, D_2 : Durchmesser Engstelle, Z_1 : Referenzhöhe 1, Z_2 : Referenzhöhe 2 und h : Höhendifferenz im Manometer)

Elektromagnetische Durchflussmessgeräte nutzen verschiedene elektromagnetische Wellen (auch Licht), um die Durchflussraten zu bestimmen. Obwohl es sich hier nicht um einen elektromagnetischen Sensor im strengen Sinne handelt, können die Ultraschallsensoren aufgrund ihrer ähnlichen Wirkweise hier mit aufgezählt werden. Magnetische Durchflussmessgeräte bestimmen den Durchfluss aufgrund von magnetischen Änderungen im elektrischen Feld durch das vorbeiströmende Fluid. In den meisten Fällen sollte das Fluid leitfähig sein (z. B. Stahlschmelze), das umgebende Rohr jedoch nicht. Optische Durchflussmessgeräte hingegen nutzen die Zeit, die kleine schwebende Partikel in einem Gas benötigen, um zwei Laserlichtschranken zu passieren. Auf Basis dieser Zeitdifferenz kann mittels der Geschwindigkeitsformel bei bekanntem Weg die Durchflussmenge bestimmt werden. Ultraschallsensoren nutzen den Doppler-Effekt zur Messung der Durchflussrate. Diese Sensoren haben den großen Vorteil, dass sie nichtinvasiv betrieben werden können, d. h. nicht in direkten Kontakt mit dem Rohr oder dem Fluid kommen. Nachteilig ist, dass die Schallgeschwindigkeit im betrachteten Medium exakt bekannt sein muss, damit eine Kalibrierung des Sensors möglich ist.

In vielen industriellen Anwendungen werden druckbasierte Durchflussmessgeräte verwendet, da sie einfach handhabbar, robust und leicht wartbar sind. Sollen ungewöhnliche Fluide oder

solche mit extremen Eigenschaften (z. B. hohe Temperaturen oder stark ätzend) untersucht werden, so sind weitaus komplexere Methoden vonnöten.

Abschnitt 2.2.4: Temperatursensoren

Temperatursensoren werden eingesetzt, um die Temperatur in einem strömenden Fluid zu messen. Der meistverwendete industriell eingesetzte Sensor ist das **Thermoelement**. Bei diesen Messgeräten berühren sich zwei unterschiedliche leitfähige Streifen aus Metall. Temperaturänderungen bewirken hier eine Spannungsänderung nach dem sog. Seebeck-Effekt. Diese Spannungsänderung kann auf die Temperaturen kalibriert und somit zu messtechnischen Zwecken eingesetzt werden. Die Konstruktion eines Thermoelements zeigt Abbildung 14. Eine angemessene Kalibrierung und Definition des Temperaturbereichs sind Voraussetzung für das korrekte Funktionieren des Sensors. Ungeeignete Kalibrierung kann zu Genauigkeitsproblemen beim Sensor führen. Die wichtigsten Ausformungen dieses Sensors zeigt Tabelle 1.

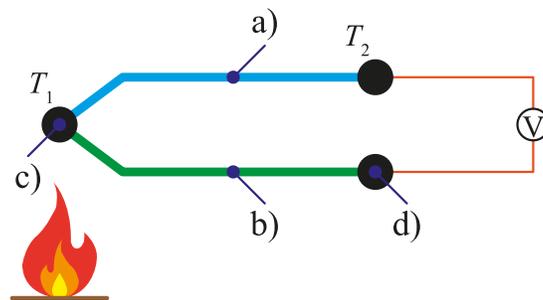


Abbildung 14: Thermoelement (a: Metall 1, b: Metall 2, c: Messstelle, d: Vergleichsstelle, T_1 : Messtemperatur, T_2 : Vergleichstemperatur und V: Voltmeter)

Tabelle 1: Verschiedene Typen von Thermoelementen

Art des Thermoelements	Temperaturbereich (°C)	Materialpaarung	Bemerkungen
K	-200 bis 1350	Chromel-Aluminium	Günstig, unpräzise
E	-110 bis 140 (klein) -50 bis 740 (groß)	Chromel-Konstantan	Gut für Einsatz bei tiefen Temperaturen
J	-40 bis 750	Eisen-Konstantan	Sensitiver als K
B und R	50 bis 1800	Platin-Rhodium-Legierungen	Für hohe Temperaturen, teuer

Art des Thermo- elements	Temperaturbereich (°C)	Materialpaarung	Bemerkungen
C, D und G	0 bis 2320	Wolfram-Rhenium- Legierungen	In Gegenwart von Sauer- stoff nicht nutzbar, teuer
Chromel- Gold/Eisen	-273.15 bis 25	Chromel-Gold-Eisen	Anwendungen bei tiefen Temperaturen

Abschnitt 2.2.5: Messgeräte zur Bestimmung von Konzentration, Dichte, Feuchtigkeit und anderen physikalischen Größen

Es gibt viele Sensoren, die sehr schnell Werte für verschiedene physikalische Parameter liefern können. Die meisten dieser Sensoren sind jedoch sehr beschränkt in ihrer Richtigkeit oder Wiederholbarkeit. Das hat meist damit zu tun, dass diese Systeme in Umgebungen eingesetzt werden, in denen die Bedingungen stark nichtideal sind. Die im Labor aufgezeichneten Werte sind in dieser Hinsicht meist vertrauenswürdiger als die real gemessenen Werte. Solche Sensoren nutzen meist eine Vielzahl an photonischen, magnetischen oder akustischen Pulsverfahren, um die Dichte oder Konzentrationen der Proben zu bestimmen. Beispielsweise sei hier die Messung von Feuchtigkeit (Wasser) in einem Feststoff beleuchtet. Es gibt vier unterschiedliche Methoden, die Feuchtigkeit zu bestimmen: Tensiometer messen die Saugspannung des Wassers im Feststoff; Widerstandsmessgeräte messen den Widerstand eines Keramikblocks, der in Kontakt mit dem Feststoff ist; Leitfähigkeitsmessgeräte messen die Leitfähigkeit des Feststoffs eingespannt zwischen zwei Platten und dielektrische Sensoren messen die Dielektrizitätskonstante des Feststoffs, um daraus den Feuchtigkeitsanteil zu bestimmen. Alle genannten Sensoren bedürfen einer regelmäßigen Wartung und sind abhängig von den Umgebungsbedingungen. Beispielsweise kann das Einbringen von Düngemitteln die Feuchtigkeit des Erdbodens, und damit seine Leitfähigkeit, verändern und somit den Sensor stören.

Abschnitt 2.3: Aktoren

Ein **Aktor** ist ein Gerät, der die Quantität, mit der eine Variable in ein System eingeht, verändern kann. Ein Aktor wird durch drei Eigenschaften gekennzeichnet: **Genauigkeit**, **Wiederholbarkeit** (oder Präzision) und **Leistungsfähigkeit**. Die Genauigkeit beschreibt die Eigenschaft eines Aktors, den exakten Wert wiederzugeben. Dieser ist meist auf einem Standard definiert. Der

Abstand zwischen realem Wert und im Standard spezifiziertem Wert wird als **Abweichung** bezeichnet. Die Wiederholbarkeit des Aktors bezieht sich auf die Variabilität, wenn derselbe Wert ausgegeben werden soll. Gewünscht ist eine hohe Wiederholbarkeit des Wertes, d. h. der Aktor gibt immer einen Wert nahe dem wahren Zielwert aus. Die letzte Eigenschaft ist die Leistungsfähigkeit des Aktors bzw. die Zeit, die er benötigt, um auf eine Änderung zu reagieren. Natürlich ist es gewünscht, dass ein Aktor schnell auf Veränderungen reagiert und den benötigten Wert zeitnah ausgibt. Die meisten Aktoren werden so ausgelegt, dass 0% keinem Wert und 100% dem maximalen Wert entsprechen. Das größte Problem bei Aktoren ist ihre nichtlineare Charakteristik. Eine Möglichkeit, diesem Problem zu begegnen, ist die Nutzung einer **Kennlinie**, die die gewünschten linearen Werte in die nichtlinearen Werte des Aktors „übersetzt“.

Aktoren müssen vor der Benutzung auf Funktion überprüft oder kalibriert werden. Kalibrierung schließt hierbei die Nutzung von Standards, sowie den Bezug auf fest vorgegebene Referenzwerte ein. Die genaue Durchführung einer Kalibrierung ist jedoch immer abhängig vom verwendeten Aktor.

Es gibt drei wesentliche Aktor-Typen die hier Beachtung finden sollen: **Ventile, Pumpen und stromändernde Aktoren**.

Abschnitt 2.3.1: Ventile

Ventile sind ein oft verwendeter Aktor-Typ in der Produktion. Sie erlauben die Steuerung und Kontrolle der Durchflussmenge einer Flüssigkeit bzw. eines Gases. Da Ventile allgegenwärtig sind, wird viel Aufwand betrieben, um ihre Funktionsweise und damit die Einflüsse auf den Automatisierungsprozess besser zu verstehen. Ein häufig verwendeter Ventiltyp ist das pneumatische Regelventil, bei dem Luft verwendet wird, um die Durchflussmenge zu regulieren. Einen typischen Aufbau zeigt Abbildung 15. Ein pneumatisches Regelventil besteht aus drei Teilen: dem Strom-zu-Druck-Wandler (oder I/P-Wandler), dem Ventil und einem Stellungsregler. Der I/P-Wandler erhält ein 4-20 mA Stromsignal und wandelt dieses in ein äquivalentes Drucksignal um, welches die Antriebskraft zur Bewegung des Kolbens bereitstellt. Es gibt zwei wesentliche Ventiltypen, nämlich **luftöffnende** und **luftschießende**. Nimmt bei luftöffnenden Ventilen der Druck ab, so schließen diese Ventile die Öffnung. Bei luftschießenden Ventilen führt ein Druckverlust dazu, dass der Strömungskanal geöffnet wird. Die Auswahl eines luftöffnenden bzw. luftschießenden Ventils hängt oftmals vom Ergebnis eines PAAG-Verfahrens ab.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Bei einem luftschließenden Ventil, wie in Abbildung 15 dargestellt, tritt die komprimierte Luft oben in das Ventil ein und drückt gegen das Diaphragma. Das Diaphragma wird so lange bewegt, bis die durch den Luftdruck aufgebrachte Kraft gleich groß ist wie die Rückstellkraft der Feder. Eine Erhöhung des Luftdrucks ist gleichbedeutend mit einer weiteren Abwärtsbewegung des Diaphragmas, wohingegen eine Reduzierung des Luftdrucks ein Nach-oben-Schieben des Diaphragmas durch die Feder bewirkt. Der Ventilstempel ist direkt am Diaphragma befestigt und während dieses sich nach oben und unten bewegt, wird die Position des konischen Stopfens relativ zum Auflagepunkt verändert. Dadurch kommt es zu einer Querschnittsänderung der Durchtrittsöffnung der Flüssigkeit/des Gases, was eine Durchflussänderung bewirkt. Bei einem luftschließenden Ventil wird also eine Druckerhöhung den Stopfen näher zum Auflagepunkt drücken und somit den Widerstand gegen den Durchfluss erhöhen. Dies hat eine Verringerung der Durchflussrate zur Folge. Bei einem luftöffnenden Ventil dringt die Luft von unten gegen das Diaphragma und somit bewirkt ein vergrößerter Luftdruck eine Vergrößerung der Querschnittsfläche und damit der Durchflussmenge.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

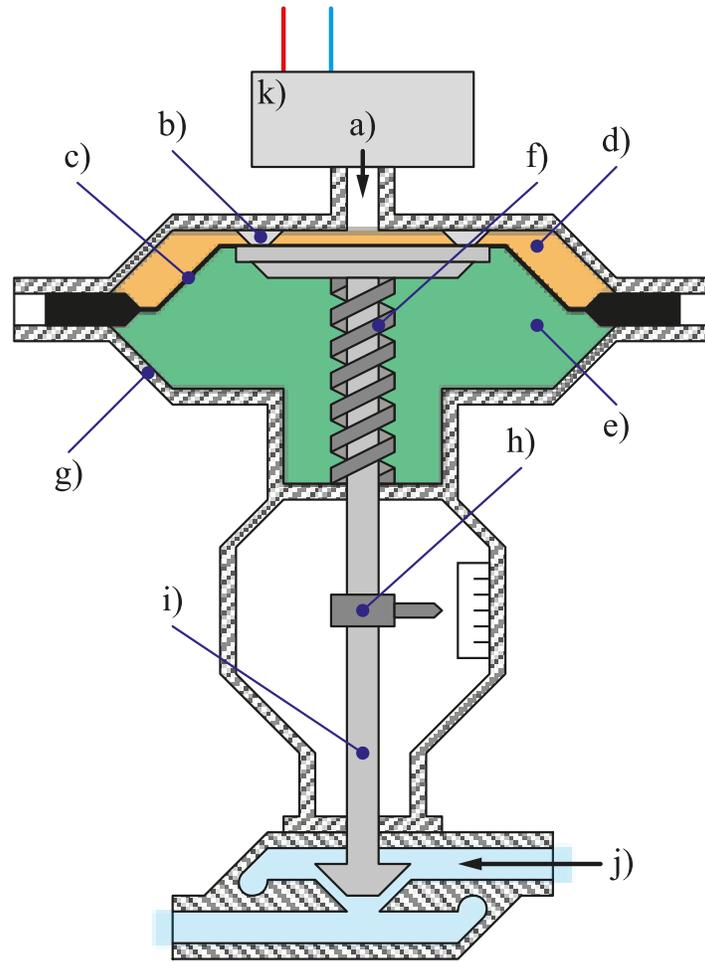


Abbildung 15: Pneumatisches Regelventil (luftschließend) (a: Luftzufuhr, b: mechanischer Abstandshalter, c: Diaphragma, d: obere Kammer, e: untere Kammer, f: Feder, g: Gehäuse, h: lokaler Positoinsanzeiger, i: Stempel, j: Durchflussrichtung und k: Messwandler)

Viele heute verwendete Ventile haben einen **Stellungsregler** eingebaut. Dieser hat die Aufgabe, potenzielle Fehler im Ventil zu erkennen und zu korrigieren. Hierfür vergleicht dieses Bauteil die aktuelle Position des Ventils mit der Referenzposition und regelt Fehler durch Änderung des Luftdrucks zu Null aus.

Das Verhalten von Ventilen wird normalerweise anhand des Anteils (in %) beschrieben, wie weit das Ventil geöffnet oder geschlossen ist. Hierdurch wird die Kenntnis der exakten Durchflussmengen nicht mehr explizit vorausgesetzt. Die Durchflussraten werden deshalb in %offen (also wie viel Prozent das Ventil geöffnet ist) angegeben.

Die Auswahl des richtigen Ventils im Rahmen einer Automatisierung ist sehr wichtig. Es gibt zwei wesentliche Parameter, die bei Ventilen zu beachten sind: Dimensionierung und Leistungsfähigkeit.

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 2.3.1.1: Dimensionierung von Ventilen

Regelventile müssen genau wie Rohrleitungen, Wärmetauscher und andere Prozessausrüstungen dimensioniert werden. Die Dimensionierung eines Regelventils legt dabei den Bereich fest, in welchem sich die Durchflussraten bewegen dürfen, damit das Ventil einen hydrodynamisch stabilen Durchfluss generieren kann.

Ist ein Ventil zu klein dimensioniert, kann es selbst bei voller Öffnung nicht so viel Durchfluss generieren, wie für den Prozess benötigt wird. Ein Regelventil muss wesentlich höhere Durchflüsse erlauben, als im statischen Zustand benötigt, damit ein reibungsloser Betrieb bzw. eine Reaktion auf betriebliche Veränderungen möglich sind. Ein Ventil gilt als überdimensioniert, wenn es zwar in Regionen großen Durchflusses gut arbeitet, bei geringen Durchflüssen aber schlecht regelbar ist. Aus bauteilspezifischen Gründen sind Ventile verhältnismäßig ungenaue Einrichtungen und der relative Fehler wird am größten, wenn das Ventil nahezu vollständig geschlossen ist.

Ist ein Ventil weniger als 10 % offen, so ist es aus praktischer Sicht geschlossen, ist es dagegen mehr als 90 % offen, so kann es als offen betrachtet werden. Der optimale Betriebsbereich für ein Ventil liegt also zwischen 10 und 90 % offen.

Zur Überprüfung, ob ein Ventil über- oder unterdimensioniert ist, werden die im Einsatz aufgenommenen Ausgangswerte des Reglers untersucht. Ist das Ventil für einen Großteil der Zeit vollständig geöffnet, so ist es höchstwahrscheinlich unterdimensioniert, wird es die meiste Zeit unter 10 % ausgelastet oder ist der maximale Durchfluss bereits vor einer maximalen Öffnung erreicht, so ist es für die Aufgabe überdimensioniert.

Abschnitt 2.3.1.2: Dynamisches Verhalten von Ventilen

In den meisten Fällen, in denen Ventile im Rahmen einer Automatisierung eingesetzt werden, ist es anstrebenswert, dass der Verlauf des Flusses durch das Ventil eine lineare Funktion der Ventilposition ist. Ist das Ergebnis der Darstellung %offen gegen den Durchfluss im stationären Zustand eine Gerade, so heißt das Verhalten des Ventils linear. Weiterhin existieren die in Abbildung 16 gezeigten zwei weiteren Typen des **schnellöffnenden** und des **gleichprozentigen** Ventils. Ein schnellöffnendes Ventil erreicht, wie der Name schon vermuten lässt, sehr schnell die maximale Durchflussrate, wohingegen ein gleichprozentiges Ventil sich langsamer der maximalen Durchflussrate annähert. Das Ventilverhalten wird durch den Hersteller festgelegt, weshalb es oft

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

als **spezifische Ventilkennlinie** bezeichnet wird. Weist das Ventil eine nichtlineare Charakteristik auf, so ist es meist sinnvoller, einen Block vor das Ventil zu schalten, der die Durchfluss-Vorgaben in Prozent umrechnet, anstatt von einer linearen Charakteristik auszugehen.

Da es sich bei Ventilen um mechanische Systeme handelt, ist der Aspekt der Reibung nicht zu vernachlässigen. Hierbei werden **statische** und **dynamische** Nichtlinearitäten unterschieden. Statische Nichtlinearität bezieht sich auf die bei einsetzenden Veränderungen in der Ventilposition durch Haftreibung eingebrachte Nichtlinearität, wohingegen dynamische Nichtlinearität meist aus dynamischen Reibeffekten zwischen Ventilschaft und Ventildichtung abzuleiten ist. Die Haftreibung zwischen Schaft und Dichtung bewirkt, dass sich das Ventil nicht bewegt, wenn kleine Änderungen im Steuersignal (Luftdruck) vorgenommen werden. Die Haftreibung kann die Steuerungsfunktion des Ventils maßgeblich beeinflussen.

Um die statischen und dynamischen Nichtlinearitäten in einem Ventil zu detektieren, ist es sinnvoll, dieses von 0 % Öffnung über 100 % Öffnung wieder auf 0 % zu bringen. Werden die so erhaltenen Daten gegen %offen dargestellt, so erhält man einen Graphen wie in Abbildung 17. Das ideale Verhalten des Ventils ist in dieser Abbildung als gestrichelte Linie dargestellt. Statische Nichtlinearitäten enthalten **Totbereiche**, in denen sich die Durchflussrate trotz eines veränderten Eingangssignals nicht ändert, und **Haftgleiteffekte**. Dynamische Nichtlinearitäten, also **Hysteresen**, werden durch den Abstand der beiden Linien dargestellt. Haftgleiteffekte entstehen durch Haftreibung, die erst überwunden werden muss, bevor das Ventil seine Position verändert. Da dynamische Reibeffekte deutlich schwächer ausgeprägt sind als statische Reibeffekte, wird das Ventil, sobald es sich in Bewegung setzt, über die durch die Kraft definierte Position hinauschieben. Dadurch sieht die Kurve aus wie eine Treppe. Hysterese rührt von der Differenz zwischen gemessener Durchflussrate beim Öffnen und beim Schließen eines Ventils her. Dieser Effekt lässt sich über den unterschiedlichen Einfluss der dynamischen Reibung erklären. So ist das Ventil beim Öffnen aufgrund der dynamischen Reibung weniger geöffnet als angestrebt, wohingegen es beim Schließen stärker geöffnet ist als vorgegeben, d. h. weniger geschlossen als angestrebt.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

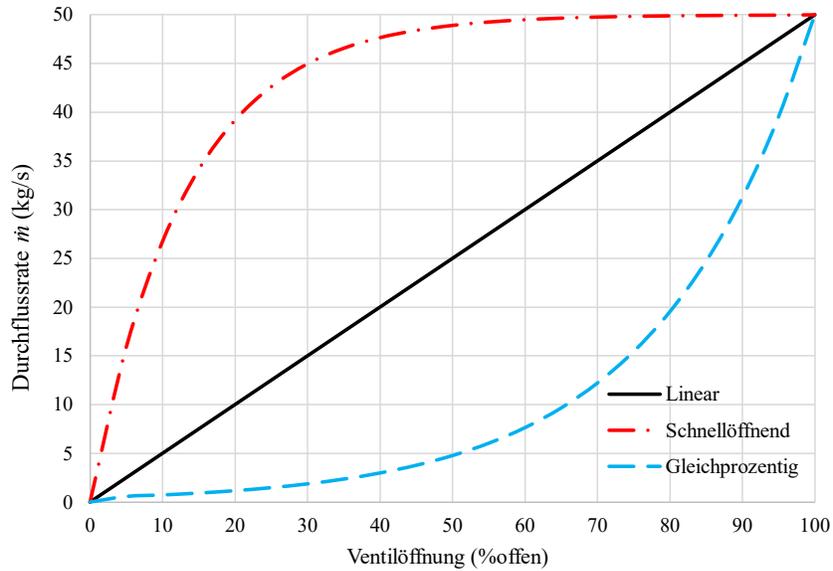


Abbildung 16: Inhärente Ventilkennlinie

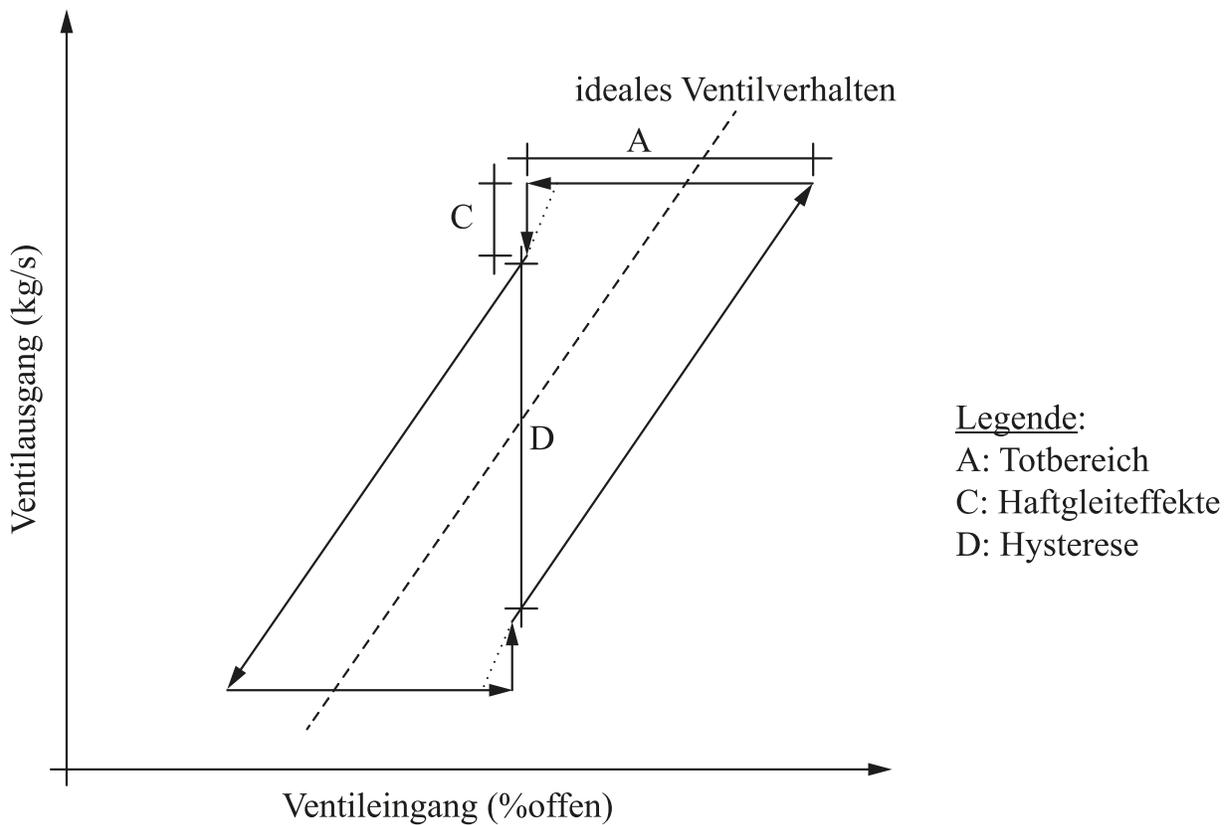


Abbildung 17: Phasendiagramm typischen Ventilhaltens für Ventil mit Reibung (nach (Shoukat Choudhury, Thornhill, & Shah, 2005)). Die Pfeile verdeutlichen die Richtung, in die die Werte verändert wurden.

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 2.3.2: Pumpen

Ein weiterer Akteur, der die Durchflussrate eines strömenden Fluid kontrolliert, ist die Pumpe. Eine Pumpe ist ein mechanisches Gerät, das ein Fluid, meist eine Flüssigkeit, aus einem Vorratsbehälter in einen anderen Behälter transportiert. Die hauptsächlich eingesetzten Pumpentypen sind Zentrifugalpumpen, Verdrängerpumpen und Axialkolbenpumpen. Bei Zentrifugalpumpen ändert sich die Richtung des fließenden Mediums um 90° beim Überströmen des Laufrads, wohingegen sich die Fließrichtung bei Axialkolbenpumpen nicht ändert. Bei Verdrängerpumpen wird das Fluid in einem fixierten Volumen festgehalten und anschließend in die Abflussleitung gedrückt (verdrängt). Ein gutes Beispiel für die Verdrängerpumpe ist die traditionelle Handpumpe. Am häufigsten wird von diesen drei Pumpentypen jedoch die Zentrifugalpumpe genutzt. Die Verdrängerpumpen kommen immer dann zum Einsatz, wenn kleine Durchflussmengen erwartet werden oder hohe Präzision notwendig ist. Abbildung 18 zeigt schematisch eine Zentrifugalpumpe, während Abbildung 19 den Schnitt durch eine Verdrängerpumpe darstellt.

Im Vergleich zu Ventilen ermöglichen Pumpen eine bessere Regelung der Durchflussrate und haben weniger stark nichtlineare Kennlinien. Andererseits haben sie unter Umständen wesentlich höhere Energiebedarfe als Ventile. Die wichtigsten Aspekte für eine Pumpe sind, wie auch bei den Ventilen, die **Dimensionierung** und das **dynamische Verhalten**.

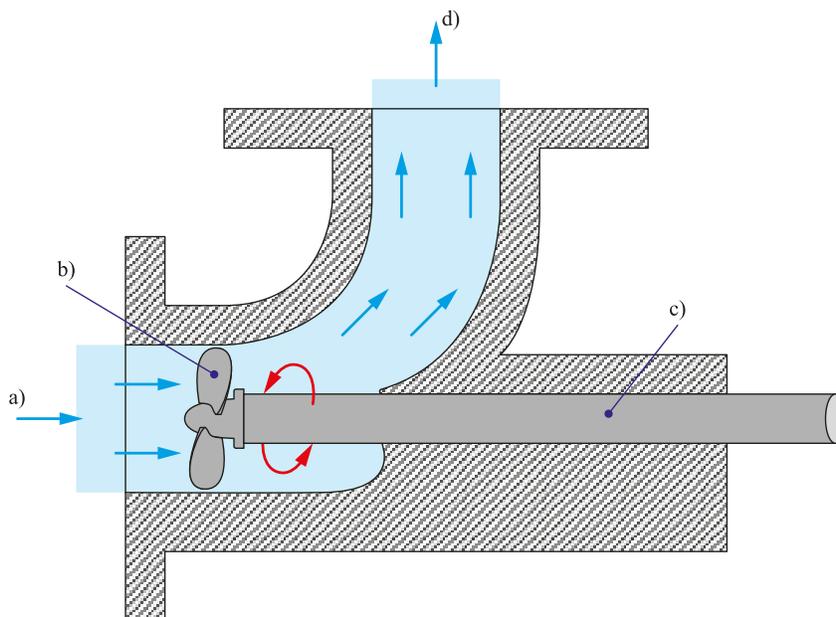


Abbildung 18: Zentrifugalpumpe (a: Einfluss, b: Propeller, c: Welle und d: Ausfluss)

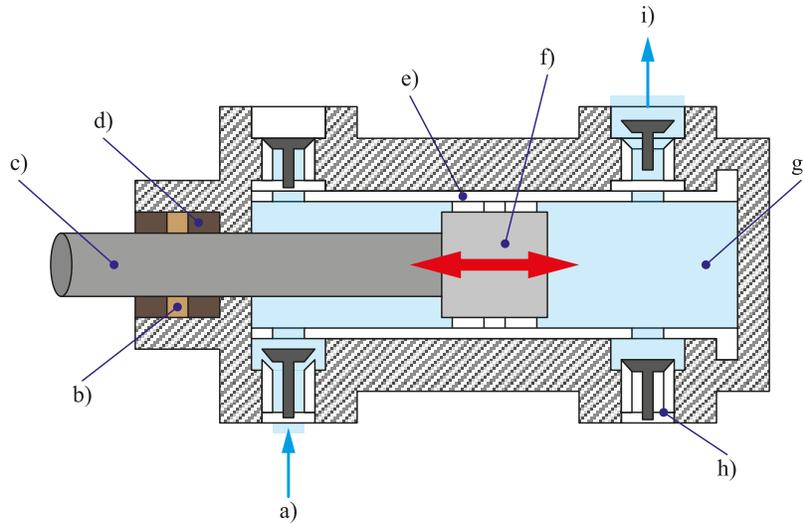


Abbildung 19: Verdrängerpumpe (a: Einfluss, b: Packung, c: Pleuelstange, d: Stopfbuchspackung, e: Auskleidung, f: Kolben, g: Arbeitsfluid, h: Ventil, and i: Ausfluss)

Abschnitt 2.3.2.1: Dimensionierung von Pumpen

Regelpumpen müssen, genau wie Rohrleitungen, Wärmetauscher und anderes Prozessequipment, spezifiziert werden. Die Dimensionierung einer Regelpumpe bestimmt den Bereich an Durchflussraten, über den die Pumpe einen hydrodynamisch stabilen Durchfluss erzeugen kann.

Eine Pumpe, die im Betrieb nicht genug Durchfluss erzeugt, obwohl sie bereits unter Vollast arbeitet, gilt als unterdimensioniert. Eine Regelpumpe muss einen größeren Durchsatz als den für den statisch geforderten Zustand, bereitstellen, um betriebliche Schwankungen ausgleichen zu können. Eine überdimensionierte Pumpe erzeugt zwar einen genügend großen Volumenstrom, ist jedoch nicht in der Lage, bei kleinen Durchflussraten eine angemessene Regelung zu gewährleisten.

Arbeiten Pumpen die meiste Zeit unterhalb von 10 % ihrer Leistungsfähigkeit, gelten sie als überdimensioniert, sind es mehr als 90 % sind die Pumpen unterdimensioniert.

Abschnitt 2.3.2.2: Dynamisches Verhalten von Pumpen

Im Gegensatz zu Ventilen ist die Charakteristik von Pumpen leichter definierbar. Im Allgemeinen kann ihr Verhalten als linear betrachtet werden. Bei einigen Pumpentypen kann es passieren, dass im niedrigen Durchflussbereich ein **Totbereich** auftritt, d. h. dass kein signifikanter Fluss zu erkennen ist. Das ist damit zu erklären, dass die Pumpe in diesem Bereich die Schwerkraft

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

und vorhandene Einflüsse von Reibung noch nicht überwinden und somit keinen Durchfluss generieren kann.

Das Verhalten einer Pumpe wird, durch die vom Hersteller meist mitgelieferte Pumpenkennlinie, beschrieben. Eine typische Pumpenkennlinie für eine Zentrifugalpumpe zeigt Abbildung 20. Die **Förderhöhe** der Pumpe H ist vornehmlich als Längenangabe (Meter) zu finden und beschreibt, wie hoch eine Pumpe eine bestimmte Flüssigkeitssäule transportieren kann. Hierdurch wird also die effektive Druckdifferenz beschrieben, die eine Pumpe überwinden kann. Der **Wirkungsgrad** η einer Pumpe beschreibt, wie viel der in die Pumpe eingespeisten Leistung in potenzielle Energie der Flüssigkeit umgewandelt wird. Wie bei vielen technischen Anwendungen gilt: je höher der Wirkungsgrad, desto besser. Für Zentrifugalpumpen entspricht die **Haltedruckhöhe** (NPSH) dem minimalen Druck in der Pumpe, bevor Kavitation einsetzt. Kavitation beschreibt den Effekt, dass die Flüssigkeit in der Pumpe zu kochen anfängt. Dieser Effekt ist unerwünscht, weshalb der Druck im Innenteil der Pumpe höher sein muss als der in der Spezifikation angegebene Wert.

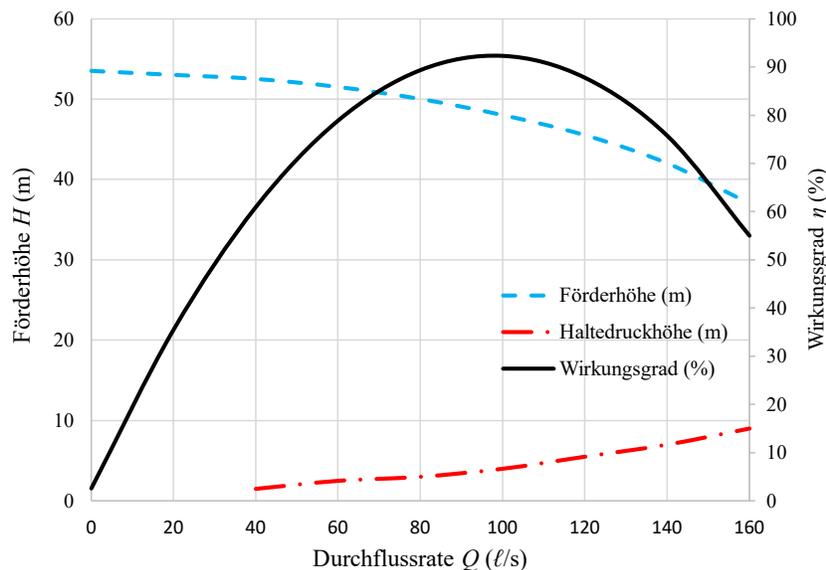


Abbildung 20: Typische Pumpenkennlinie einer Zentrifugalpumpe

Abschnitt 2.3.3: Stromändernde Geräte

Das letzte betrachtete Gerät rund um die Aktoren ist ein stromänderndes Gerät. Es hat die Aufgabe Ströme am Eingang des Systems für dieses anzupassen. Da es sich hier um mechanische Geräte handelt, werden Probleme wie Nichtlinearitäten oder unvorhergesehenes Verhalten nicht

auftreten. Wie bei allen technischen Geräten ist auch hier die Dimensionierung wichtig und muss auf die vorgegebenen Parameter angepasst werden.

Abschnitt 2.4: Speicherprogrammierbare Steuerung (SPS)

Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS) sind kleine robuste Computer. Sie werden in der Industrie oft zur Überwachung von Prozessen wie Fertigungsstraßen, Robotern oder chemischen Reaktionen eingesetzt. SPS erlauben ein Aufzeichnen von verschiedenen Signalen und deren Weiterverarbeitung so, dass daraus Entscheidungen bzw. notwendige Aktionen abgeleitet werden können. Durch ihre Rechenleistung können sie auch komplexere mathematische oder logische Funktionen ausführen, mithilfe derer der Prozess gesteuert werden kann.

Wie in Abbildung 21, dargestellt, besteht eine typische SPS aus sechs Komponenten:

- 1) **Eingänge:** Hier werden nutzbare (meist elektrische) Signale von Sensoren oder Switchen in den SPS eingekoppelt.
- 2) **Energieversorgung:** Hier wird die Energie bereitgestellt, die die SPS zum Arbeiten benötigt. Intern wird in der SPS meist der 5-V-Standard verwendet, von außen können jedoch Spannungen von 230 V AC, 120 V AC oder auch 24 V DC anliegen. Somit besteht eine der Aufgaben einer Energieversorgung darin, die externe Spannung in die von der SPS verwendete Spannung umzuwandeln. Da die externe Spannungsversorgung je nach Standort variieren kann, zum Beispiel 230 V in Europa und 120 V in Nordamerika, wird die SPS-Energieversorgung als austauschbares Modul gebaut, das je nach vorhandener externer Spannungsversorgung gewechselt werden kann.
- 3) **Zentrale Verarbeitungseinheit (ZVE oder CPU):** Die ZVE ist das „Gehirn“ der SPS, hier werden alle Instruktionen, Kalkulationen, Operationen und Kontrollfunktionen ausgeführt.
- 4) **Speicher:** Die SPS braucht einen Speicher oder die Möglichkeit, Informationen für zukünftige Zwecke zu speichern. Der verfügbare Speicherplatz ist abhängig von der SPS und den aufgespielten Programmen. In manchen SPS können externe Speichermedien zur Aufstockung des Speicherplatzes eingesetzt werden. Im Wesentlichen sind zwei Speichertypen zu unterscheiden:
 - a. **Festwertspeicher (ROM):** Ein ROM ist ein permanenter Speicher für Informationen. Da ein echter ROM nicht gelöscht werden kann, werden in der Praxis sog.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

löschrbare programmierbare ROM (EPROM) eingesetzt, sodass Aktualisierungen für das Betriebssystem der SPS eingespielt werden können.

- b. **Direktzugriffsspeicher (RAM):** Ein RAM wird verwendet, um alle weiteren Informationen für eine SPS zu speichern. Hierzu zählen Programme und Variablen. Der Zugriff auf den RAM ist sehr schnell, wobei bei einem Ausfall der Energieversorgung auch die Daten gelöscht werden. Deshalb haben viele SPS einen eigenen Energiespeicher verbaut, der es erlaubt, die Daten aus dem RAM während einer Unterbrechung der Energieversorgung zu erhalten.
- 5) **Kommunikationseinheit:** Die Kommunikationseinheit erlaubt es der SPS, mit anderen Geräten über vorher festgelegte Protokolle zu kommunizieren. Oftmals besteht dieser Austausch aus einem Senden neuer oder aktualisierter Programme an die SPS. Im Allgemeinen ermöglicht die Kommunikationseinheit eine Verbindung zu einem Bedienerpanel, Druckern, Netzwerken oder anderen Computern aufzubauen.
- 6) **Ausgänge:** Hier wird der Informationsaustausch mit anderen Geräten ermöglicht, sodass die SPS Handlungsanweisungen an die anderen Geräte wie bspw. Motoren, Ventile, Pumpen und Alarmanlagen versenden kann.

Innerhalb einer SPS erfolgt die Kommunikation über Kupferkabel, sog. **Busse**. Busse bestehen aus Kabelbündeln, die einen Transfer von binären Informationen ermöglichen. Sind beispielsweise 8 Leitungen vorhanden, so können 8 Informationsbits pro Bus transportiert werden.

Eine typische SPS enthält vier Bussysteme:

- 1) **Datenbus:** Der Datenbus wird verwendet, um Informationen zwischen ZVE, Speicher und den Ein- und Ausgängen (E/A) auszutauschen.
- 2) **Addressbus:** Der Addressbus wird verwendet, um Speicheradressen weiterzugeben, von denen Daten geholt oder auf die Daten geschrieben werden sollen.
- 3) **Kontrollbus:** Der Kontrollbus wird verwendet, um den Datenverkehr auf verschiedenen Leitungen zu kontrollieren und zu synchronisieren.
- 4) **Systembus:** Der Systembus wird für die Kommunikation zwischen Eingängen und Ausgängen verwendet.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.



Abbildung 21: Aufbau einer SPS

Da eine SPS ähnlich wie ein Computer funktioniert, muss eine SPS programmiert werden, damit sie sinnvoll eingesetzt werden kann. Die Hauptanwendung von SPS ist die Überwachung und Regelung eines **Prozesses**. Ein Prozess in diesem Zusammenhang ist dabei alles, was Überwachung und Regelung benötigt. Das kann von einem einfachen System, dessen Ausgangswert auf einem bestimmten Pegel gehalten werden soll, bis hin zu einer komplexen Umgebung wie bspw. einem Raum, bei dem Kohlenmonoxidwerte, Temperatur und Luftfeuchtigkeit durch verschiedene Geräte auf einem bestimmten Niveau gehalten werden sollen, reichen. In Bezug auf SPS befindet sich ein Prozess in einem bestimmten **Betriebsmodus**³, wenn der Prozess in einem speziellen Modus operiert, z. B. ist die Pumpe an oder aus oder sie arbeitet. Schließlich ist für die SPS noch ein **Nutzerprogramm** vonnöten, welches die Eingänge, internen Informationen und Ausgänge miteinander verknüpft und daraus Entscheidungen ableitet.

Bevor die Funktionsweise einer SPS genauer betrachtet wird, soll an dieser Stelle der Fokus auf die verschiedenen Betriebsmodi der SPS gelenkt werden. Im Allgemeinen werden hier **Programmier-, Stopp-, Fehler-, Diagnose- und Ausführungsmodus** unterschieden. Im Programmiermodus wird die SPS – üblicherweise über ein externes Gerät – programmiert. Im Stopp-Modus ist die SPS angehalten und kann lediglich Basisoperationen wie die Prüfung auf ihren Schaltzustand durchführen. Im Fehlermodus hat die SPS ein Problem erkannt und aufgehört zu arbeiten. Der Diagnosemodus dient der Prüfung und Validierung von Programmen, d. h. es werden keine Systemeingänge/-ausgänge verwendet, sondern oftmals Testsignale zur Überprüfung der Software. Im Ausführungsmodus führt die SPS normal die Berechnungen aus und arbeitet aktiv. Jeder

³ Oft auch als *Zustand* bezeichnet, wobei diese Bezeichnung vermieden wird, da sie in der Regelungstechnik bzw. Prozessanalyse eine andere Bedeutung hat.

Hersteller bezeichnet diese Betriebsmodi leicht unterschiedlich und es müssen nicht immer alle Modi in jeder SPS verfügbar sein.

Der wichtigste Modus für die Automatisierungstechnik ist der Ausführungsmodus. Hier führt die SPS vier Operationen in einem wiederkehrenden Zyklus aus:

- 1) **Interne Prozesse prüfen:** Hier überprüft die SPS ihren eigenen Zustand und entscheidet, ob sie bereit für den Einsatz ist. Sollte eine Rückmeldung von Hardware- oder Kommunikationsbausteinen fehlen, so ist die SPS in der Lage ein **Flag** zu setzen. Hierbei handelt es sich um eine logische Boolesche Adresse oder um ein optisches Signal. Dieses kann vom Nutzer dann auf einen Fehlerstatus hin untersucht werden. Normalerweise wird die SPS den Betrieb fortsetzen, außer es handelt sich um einen schwerwiegenden Fehler, dann wird der Betrieb (vorübergehend) gestoppt. In diesem Zustand werden außerdem softwarenahe Ereignisse ausgeführt. Beispiele sind das Aktualisieren des Takts, die Änderung der Betriebsmodi der SPS und das Zurücksetzen der Watchdogs. Bei einem **Watchdog** handelt es sich um einen Zähler, der verhindert, dass das Programm zu lang für die Ausführung benötigt. Beispielsweise werden *while*-Schleifen mit einem Watchdog versehen, damit sie sich nicht in einer Endlosschleife festlaufen und somit Rechenleistung blockieren.
- 2) **Eingänge lesen:** In diesem Schritt werden die aktuell anliegenden Eingänge ins System kopiert. D. h., dass die SPS nur mit den Werten aus dem Speicher arbeiten wird und nicht überprüft, ob diese die gerade aktuellen Werte sind. Weiterhin ist das Lesen der Eingangsgrößen vom Speicher wesentlich schneller als der wiederholte Import von den Eingängen.
- 3) **Programm ausführen:** Nach dem Einlesen der Eingänge werden die Programme in der Reihenfolge des Codes ausgeführt. Diese Reihenfolge ist fest, kann aber durch unterschiedliche **Priorisierung** oder die Verwendung von bedingten Anweisungen und Unterprogrammen verändert werden. In diesem Schritt werden nur interne Variablen und Ausgangsadressen verändert. Die physikalischen Ausgänge des Systems werden nicht beeinflusst.
- 4) **Ausgänge aktualisieren:** Nachdem das Programm beendet ist, wird der Ausgangsspeicher beschrieben, sodass der Status und die Werte am Ausgang aktualisiert werden können. Dieser Schritt beendet einen Zyklus und die SPS wird wieder von vorn bei der Prüfung der internen Prozesse beginnen.

Es zeigt sich, dass die SPS die obigen vier Schritte im Ausführungsmodus wiederholt ausführt. Die Frage ist nun, welcher Ansatz für die Wiederholung gewählt werden soll. Gemäß Konvention

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

heißt ein einzelner Durchlauf **Scan**, die benötigte Zeit **Zykluszeit**. In der Realität kann sich die Zykluszeit abhängig vom Scan ändern, denn je nach äußeren Bedingungen (externe Ereignisse, bedingte Verzweigungen) muss mehr oder weniger Code ausgeführt werden. Um die Wiederholungen effizient zusammenzufassen, kann ein Programm mit verschiedenen **Aufgaben** ausgestattet werden, deren Ausführung nach einer der drei folgenden Arten spezifiziert ist:

- 1) **Zyklische Ausführung:** Bei einer zyklischen Ausführung ist die Zeit zwischen den Scans festgelegt. Offensichtlich muss die Zeit so gesetzt sein, dass die SPS Zeit hat, alle nötigen Programmteile auszuführen. Gewisse Aufgaben wie Zählen oder Zeitmessung sollten immer zyklisch ausgeführt werden.
- 2) **Freilaufende Ausführung:** Bei der freilaufenden Ausführung startet der nächste Scan, sobald der vorherige beendet ist. Dies ist der schnellste Weg, um die Aufgaben auszuführen, da es keine Wartezeiten zwischen den Ausführungen gibt.
- 3) **Ereignisbasierte Ausführung:** Bei der ereignisbasierten Ausführung werden die Aufgaben nur dann ausgeführt, wenn eine bestimmte Boolesche Bedingung erfüllt ist. Die ereignisbasierte Ausführung wird v.a. für Stopp-Signale, das Anlaufen von Prozessen oder weitere außergewöhnliche Vorgänge verwendet.

Weiterhin ist es wichtig, die Natur der Aufgabe zu definieren, d. h. ob eine Aufgabe unterbrochen werden darf oder nicht. **Unterbrechbare** Aufgaben können unterbrochen werden, **nichtunterbrechbare** Aufgaben dürfen nicht unterbrochen werden. Den Unterschied zwischen den beiden Typen von Aufgaben zeigt Abbildung 22. Die Priorität einer Aufgabe muss in einer Rangfolge von hoch nach niedrig spezifiziert werden (die Details hängen von der genutzten SPS und der Normung ab).

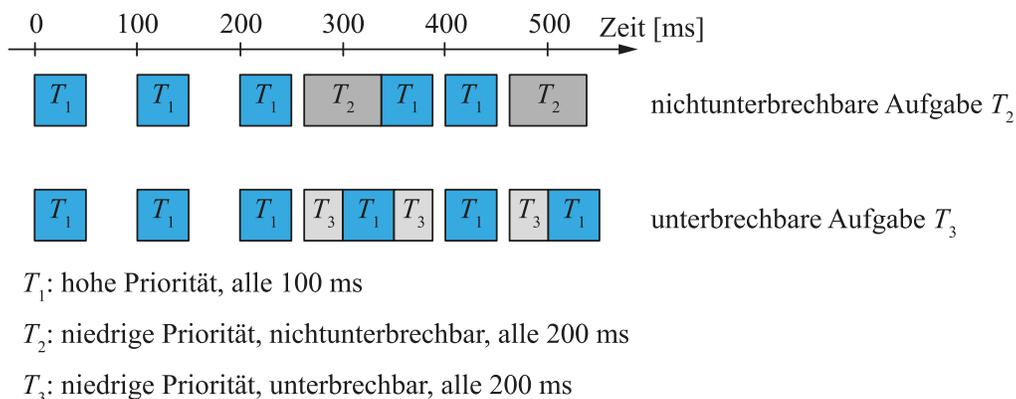


Abbildung 22: Unterbrechbare und nichtunterbrechbare Aufgabe

Abschnitt 2.5: Kommunikationsgeräte

Der letzte wichtige Typ an Geräten sind die Kommunikationsgeräte, welche es Sensoren, Aktoren und Kontrolllogik erlauben, miteinander zu kommunizieren. Die folgenden Geräte werden oftmals vorgefunden:

- 1) **Analog-Digital-Wandler** (auch *Analog-Digital-Umsetzer* oder **A/D-Wandler**): A/D-Wandler wandeln die analogen Sensorsignale in digitale Signale um. An diesem Punkt spielt die Quantisierung (bzw. deren Auflösung) eine entscheidende Rolle. Ist eine unzureichende Anzahl an Quantisierungsstufen vorhanden, so kann es vorkommen, dass die eingehenden Daten nicht genügend Informationen liefern.
- 2) **Digital-Analog-Wandler** (auch *Digital-Analog-Umsetzer* oder **D/A-Wandler**): D/A-Wandler wandeln die digitalen Signale eines Computers oder einer Software in analoge Signale um, die für Aktoren genutzt werden können. Oftmals genutzte Methoden sind Halteglieder nullter Ordnung, bei denen der aktuelle Wert so lange gehalten wird, bis ein neuer Wert anliegt, oder Halteglieder erster Ordnung, bei denen aus dem Mittelwert der vorhergehenden Werte der aktuelle Signalpegel bestimmt wird. Veränderungen treten auch hier erst dann auf, wenn ein neuer Wert anliegt. In den meisten Fällen wird ein Halteglied nullter Ordnung verwendet, da es wesentlich einfacher aufgebaut ist.
- 3) **Kontrollsoftware**: Die Kontrollsoftware kann entweder direkt auf der SPS angesiedelt oder in einem externen Computerprogramm implementiert sein.
- 4) **Datenhistorie**: In der Datenhistorie werden alle Werte für zukünftige Nutzung gespeichert. Die Wahl einer angemessenen Abtastzeit, bzw. wie schnell die Daten aufgenommen werden können, kann entscheidend für die Weiterverwendbarkeit der Daten für zukünftige Anwendungen sein.
- 5) **Netzwerkkabel, Switche und weitere Geräte**: Mit diesen Geräten wird die physikalische Konnektivität und somit eine Implementierung der Strategie gewährleistet.

Das Hauptproblem bei der Auslegung der Kommunikationsgeräte ist die verfügbare Bandbreite. Je schneller die Daten abgetastet werden und je mehr Berechnungen erforderlich sind, desto höhere Bandbreite und Rechenleistung werden benötigt.

In der Automatisierungstechnik können Signale nach verschiedensten Verfahren kodiert sein. Die zwei meistverwendeten Standards sind der strombasierte Ansatz von 4 bis 20 mA und

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

der druckbasierte Ansatz von 3 bis 15 psig.⁴ Beide Ansätze starten nicht mit Werten bei null, denn der Wert 0 ist entweder ein Indikator dafür, dass das Gerät nicht korrekt funktioniert oder dass der Wert tatsächlich null ist. Der Messwert 0 wird nach dem Ansatz des **lebenden Nullpunkts** einem bestimmten Strom-/Druckwert ungleich null aus dem Wertebereich zugeordnet, womit es möglich wird zwischen dem Wert 0 und einem fehlerhaften Wert zu unterscheiden. Durch die Einführung des Konzepts eines lebenden Nullpunkts ist es zudem möglich, Teile des verbleibenden Stroms/Drucks für den Betrieb des Geräts zu verwenden, d. h. auf zusätzliche Stromversorgung verzichten zu können. Das heißt, dass das Gerät auch in abgelegenen Gebieten ohne eigene Stromversorgung genutzt werden kann. Die untere Schranke ist historisch als der kleinste mess- bzw. bestimmbare Wert definiert. Die obere Schranke ist in den meisten Fällen so gewählt, dass ein Verhältnis von 1:5 zwischen unterer und oberer Schranke eingehalten wird.

Abschnitt 2.6: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 2.6.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Ein analoges Signal ist kontinuierlich sowohl im Zeit- als auch im Wertebereich.
- 2) Ein binäres Signal ist ein Beispiel für ein digitales Signal.
- 3) Ein Signal kann nur im Wertebereich diskretisiert werden.

⁴ Die Einheit *psi* steht für *pounds per square inch*. Der Umrechnungsfaktor lautet 1 psi = 6,894757 kPa. Das *g* steht für *gauge*, was Überdruck symbolisiert.

- 4) Ein präziser Sensor wird immer einen Wert nahe dem wahren Wert ausgeben.
- 5) Wenn der Messwert des Sensors 3 kg mit einer Standardabweichung von 0,5 kg beträgt und der wahre Wert bei 10 kg liegt, so kann man feststellen, dass der Sensor genau und präzise ist.
- 6) Die Druckdifferenz wird in einem Manometer mittels eines Wandlers bestimmt.
- 7) Mithilfe eines Differenzdrucksensors kann der Füllstand eines Tanks gemessen werden.
- 8) Venturi-Rohre sind ein Beispiel eines druckbasierten Durchflussmessgeräts.
- 9) Der Doppler-Effekt kann zur Bestimmung von Durchflussraten genutzt werden.
- 10) Der Seebeck-Effekt ermöglicht die Messung von Druckänderungen.
- 11) Ein Typ-J-Thermoelement kann genutzt werden, um die Temperatur geschmolzener Kieselerde (Mineralien mit hohem Siliziumgehalt) zu messen, wobei diese mindestens 1000°C beträgt.
- 12) Es ist nicht möglich, Temperaturen unter 0°C mithilfe von Thermoelementen zu messen.
- 13) Aktoren sollten so gewählt werden, dass sie in einem Bereich von 20 bis 60 % betrieben werden.
- 14) Ventile sind ein Typ von Aktoren, die den Durchfluss beschränken.
- 15) Ein luftschließendes Ventil bleibt offen, sollte die Luftzufuhr versagen.
- 16) Ein schnellöffnendes Ventil ist gut geeignet für eine schnelle Dosierung von Flüssigkeiten.
- 17) Haftgleiteffekte in Ventilen resultieren aus dynamischen Reibeinflüssen in den beweglichen Teilen.
- 18) Der Wirkungsgrad einer Pumpe repräsentiert den Druckgradienten, den sie bei einer bestimmten Durchflussrate erzeugen kann.
- 19) Eine SPS besteht aus Eingängen, Energieversorgung, ZVE, Speicher, Ausgängen und Kommunikationsgeräten.
- 20) Ein Bus in einer SPS ist ein Ort im Speicher, der für die Ablage von Informationen über den Speicherort verschiedener Variablen genutzt wird.
- 21) Eine SPS im Programmiermodus wird von einem externen Gerät aus programmiert.
- 22) Ein Flag in einer SPS ist eine Boolesche Variable, die das Vorhandensein eines Fehlerzustands anzeigt.
- 23) Ein Watchdog in einer SPS ist eine Variable, die die SPS davor bewahrt, während des Ausführens von externen Nutzern unterbrochen zu werden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 24) Ein SPS-Zyklus ist die Zeit, die die SPS benötigt, um die Eingänge zu lesen.
- 25) Freilaufende Ausführung tritt dann auf, wenn eine SPS eine Aufgabe nur beim Auftreten eines externen Ereignisses ausführt.
- 26) Eine unterbrechbare Aufgabe kann nicht unterbrochen werden.
- 27) Ein Analog-Digital-Umsetzer ist in allen rechnergestützten Automatisierungslösungen zu finden.
- 28) Eine Datenhistorie sammelt die Daten aus einem Prozess.
- 29) Ein lebender Nullpunkt bedeutet dass, wenn das Signal den Wert null annimmt, der Strom einen Wert von 4 mA erreicht.
- 30) Eine SPS hat normalerweise einen Energiespeicher, um Energie für den Fall eines Versorgungsausfalls bereitzustellen.

Abschnitt 2.6.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mit einem einfachen, nicht programmierbaren und nicht grafikfähigen Taschenrechner mithilfe von Stift und Papier gelöst werden.

- 31) Nehmen Sie an, Sie sind beauftragt worden, ein Automatisierungssystem für eine Tür zu entwerfen, das anzeigt, wer sich an der Tür befindet. Falls nötig, soll es dem Hausbesitzer ermöglichen, die Tür zu öffnen. Listen Sie bitte alle Sensoren, Aktoren und weiteren Geräte, die Sie zur Ausführung dieser Aufgabe benötigen, auf.
- 32) Betrachten Sie die Aufgabe, die Temperatur in einem Glasschmelzofen zu überwachen. Welche Überlegungen sollten Sie in Betracht ziehen? Welche Sensoren würden Sie benutzen?
- 33) Betrachten Sie die Aufgabe, eine Mischung aus Sand, Wasser, Öl, Luft und verschiedenen Partikeln zu pumpen. Was müssen Sie beachten, wenn Sie die Pumpe konstruieren? Welche Arten von Sensoren würden Sie benutzen? Denken Sie, dass Sie sehr gute Ergebnisse erzielen werden?
- 34) Betrachten Sie die Daten aus Tabelle 2. Zeichnen Sie mithilfe der Daten die charakteristische Ventilkennlinie. Bestimmen Sie den Ventiltyp und geben Sie an, wie reproduzierbar die Werte sind. Gibt es statische oder dynamische Nichtlinearitäten? Wie können Sie dies bestimmen?

Tabelle 2: Daten zur Anfertigung der charakteristischen Ventilkennlinie (Aufgabe 34)

%offen	Durchflussrate, \dot{m} (kg/min)		
	Lauf 1	Lauf 2	Lauf 3
0	0	0	0
10	0.5	0.5	0.4
20	2.3	2.3	2.3
30	4	4	4
40	5.6	5.5	5.5
50	6.8	6.8	6.8
60	8	8	7.9
70	8.9	8.9	8.9
80	9.7	9.7	9.7
90	10.4	10.5	10.5
100	11	11	11

%offen	Durchflussrate, \dot{m} (kg/min)		
	Lauf 1	Lauf 2	Lauf 3
90	10.7	10.7	10.7
80	10	10	10
70	9.2	9.2	9.2
60	8.3	8.3	8.4
50	7.2	7.2	7.2
40	6	6	6
30	4.6	4.6	4.6
20	3	3	3
10	1.2	1.2	1.2
0	0	0	0

35) Betrachten Sie die Sensordaten aus Tabelle 3. Sie sollen herausfinden, ob der Sensor gut gegen die gemessenen Werte kalibriert ist. Bestimmen Sie, ob die Kalibrierung korrekt durchgeführt wurde. Sind die Werte verlässlich?

Tabelle 3: Sensor-Kalibrierungsdaten für Aufgabe 35

Gemessene Höhe (m)	Sensorwert (m)	
	Lauf 1	Lauf 2
0.00	0.02	0.03
0.10	0.115	0.105
0.15	0.149	0.152
0.20	0.229	0.215
0.25	0.248	0.251

Gemessene Höhe (m)	Sensorwert (m)	
	Lauf 1	Lauf 2
0.30	0.321	0.312
0.35	0.348	0.349
0.40	0.412	0.392
0.45	0.452	0.457
0.50	0.512	0.493

Kapitel 3: Mathematische Darstellung eines Prozesses

Um einen Prozess zu verstehen und nützliche Informationen über diesen bereitstellen zu können, ist es wichtig zu verstehen, wie verschiedene Prozesse und Systeme beschrieben werden können. In der Praxis haben sich zwei Beschreibungsformen etabliert: **mathematisch** und **schematisch**. Die mathematische Beschreibung fokussiert sich auf die Bereitstellung eines abstrakten Prozessmodells. Eine gute mathematische Beschreibung ermöglicht es, zu verstehen, wie das System im Moment arbeitet und wie es sich in der Zukunft verhalten wird. Eine schematische Beschreibung auf der anderen Seite erlaubt es, die Beziehungen zwischen den Komponenten und ihre Interaktion darzustellen. Es ist vorwiegend eine visuelle Repräsentation, die es erlaubt, den Prozess auf dem Papier darzustellen.

Oftmals genutzte mathematische Modelle sind das **Zustandsraummodell**, die **Übertragungsfunktion** und **Automaten**.

Abschnitt 3.1: Laplace- und z -Transformation

Bevor wir die mathematischen Modelle selbst betrachten, ist es hilfreich zwei typische Transformationen zwischen Zeit- und Frequenzbereich genauer zu betrachten: die Laplace- und die z -Transformation. Handelt es sich um eine kontinuierliche Funktion im Zeitbereich, so wird die **Laplace-Transformation** angewendet, wohingegen bei einer zeitdiskreten Funktion im Zeitbereich die **z -Transformation** genutzt wird.

Abschnitt 3.1.1: Laplace-Transformation

Die **Laplace-Transformation** transformiert eine Funktion vom Zeitbereich in den Frequenzbereich II.⁵ Dies ermöglicht die Lösung komplexer Differentialgleichungen als einfache algebraische Gleichungen. Durch diese Eigenschaft wird die Laplace-Transformation häufig in der

⁵ Im Gegensatz dazu wird der Bereich definiert durch $j\omega$ als Frequenzbereich I bezeichnet.

Automatisierungstechnik eingesetzt, um das Verhalten der Prozesse besser zu verstehen und Lösungen für verschiedene Regelungsprobleme zu erhalten.

Die Laplace-Transformation ist definiert als

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (1)$$

Hierbei ist F die Laplace-transformierte Funktion (Bildfunktion), f die Originalfunktion im Zeitbereich und s die Laplace-Variable. Konventionell wird die Laplace-Transformation durch ein Fraktur \mathcal{L} (U+1D50F) dargestellt, d.h. $F(s) = \mathcal{L}(f(t))$. Typischerweise wird die Rücktransformation vom Frequenzbereich in den Zeitbereich, also die inverse Laplacetransformation, durch das Symbol \mathcal{L}^{-1} dargestellt. Tabelle 4 enthält eine Zusammenfassung der wichtigsten Laplace-Transformationspaare. Die Laplace-Transformation hat zudem folgende nützliche Eigenschaften:

- 1) **Linearität:** $\mathcal{L}(f + g) = \mathcal{L}(f) + \mathcal{L}(g)$.
- 2) **Superposition:** $\mathcal{L}(\alpha f) = \alpha \mathcal{L}(f)$.
- 3) **Faltung:** $\mathcal{L}(f * g) = \mathcal{L}\left(\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau\right) = F(s)G(s)$.
- 4) **Verschiebungssätze:** Die folgenden Regeln können für die Lösung von Aufgabenstellungen mithilfe der Laplace-Transformation hilfreich sein:

$$\mathcal{L}(f(t-a)u(t-a)) = e^{-as}F(s) \quad (2)$$

$$\mathcal{L}(g(t)u(t-a)) = e^{-as}\mathcal{L}(g(t+a)) \quad (3)$$

$$\mathcal{L}(\delta(t-a)) = e^{-as} \quad (4)$$

$$\mathcal{L}(f(t)\delta(t-a)) = f(a)e^{-as} \quad (5)$$

- 5) **Grenzwertsatz:** Unter der Annahme, dass die Polstellen (Nullstellen des Nenners) der Übertragungsfunktion in der linken komplexen Halbebene⁶ liegen, dann gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) \quad (6)$$

- 6) **Anfangswertsatz:** Der Funktionswert im Zeitbereich für den Startzeitpunkt $t = 0$ ist gegeben durch

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s) \quad (7)$$

⁶ Äquivalente Aussagen: Der Realteil aller Polstellen muss kleiner 0 sein oder das System ist stabil.

Tabelle 4: Übersicht über typische Laplace-Transformationspaare

Beschreibung	Zeitbereich	Frequenzbereich
	$f(t)$	$F(s)$
Dirac Delta oder Impulsfunktion, δ	$\delta(t-a) = \begin{cases} 0 & t \neq a \\ \infty & t = a \end{cases}$	e^{-as}
Einheitssprung, u	$u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$	s^{-1}
Polynome	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$
Exponentialfunktion	e^{-at}	$(s+a)^{-1}$
Cosinus	$e^{-at} \cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
Sinus	$e^{-at} \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
Ableitung	$\frac{d^n f}{dt^n} = f^{(n)}$	$s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{k-1} f^{(n-k)}(0)$ ⁷
Integration	$\int f(t) dt$	$\frac{1}{s} F(s)$
Zeitverschiebung (oder Totzeit)	$f(t-a) u(t-a)$	$e^{-as} F(s)$

Oftmals ist es notwendig, eine gegebene Laplace-Transformierte in den Zeitbereich rückzutransformieren. Dies kann durch die Nutzung der inversen Laplace-Transformation \mathfrak{L}^{-1} erfolgen, sodass $\mathfrak{L}^{-1}(\mathfrak{L}(f(t))) = f(t)$. In den meisten Problemen der Automatisierungstechnik reduziert sich der allgemeine Fall auf das Finden von Zeitbereichsrepräsentationen einiger rationaler Funktionen in s . In diesem Fall kann die Partialbruchzerlegung (siehe Anhang I) zur Aufteilung des Bruchs im

⁷ Wenn angenommen wird, dass das System sich initial in einem stationären Zustand befindet und Abweichungsvariablen verwendet werden, so sind alle Ableitungen gleich Null und die Gleichung wird auf den ersten Term $s^n F(s)$ reduziert.

Frequenzbereich in seine Komponenten verwendet werden, sodass die bekannten Transformationspaare aus Tabelle 5 nutzbar werden.

Tabelle 5: Nützliche inverse Laplace-Transformationspaare

$\mathfrak{L}(f(t))$	$f(t)$
$\frac{A}{Cs+D}$	$\frac{A}{C}e^{\frac{-D}{C}t}$
$\frac{A}{(Cs+D)^n}$	$\frac{A}{(n-1)!C^n}t^{n-1}e^{\frac{-D}{C}t}$
$\frac{Cs+E}{\alpha s^2+\beta s+\gamma}$ (irreduzible Quadratform)	$\left(\frac{E-\frac{C\beta}{2\alpha}}{\sqrt{\alpha\rho}}\right)e^{\frac{-\beta}{2\alpha}t}\sin\left(t\sqrt{\frac{\rho}{\alpha}}\right)+\left(\frac{C}{\alpha}\right)e^{\frac{-\beta}{2\alpha}t}\cos\left(t\sqrt{\frac{\rho}{\alpha}}\right)$ mit $\rho=\gamma-\frac{\beta^2}{4\alpha}\geq 0$
$\frac{Cs+D}{(\alpha s^2+\beta s+\gamma)^n}$ (irreduzible Quadratform)	$\left(\frac{C}{\alpha^n(n-2)!}\right)\left[\left(t^{n-2}e^{\frac{-\beta}{2\alpha}t}\right)\otimes\left(e^{\frac{-\beta}{2\alpha}t}\cos\left(t\sqrt{\frac{\rho}{\alpha}}\right)\right)^{\otimes n}\right]+$ $\left(\frac{2\alpha D-C\beta}{2\alpha^{n+1}}\left(\frac{\alpha}{\rho}\right)^{n/2}\right)\left(e^{\frac{-\beta}{2\alpha}t}\sin\left(t\sqrt{\frac{\rho}{\alpha}}\right)\right)^{\otimes n}$ mit $n\neq 1$, $\rho=\gamma-\frac{\beta^2}{4\alpha}\geq 0$, \otimes ist die Faltung und $(f)^{\otimes n}$ als die n -fache Faltung von f , d.h. $\underbrace{f\otimes f\otimes f\cdots f}_{n\text{ Mal}}$.

Beispiel 1: Laplace-Transformation

Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte der Funktion

$$y_t = t^5 + e^{-5t} \cos(7t) \tag{8}$$

Lösung

Nachdem die Laplace-Transformation linear ist, können wir die Laplace-Transformierten der Summanden einzeln bestimmen und die Teile anschließend wieder zusammensetzen. Tabelle 4, liefert uns

$$\mathcal{L}\left(\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\right) = \frac{1}{s^n} \quad (9)$$

Setzen wir $n - 1 = 5$, was dem Exponenten von t^5 entspricht und beachten wird, dass wir beide Seiten mit dem Faktor $(n - 1)!$ multiplizieren müssen, so erhalten wir eine Laplace-Transformierte von

$$\mathcal{L}(t^5) = \frac{5!}{s^6} \quad (10)$$

Aus Tabelle 4 erhalten wir analog für den zweiten Summanden

$$\mathcal{L}(e^{-at} \cos(\omega t)) = \frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2} \quad (11)$$

Verglichen mit der vorliegenden Form sehen wir, dass $a = 5$ und $\omega = 7$. Somit ergibt sich die Laplace-Transformierte zu

$$\mathcal{L}(e^{-5t} \cos(7t)) = \frac{s + 5}{(s + 5)^2 + 7^2} \quad (12)$$

Die Kombination der Laplace-Transformierten der beiden Summanden ergibt

$$\mathcal{L}(t^5 + e^{-5t} \cos(7t)) = \frac{5!}{s^6} + \frac{s + 5}{(s + 5)^2 + 7^2} \quad (13)$$

Dies ist gleichzeitig die Laplace-Transformierte der Funktion y_t .

Beispiel 2: Inverse Laplace-Transformation

Bestimmen Sie die Zeitbereichsdarstellung der folgenden Laplace-Transformierten (Hinweis: Die Funktion ist bereits als Partialbruchzerlegung dargestellt)

$$Y(s) = \frac{5}{10s + 1} + \frac{8}{(2s + 1)^5} \quad (14)$$

Lösung

Die Lösung bestimmen wir, indem wir beide Partialbrüche separat betrachten und mit den in Tabelle 5 gegebenen Termen vergleichen. Für den ersten Summanden ergibt sich die Transformation gemäß Tabelle 5 zu

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{A}{Cs + D}\right) = \frac{A}{C} e^{\frac{-D}{C}t} \quad (15)$$

Aus dem Vergleich der allgemeinen Form mit dem ersten Summanden erkennen wir, dass $A = 5$, $C = 10$ und $D = 1$ ist, woraufhin sich die inverse Laplace-Transformierte ergibt:

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{10s+1}\right) = \frac{5}{10}e^{\frac{-1}{10}t} = 0,5e^{-0,1t} \quad (16)$$

Die allgemeine Form für den zweiten Term lautet

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{A}{(Cs+D)^n}\right) = \frac{A}{(n-1)!C^n}t^{n-1}e^{\frac{-D}{C}t} \quad (17)$$

Aus dem Vergleich der allgemeinen Form mit dem ersten Summanden erkennen wir, dass $A = 8$, $C = 2$, $D = 1$ und $n = 5$ ist, woraufhin sich die inverse Laplace-Transformierte ergibt:

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{8}{(2s+1)^5}\right) = \frac{8}{(5-1)!2^5}t^{5-1}e^{\frac{-1}{2}t} = \frac{1}{96}t^4e^{-0,5t} \quad (18)$$

Die Kombination der beiden Terme ergibt die zugehörige Funktion im Zeitbereich:

$$y_t = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{10s+1} + \frac{8}{(2s+1)^5}\right) = 0,5e^{-0,1t} + \frac{1}{96}t^4e^{-0,5t} \quad (19)$$

Abschnitt 3.1.2: Z-Transformation

Die **z-Transformation** transformiert eine zeitdiskrete Funktion vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Dies ermöglicht die Lösung komplexer Differenzgleichungen als einfache algebraische Gleichungen. Durch diese Eigenschaft wird die z-Transformation häufig in der Automatisierungstechnik eingesetzt, um das Verhalten der Prozesse besser zu verstehen und Lösungen für verschiedene Regelungsprobleme zu erhalten.

Die z-Transformation ist definiert als

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^{-n} \quad (20)$$

Hierbei ist F die z-transformierte Funktion (Bildfunktion), f die Originalfunktion im Zeitbereich und Z die Transformationsvariable. Konventionell wird die z-Transformation durch ein Schreibschrift \mathcal{Z} , (U+1D4B5) dargestellt. Tabelle 6 enthält eine Zusammenfassung der wichtigsten z-Transformationspaare. Die z-Transformation hat zudem folgende nützliche Eigenschaften:

- 1) **Linearität:** $\mathcal{Z}(f + g) = \mathcal{Z}(f) + \mathcal{Z}(g)$.

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

2) **Superposition:** $\mathcal{Z}(\alpha f) = \alpha \mathcal{Z}(f)$.

3) **Endwertsatz:** Unter der Annahme, dass die Polstellen (Nullstellen des Nenners) innerhalb des Einheitskreises⁸ liegen, so gilt

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f_k = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) F(z) \quad (21)$$

4) **Anfangswertsatz:** Der Wert im Zeitbereich für den Startpunkt $k = 0$ ist gegeben durch

$$\lim_{k \rightarrow 0} f_k = \lim_{z \rightarrow \infty} z F(z) \quad (22)$$

Tabelle 6: Übersicht über typische z -Transformationspaare (T_s ist die Abtastzeit)

Beschreibung	Zeitbereich (kontinuierlich) $f(t)$	Zeitbereich (diskret) $f(k T_s)$	Frequenzbereich $F(z)$
Dirac Delta oder Impuls- funktion, δ	$\delta(t-a) = \begin{cases} 0 & t \neq a \\ \infty & t = a \end{cases}$	$\delta_{k-a} = \begin{cases} 0 & k \neq a \\ \infty & k = a \end{cases}$	z^{-a}
Einheits- sprung, u	$u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$	$u_k = \begin{cases} 0 & k \leq 0 \\ 1 & k > 0 \end{cases}$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
Exponential- funktion	e^{at}	e^{akT_s}	$\frac{1}{1-e^{aT_s} z^{-1}}$
Exponential- funktion + Cosinus	$e^{at} \cos(\omega t)$	$e^{akT_s} \cos(\omega k T_s)$	$\frac{1 - e^{aT_s} \cos(\omega T_s) z^{-1}}{1 - 2e^{aT_s} \cos(\omega T_s) z^{-1} + e^{2aT_s} z^{-2}}$
Exponential- funktion + Sinus	$e^{at} \sin(\omega t)$	$e^{akT_s} \sin(\omega k T_s)$	$\frac{e^{aT_s} \sin(\omega T_s) z^{-1}}{1 - 2e^{aT_s} \cos(\omega T_s) z^{-1} + e^{2aT_s} z^{-2}}$
Allgemeine Potenzfunk- tion		a^k	$\frac{1}{1-az^{-1}}$

⁸ Die Nullstellen werden in Abhängigkeit von z ausgedrückt. GleichermäÙen gilt: Das System ist stabil.

Beschreibung	Zeitbereich (kontinuierlich) $f(t)$	Zeitbereich (diskret) $f(k T_s)$	Frequenzbereich $F(z)$
Zeitverschiebung (oder Totzeit)	$\frac{df}{dt}$	$f_k - f_{k-1}$	$(1 - z^{-1}) F(z)$
Erste Differenz	$f(t - a) u(t - a)$	$f_{k-a} u_{k-a}$	$z^{-a} F(z)$

Wie in Tabelle 6 dargestellt, enthalten viele Formen den Ausdruck z^{-1} . Aus diesem Grund wird in der Automatisierungstechnik oftmals z^{-1} als Variable genutzt und als **Rückwärtsverschiebeoperator** bezeichnet. Die Umwandlung zwischen den beiden Darstellungen ist relativ einfach, da es sich um die Multiplikation mit der höchsten in der Gleichung vorkommenden Potenz handelt.

Die inverse Operation zur Bestimmung der Zeitbereichsdarstellung der Funktion wird mithilfe der inversen z -Transformation ausgeführt. Nachdem die meisten Probleme in der Automatisierungstechnik rationale Funktionen von z betrachten, ist es notwendig, die rationalen Funktionen durch Partialbruchzerlegung in ihre Komponenten aufzuteilen (siehe Anhang I für die Details). Nach der Bildung der einzelnen Partialbrüche können wir Tabelle 7 nutzen, um die korrespondierenden Funktionen im Zeitbereich zu finden. Anstelle der Partialbruchzerlegung ist auch die Verwendung von langer Teilung möglich, um die einzelnen Werte zu erhalten. Zu beachten ist jedoch, dass dies eher langwierig und kompliziert ist.

Tabelle 7: Übersicht nützlicher inverser z -Transformationen

$Z(f(k))$	y_k
$\frac{Az}{Cz + D} = \frac{A}{C + Dz^{-1}}$	$y_k = \frac{A}{C} \left(-\frac{D}{C} \right)^k$
$\frac{Az}{(Cz + D)^n}$	$y_k = \frac{A}{C^n} \left(\frac{\prod_{j=1}^{n-1} k - j + 1}{\alpha^{n-1} (n-1)!} \right) \alpha^k, \alpha = -\frac{D}{C}$

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

$\mathcal{Z}(f(k))$	y_k
$\frac{A}{(C + Dz^{-1})^n}, n \in \mathbb{Z}$	$y_k = \frac{A}{C^n} \binom{k+n-1}{n-1} \alpha^k, \alpha = -\frac{D}{C}$

Beispiel 3: z-Transformation

Berechnen Sie die z-Transformierte der folgenden Funktion

$$y_k = 5^{k-2}, k \geq 2 \quad (23)$$

Lösung

Aus Tabelle 6 sehen wir, dass die Potenzfunktion a^k die z-Transformierte

$$\frac{1}{1 - az^{-1}} \quad (24)$$

hat. In unserem Fall bedeutet das $a = 5$. Weiterhin stellen wir fest, dass die Werte um zwei Abtastzeitpunkte verschoben sind. Deshalb müssen wir zusätzlich die Verschiebungsformel aus Tabelle 6 anwenden, um das finale Ergebnis zu erhalten. Die z-Transformierte ist somit

$$\mathcal{Z}(5^{k-2}) = \frac{z^{-2}}{1 - 5z^{-1}} \quad (25)$$

Beispiel 4: Inverse z-Transformation

Bestimmen Sie die inverse z-Transformierte für die folgende Funktion

$$\frac{2}{1 + 5z^{-1}} \quad (26)$$

im Zeitbereich.

Lösung

Aus Tabelle 7 sehen wir, dass die Funktion den ersten Fall mit $A = 2$, $C = 1$ und $D = 5$ darstellt. Somit ergibt sich die Zeitbereichsdarstellung zu

$$\mathcal{Z}^{-1}\left(\frac{2}{1 + 5z^{-1}}\right) = \frac{A}{C} \left(-\frac{D}{C}\right)^k = \frac{2}{1} \left(-\frac{5}{1}\right)^k = 2(-5)^k \quad (27)$$

Schließlich können wir feststellen, dass es eine Beziehung zwischen der Laplace-Transformation (zeitkontinuierlich) und der z-Transformation (zeitdiskret) gibt:

$$z = e^{sT} \quad (28)$$

Das bedeutet, dass die Ergebnisse, die wir im kontinuierlichen Bereich erhalten, eine transformierte Lösung im diskreten Bereich haben. Die imaginäre Achse des zeitkontinuierlichen Bereichs

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

wird dabei auf den Rand des Einheitskreises im zeitdiskreten Bereich abgebildet. Diese Beziehung werden wir uns in weiteren Analysen zu Nutze machen.

Abschnitt 3.2: Zeit- und frequenzbasierte Modelle

Zeit- und frequenzbereichsbasierte Modelle sind die meistverwendeten Modelle zur Prozessbeschreibung. Die auf dem Zeitbereich basierenden Modelle befassen sich mit der Entwicklung des Prozesses über der Zeit, d. h. wie sich das Modell über der Zeit bei gegebenen Eingängen und Zuständen verändert. Da im Zeitbereich die Lösungen oftmals nur über komplexe Differenzialgleichungen zu erhalten sind, werden die Prozesse in den Frequenzbereich transformiert, in dem es einfacher ist, zu verstehen, wie sich der Prozess bei verschiedenen Eingängen verhält.

Vor der genaueren Betrachtung der verschiedenen Typen zeit- und frequenzbasierter Modelle sollen hier noch einige Begriffe eingeführt werden, die bei der Klassifizierung der Modelle notwendig sind:

- 1) **Linear versus nichtlinear:** Ein Modell $f(t)$ heißt linear bezüglich t , wenn es die folgenden zwei Bedingungen erfüllt:
 - a. **Superpositionsprinzip** oder Additivität: $f(t_1 + t_2) = f(t_1) + f(t_2)$
 - b. **Homogenitätsprinzip:** $f(\alpha t_1) = \alpha f(t_1)$

Sind diese beiden Aussagen bzw. eine dieser Aussagen nicht erfüllt, so heißt das Modell **nichtlinear**. Linearität ist für die Analyse von Systemen sehr hilfreich, da bekannte mathematische Zusammenhänge für die Analyse verwendet werden können. Deshalb können nichtlineare Modelle bezüglich bestimmter Punkte linearisiert werden, um eine erleichterte Berechnung zu ermöglichen. Systeme können im Allgemeinen linear bezüglich einer Variablen aber nichtlinear bezüglich einer anderen Variablen sein.

- 2) **Zeitinvariant versus zeitvariant:** Ein Modell heißt zeitinvariant, wenn seine Parameter unabhängig von der Zeit sind. In einem zeitvarianten System sind die Parameter (nicht zwingend alle) zeitabhängig.
- 3) **Konzentrierte versus verteilte Parameter:** Ein Modell wird als System mit konzentrierten Parametern bezeichnet, wenn diese nicht vom Ort abhängen, d. h. wenn keine Richtungsableitungen vorhanden sind. Ein ortsabhängiges Modell, welches als Richtungsableitungen aufweist, heißt System mit verteilten Parametern. Ist zum Beispiel die Temperatur T eine Funktion der Richtung x oder y , d. h. es existieren Richtungsableitungen z. B. $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, so hat

das System verteilte Parameter. Hängt die Temperatur hingegen nur von der Zeit ab, so

handelt es sich um ein Modell mit konzentrierten Parametern. Ein System mit verteilten Parametern ist oftmals wesentlich schwieriger zu analysieren. Deshalb wird es oftmals auf ein Modell mit konzentrierten Parametern zurückgeführt, unter der Annahme, dass die Parameter homogen über dem Raum verteilt sind und damit keine Richtungsableitungen existieren.

- 4) **Kausal versus akausal:** Ein System heißt kausal, wenn die zukünftigen Werte nur von den aktuellen und den vergangenen Werten abhängen. In einem akausalen System hängen die zukünftigen Werte von den vergangenen, den aktuellen und den zukünftigen Werten ab. Akausale Systeme sind physikalisch nicht realisierbar, denn die zukünftigen Werte können nicht exakt bekannt sein.
- 5) **Dynamische versus statische Systeme:** Systeme sind dynamisch, wenn die zukünftigen Werte von den aktuellen und den vergangenen Werten abhängen. Bei statischen Systemen hingegen hängen die zukünftigen Werte nur von den aktuellen Werten ab.

Abschnitt 3.2.1: Beschreibung im Zeit- bzw. Frequenzbereich

Für die Prozessbeschreibung gibt es zwei wesentliche Darstellungsformen: **Zustandsraummodelle** und **Übertragungsfunktionen**.

Die **Zustandsraumdarstellung** fokussiert sich auf die Beschreibung der Beziehungen zwischen Eingängen, Zuständen und Ausgängen im Zeitbereich. Das allgemeine Zustandsraummodell ist

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= \vec{f}(\vec{x}, \vec{u}) \\ \vec{y} &= \vec{g}(\vec{x}, \vec{u}) \end{aligned} \quad (29)$$

wobei x die **Zustandsvariable**, u die **Eingangsvariable**, t die Zeit und y die **Ausgangsvariable** sind. Die Funktionen f und g sind beliebige vektorwertige Funktionen. Ein Pfeil über der Variablen charakterisiert dabei einen Vektor. Die Zustandsvariable beschreibt die aktuelle Position des Systems, aus der heraus das zukünftige Systemverhalten bestimmt werden kann. Der Zustand taucht oftmals in der Gleichung mit der Ableitung nach der Zeit auf. Die Eingangsvariable u ist die Variable, die die Eigenschaften der in das System eingehenden Größen beschreibt. Traditionell wird die Zahl der Zustände mit n beschrieben, die Zahl der Eingänge durch m und die der Ausgänge durch p . Ein System, für das $p = m = 1$ gilt, heißt ein **Eingrößensystem (SISO-System)**. Sind p und m größer als 1, so spricht man von einem **Mehrgrößensystem (MIMO-System)**. Gilt der

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Zusammenhang $p = 1$ und $m = 1$, dann heißt das System mit mehreren Eingängen und einem Ausgang **MISO-System**.

Das allgemeine Zustandsraummodell wird oft auf seine lineare Darstellung reduziert, das heißt:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{x}}{dt} &= \mathcal{A}\vec{x} + \mathcal{B}\vec{u} \\ \vec{y} &= \mathcal{C}\vec{x} + \mathcal{D}\vec{u}\end{aligned}\quad (30)$$

wobei \mathcal{A} die $n \times n$ -Systemmatrix, \mathcal{B} die $n \times m$ -Eingangsmatrix, \mathcal{C} die $p \times n$ -Ausgangsmatrix und \mathcal{D} die $p \times m$ -Durchgriffsmatrix ist.

Auf der anderen Seite fokussiert sich die Darstellung als **Übertragungsfunktion** allein auf die Beziehung zwischen Eingängen und Ausgängen im Laplace-Bereich, was eine einfachere Analyse des Systems im Vergleich zum Zustandsraummodell erlaubt. Die allgemeine Form einer Übertragungsfunktion lautet

$$\vec{Y}(s) = \mathcal{G}(s)\vec{U}(s) \quad (31)$$

wobei \mathcal{G} die Matrix, die die Repräsentation des Modells als Übertragungsfunktion enthält, ist. Das heißt, es gilt

$$\vec{Y}(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix}, \vec{U}(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix}, \mathcal{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \cdots & G_{1m}(s) \\ \vdots & & \vdots \\ G_{p1}(s) & \cdots & G_{pm}(s) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Jede Übertragungsfunktion kann im Allgemeinen auch geschrieben werden als

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta s} \quad (33)$$

wobei $N(s)$ das Zähler- und $D(s)$ das Nennerpolynom in Abhängigkeit von s ist. Die **Totzeit** θ stellt die Verzögerungszeit des Systems dar, wobei Totzeit im realen System durch Transportphänomene, Messwertverzögerungen oder Approximationen durch die Linearisierung auftreten kann. Der **Grad einer Übertragungsfunktion** wird durch die höchste Potenz von s im Nennerpolynom der Übertragungsfunktion bestimmt. Da der Nenner einer Übertragungsfunktion, wie später gezeigt wird, wesentlich das Verhalten des resultierenden Systems bestimmt, wurde eine Abkürzung für die Referenzierung auf verschiedene Systemtypen definiert. Wir schreiben PT_n , um uns auf eine Übertragungsfunktion der Ordnung n zu beziehen, deren Zähler gleich 1 (keine Nullstellen)

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

ist und die keine Totzeit aufweist. Das P bezieht sich dabei auf das proportionale Übertragungsverhalten, während T anstelle des Symbols für die Zeitkonstante des Systems τ geschrieben wird.

Liegt die einfache Form einer Übertragungsfunktion vor, so werden viele Analysen mit ihrer Hilfe durchgeführt.

Abschnitt 3.2.2: Umrechnung zwischen Darstellungen

Das Zustandsraummodell kann durch Anwendung der Laplace-Transformation auf Gleichung (30) in eine äquivalente Übertragungsfunktion umgewandelt werden:⁹

$$\begin{aligned} s\vec{X} &= \mathcal{A}\vec{X} + \mathcal{B}\vec{U} \\ \vec{Y} &= \mathcal{C}\vec{X} + \mathcal{D}\vec{U} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \vec{X} &= (s\mathcal{I} - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{B}\vec{U} \\ \vec{Y} &= \mathcal{C}\vec{X} + \mathcal{D}\vec{U} \end{aligned} \quad (35)^{10}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{\vec{Y}}{\vec{U}} = \mathcal{C}(s\mathcal{I} - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{B} + \mathcal{D}} \quad (36)$$

wobei \mathcal{I} die $n \times n$ -Einheitsmatrix und s die Laplace-Variable ist.

Beispiel 5: Numerisches Beispiel zur Bestimmung einer Übertragungsfunktion

Betrachten Sie das Beispiel

$$\begin{cases} 5 \frac{dx}{dt} + 3x = u \\ y = x \end{cases} \quad (37)$$

Mit der Laplace-Transformation von Gleichung (37) ergibt sich

$$\begin{cases} 5sX(s) + 3X(s) = U(s) \\ Y(s) = X(s) \end{cases} \quad (38)$$

Setzt man Y für X in der ersten Gleichung von Gleichung (38) ein, so erhält man

$$5sY(s) + 3Y(s) = U(s) \quad (39)$$

Auflösen nach Y/U ergibt

⁹ In der Automatisierungstechnik wird mit Abweichungsgrößen $\tilde{x} = x - x_{ss}$, gearbeitet, wobei x_{ss} einen Wert eines stationären Zustands darstellt. Da davon auszugehen ist, dass sich die Systeme zu Beginn in einem stationären Zustand befinden, ist die Anfangsbedingung $x(0)$ immer Null.

¹⁰ Die Inverse existiert, da die Matrix \mathcal{A} nur numerische Einträge enthält.

$$(5s + 3)Y(s) = U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{5s + 3} \quad (40)$$

Damit ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{5s + 3} \quad (41)$$

Beispiel 6: Allgemeiner eindimensionaler Fall

Betrachten Sie die gewöhnliche Differenzialgleichung n -ter Ordnung

$$\begin{cases} \frac{d^n \tilde{x}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} \tilde{x}}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 \tilde{x} = b_{n-1} \frac{d^{n-1} \tilde{u}}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 \tilde{u} \\ \tilde{y} = \tilde{x} \end{cases} \quad (42)$$

Dabei seien zum Zeitpunkt $t = 0$ alle Ableitungen gleich null und es gelte $\tilde{x} = \tilde{y} = 0$. Mithilfe der Laplace-Transformation von Gleichung (42) und einigen Vereinfachungen ergibt sich

$$\begin{cases} s^n X(s) + a_{n-1} s^{n-1} X(s) + \dots + a_0 X(s) = b_{n-1} s^{n-1} U(s) + \dots + b_0 U(s) \\ Y(s) = X(s) \end{cases} \quad (43)$$

$$s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \dots + a_0 Y(s) = b_{n-1} s^{n-1} U(s) + \dots + b_0 U(s)$$

Zusammenfassen zusammengehöriger Ausdrücke und Umsortieren ergibt

$$(s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0) Y(s) = (b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0) U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0)}{(s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0)} \quad (44)$$

Beispiel 7: Mehrdimensionales Beispiel

Betrachten Sie die folgende Differenzialgleichung

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{x}}{dt} = -a\tilde{x} + b_1 \tilde{u}_1 + b_2 \tilde{u}_2 \\ \tilde{y} = \tilde{x} \end{cases} \quad (45)$$

und bestimmen Sie die Übertragungsfunktion für das System. Beachten Sie das Vorhandensein zweier Eingänge ($m = 2$) und eines Ausgangs ($p = 1$).

Lösung

$$\begin{cases}
sX(s) = -aX(s) + b_1U_1(s) + b_2U_2(s) \\
Y(s) = X(s)
\end{cases}$$

$$\begin{aligned}
sY(s) + aY(s) &= b_1U_1(s) + b_2U_2(s) \\
(s+a)Y(s) &= b_1U_1(s) + b_2U_2(s) \\
Y(s) &= \frac{b_1}{s+a}U_1(s) + \frac{b_2}{s+a}U_2(s)
\end{aligned}
\tag{46}$$

Umschreiben des Ausdrucks in Matrixform ergibt

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{s+a} & \frac{b_2}{s+a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}
\tag{47}$$

Beachten Sie, dass dies getrennt aufgeschrieben werden kann, da lineare Funktionen zugrunde gelegt werden. Beachten Sie weiterhin, dass das Superpositionsprinzip anwendbar ist, d. h. alle Übertragungsfunktionen können einzeln betrachtet und die Ergebnisse schließlich kombiniert werden.

Die Umwandlung von einer Übertragungsfunktion in ein Zustandsraummodell ist nicht eindeutig. Es gibt also mehrere mögliche Lösungen oder **Realisierungen**. Für die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\beta_p s^p + \beta_{p-1} s^{p-1} + \dots + \beta_1 s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}
\tag{48}$$

mit $p < n$ ist die **Regelungsnormalform**

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_{n-1} & -\alpha_{n-2} & \dots & -\alpha_1 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \beta_p & \beta_{p-1} & \dots & \beta_1 & \beta_0 \end{bmatrix}_{1 \times n} \quad \mathcal{D} = 0_{1 \times 1}
\tag{49}$$

Die **Beobachtungsnormalform** hingegen ist

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_{n-1} & -\alpha_{n-2} & \cdots & -\alpha_1 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (50)$$

$$\mathcal{B} = [\beta_p \quad \beta_{p-1} \quad \cdots \quad \beta_1 \quad \beta_0]_{1 \times n}^T \quad \mathcal{D} = 0_{1 \times 1}$$

Zu beachten ist, dass für \mathcal{C} in Regelungsnormalform und \mathcal{B} in Beobachtungsnormalform $n - p - 1$ Nullen existieren. Die Tatsache, dass die beiden Formen durch Transposition miteinander verbunden sind, ist dabei nicht zufällig.

Beispiel 8: Umwandlung einer Übertragungsfunktion in ihre Regelungsnormalform

Wandeln Sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s-2}{s^2-4s+1} \quad (51)$$

in ihre Regelungsnormalform um.

Lösung

Zunächst müssen wir sicherstellen, dass die Übertragungsfunktion in der Form aus Gleichung (48) gegeben ist und die zugehörigen Parameterwerte bestimmen. Nachdem die Gleichung dieselbe Form haben, stellen wir fest, dass $n = 2$ (höchste Potenz im Nenner) und $p = 1$ (höchste Potenz im Zähler) gilt, was bedeutet, dass die Übertragungsfunktion die Anforderungen erfüllt. Somit können wir leicht die Parameter vergleichen und erhalten folgende Werte: $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = -4$, $\alpha_0 = 1$, $\beta_1 = 1$ und $\beta_0 = -2$. Die Regelungsnormalform ergibt sich damit unter Zuhilfenahme von Gleichung (49) zu

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$\mathcal{C} = [1 \quad -2] \quad \mathcal{D} = 0_{1 \times 1}$$

Damit haben wir die vier Matrizen für eine Zustandsraumdarstellung der gegebenen Übertragungsfunktion gefunden.

Abschnitt 3.2.3: Zeitdiskrete Modelle

Für den diskreten Bereich sind die verfügbaren Formen und Typen der Modelle vergleichbar. Das linearisierte Zustandsraummodell wird geschrieben als

$$\begin{aligned}\bar{x}_{k+1} &= \mathcal{A}_d \bar{x}_k + \mathcal{B}_d \bar{u}_k \\ \bar{y}_k &= \mathcal{C}_d \bar{x}_k + \mathcal{D}_d \bar{u}_k\end{aligned}\quad (53)$$

Der Index d in Gleichung (53) steht für *diskret* und kann, wenn aus der Situation heraus klar ist, dass es sich um ein diskretisiertes Modell handelt, weggelassen werden. Die diskrete Übertragungsfunktion ist vom Aufbau her identisch zu der im stetigen Fall, wobei lediglich die Laplace-Variable s durch z oder z^{-1} ersetzt werden muss. Um zwischen diskreter Zustandsraumdarstellung und Übertragungsfunktion zu wechseln, kann Gleichung (36) mit den nötigen Abänderungen verwendet werden.

Bei diskreten Übertragungsfunktionen ist es üblich, eine nicht gemessene Störung e_t direkt mit in das endgültige Modell einzubauen. Es wird angenommen, dass es sich bei dieser Störung um ein stochastisch (zufällig) normalverteiltes Rauschen, also weißes Rauschen, handelt. Ein gaußsches weißes Rauschsignal bedeutet, dass dessen Werte normalverteilt sind und nicht von vergangenen oder zukünftigen Werten abhängen. Die allgemeine zeitdiskrete Übertragungsfunktion kann also geschrieben werden als

$$y_t = G_p(z^{-1}, \bar{\theta})u_t + G_l(z^{-1}, \bar{\theta})e_t \quad (54)$$

wobei G_p die Prozessübertragungsfunktion ist, θ die Parameter darstellt und G_l die Störungsübertragungsfunktion ist. Für die meisten Anwendungen wird vorausgesetzt, dass die Übertragungsfunktion eine rationale Funktion von z^{-1} ist. Die wichtigste diskrete Übertragungsfunktion heißt das **Vorhersagefehler-Modell**, das die folgende Form hat:

$$A(z^{-1})y_t = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u_{t-k} + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e_t, \quad (55)$$

wobei k die Totzeit des Systems und $A(z^{-1})$, $C(z^{-1})$, $D(z^{-1})$, $F(z^{-1})$ Polynome in der Variablen z^{-1} der Art

$$1 + \sum_{i=1}^{n_a} \theta_i z^{-i} \quad (56)$$

sind. Dabei sind n_a der Grad des Polynoms und θ_i die dazugehörigen Parameter. $B(z^{-1})$ ist ein Polynom in der Variablen z^{-1} der Form

$$\sum_{i=1}^{n_b} \theta_i z^{-i}, \quad (57)$$

wobei n_b der Grad des Polynoms ist. Dieses allgemeine Modell wird selten direkt verwendet, sondern Vereinfachungen davon. Stattdessen kann jede der folgenden Vereinfachungen genutzt werden:

1. **Box-Jenkins-Modell:** Bei diesem Modell wird das Polynom $A(z^{-1})$ ignoriert. Daher ergibt sich das Modell zu

$$y_t = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u_{t-k} + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_t. \quad (58)$$

In der Praxis reicht diese Methode meist aus, um ein genaues Modell des Systems zu erhalten.

2. **Autoregressives Moving-Average-Modell mit externen Eingängen (ARMAX):** Bei diesem Modell werden die Polynome $D(z^{-1})$ und $F(z^{-1})$ ignoriert. Somit ergibt sich

$$A(z^{-1})y_t = B(z^{-1})u_{t-k} + C(z^{-1})e_t. \quad (59)$$

Es wird dabei angenommen, dass der Nenner für den Eingang und den Fehler gleich ist. Dieses Modell jedoch hat die vorteilhafte Eigenschaft, dass die Bestimmung seiner Parameter anhand der Methode der kleinsten Quadrate erfolgen kann. Eine weitere Vereinfachung, bei der angenommen wird, dass der Term $C(z^{-1})$ vernachlässigt werden kann, heißt **Autoregressives Exogenes Modell (ARX)**. Damit erhält man folgende Form:

$$A(z^{-1})y_t = B(z^{-1})u_{t-k} + e_t. \quad (60)$$

3. **Ausgangsfehler-Modell (OE):** Bei diesem Modell wird nur das Modell mittels Eingangsdaten angepasst. Die Fehlerterme können vernachlässigt werden. Die Modellgleichung lautet folglich:

$$y_t = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u_{t-k} + e_t. \quad (61)$$

Abschnitt 3.2.4: Umwandlung zwischen zeitdiskreten und kontinuierlichen Modellen

Eine Umwandlung zwischen kontinuierlicher und zeitdiskreter Form eines Modells ist unter bestimmten Annahmen bezüglich der Diskretisierung möglich. Die wichtigste Annahme ist, dass der Eingang zwischen zwei Abtastungen konstant bleibt, was einem Halteglied nullter

Ordnung zur Konvertierung aus der kontinuierlichen (analogen) in die zeitdiskrete (digitale) Domäne entspricht. In solch einem Fall kann gezeigt werden, dass die kontinuierliche Zustandsraumdarstellung in eine zeitdiskrete Darstellung umgewandelt werden kann, indem die folgenden Gleichungen gelöst werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d &= e^{A\tau_s} \\ \mathcal{B}_d &= \left(\int_{\tau=0}^{\tau=\tau_s} e^{A\tau} d\tau \right) \mathcal{B} \\ \mathcal{C}_d &= \mathcal{C} \\ \mathcal{D}_d &= \mathcal{D} \end{aligned} \quad (62)$$

Hierbei ist τ_s die Abtastzeit. Wichtig ist, dass alle Potenzierungen matrizenweise durchgeführt werden. Die korrespondierende Übertragungsfunktion kann mithilfe von Gleichung (36) gewonnen werden. Für eine einfache Übertragungsfunktion erster Ordnung (PT₁) ist die kontinuierliche Übertragungsfunktion durch

$$Y(s) = \frac{K}{\tau_p s + 1} U(s) \quad (63)$$

gegeben. Die diskrete Übertragungsfunktion wird durch den Ausdruck

$$y_k = \frac{K \left(1 - e^{-\frac{\tau_p}{\tau_s}} \right)}{1 - \left(1 - e^{-\frac{\tau_p}{\tau_s}} \right) z^{-1}} u_k \quad (64)$$

beschrieben. Gibt es in einem System eine Totzeit, so wird diese durch den Ausdruck

$$k = \left\lfloor \frac{\theta}{\tau_s} \right\rfloor \quad (65)$$

dargestellt, wobei θ die Totzeit der stetigen Übertragungsfunktion ist und $\lfloor \cdot \rfloor$ eine sinnvoll gewählte Rundungsfunktion zur Rundung auf eine ganze Zahl ist.

Die Daumenregel zur Auswahl der Abtastzeit ist, dass

$$\tau_s = (0,1 \text{ bis } 0,2) \tau_p^{(\min)} \quad (66)$$

mit $\tau_p^{(\min)}$ als kleinster Zeitkonstante im System ist.

Abschnitt 3.2.5: Impulsantwortmodell

Im diskreten Bereich ist das **infinite Impulsantwortmodell** definiert als

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$y_k = \sum_{i=0}^{\infty} h_i z^{-i} u_k = \sum_{i=0}^{\infty} h_i u_{k-i}. \quad (67)$$

wobei h die Impulsantwort-Koeffizienten sind. Die Werte von h können entweder durch lange Teilung der Übertragungsfunktion oder Partialbruchzerlegung des Ergebnisses erhalten werden. Da die Werte von h sich oftmals schnell verkleinern können, ist es möglich, das infinite Impulsantwortmodell in das **finite Impulsantwortmodell** (FIR) zu konvertieren, d. h.

$$y_k = \sum_{i=0}^n h_i z^{-i} u_k = \sum_{i=0}^n h_i u_{k-i} \quad (68)$$

wobei n eine ganze Zahl ist, die die Anzahl der für das Modell gewählten Terme repräsentiert.

Abschnitt 3.2.6: Kompaktes Zustandsraummodell

In vielen theoretischen Anwendungen wird das Zustandsraummodell oftmals in einer kompakten Form geschrieben, die einem Übertragungsfunktions-Formalismus ähnelt, jedoch Matrizen verwendet. Für das klassische Zustandsraummodell, gegeben durch Gleichung (30), kann die **kompakte** oder **Block-Zustandsraumdarstellung** geschrieben werden als

$$G = \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \hline \mathcal{C} & \mathcal{D} \end{array} \right]. \quad (69)$$

Unter Verwendung dieser Darstellung ist leicht möglich, die Matrizen aufzuteilen und dies in einer kompakten Form darzustellen, z. B.

$$G = \left[\begin{array}{cc|c} \mathcal{A}_{11} & \mathcal{A}_{12} & \mathcal{B}_1 \\ \mathcal{A}_{21} & \mathcal{A}_{22} & \mathcal{B}_2 \\ \hline \mathcal{C}_1 & \mathcal{C}_2 & \mathcal{D} \end{array} \right], \quad (70)$$

wobei die Zustände in vier Gruppen geteilt wurden und somit die Abhängigkeiten zwischen den Zuständen leicht dargestellt werden können.

Nutzt man die kompakte Darstellung, so sind diverse Abkürzungen bei der Kombination der beiden Modelle möglich. Bei der Addition von zwei kompakten Zustandsraumdarstellungen, also einer Parallelschaltung der Übertragungsfunktionen, ergibt sich der Ausdruck

$$G_1 + G_2 = \left[\begin{array}{cc|c} \mathcal{A}_1 & 0 & \mathcal{B}_1 \\ 0 & \mathcal{A}_2 & \mathcal{B}_2 \\ \hline \mathcal{C}_1 & \mathcal{C}_2 & \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 \end{array} \right]. \quad (71)$$

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Die Multiplikation zweier Übertragungsfunktionen, also eine Serienschaltung, hat als Übertragungsfunktion den Ausdruck

$$G_1 G_2 = \left[\begin{array}{cc|c} \mathcal{A}_1 & \mathcal{B}_1 \mathcal{C}_2 & \mathcal{B}_1 \mathcal{D}_2 \\ \hline 0 & \mathcal{A}_2 & \mathcal{B}_2 \\ \hline \mathcal{C}_1 & \mathcal{D}_1 \mathcal{C}_2 & \mathcal{D}_1 \mathcal{D}_2 \end{array} \right] \quad (72)$$

Die Inverse einer kompakten Zustandsraumdarstellung kann geschrieben werden als

$$G^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{A} - \mathcal{B} \mathcal{D}^{-1} \mathcal{C} & -\mathcal{B} \mathcal{D}^{-1} \\ \hline \mathcal{D}^{-1} \mathcal{C} & \mathcal{D}^{-1} \end{array} \right] \quad (73)$$

vorausgesetzt die Matrix D ist invertierbar. Schließlich ergibt sich die Transponierte der kompakten Zustandsraumdarstellung zu

$$G^T = \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{A}^T & \mathcal{C}^T \\ \hline \mathcal{B}^T & \mathcal{D}^T \end{array} \right] \quad (74)$$

Eine typische Operation bei Zustandsraummodellen ist die Transformation der Reihenfolge oder der Bedeutung der Zustände. In solchen Fällen kann die kompakte Zustandsraumdarstellung wie folgt dargestellt werden. Angenommen

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \mathcal{T}x \\ \tilde{u} &= \mathcal{S}u \\ \tilde{y} &= \mathcal{R}y \end{aligned} \quad (75)$$

wobei \mathcal{T} , \mathcal{R} und \mathcal{S} angemessen dimensionierte nichtsinguläre, also invertierbare, Matrizen sind. In diesem Fall kann die transformierte kompakte Zustandsraumdarstellung geschrieben werden als

$$\tilde{G} = \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{T} \mathcal{A} \mathcal{T}^{-1} & \mathcal{T} \mathcal{B} \mathcal{S}^{-1} \\ \hline \mathcal{R} \mathcal{C} \mathcal{T}^{-1} & \mathcal{R} \mathcal{D} \mathcal{S}^{-1} \end{array} \right] \quad (76)$$

Abschnitt 3.3: Prozessanalyse

Nach der Analyse der verschiedenen Modelle ist es nun von Bedeutung zu evaluieren, welche Informationen aus den Modellen abgeleitet werden können, die helfen, den Prozess genauer zu verstehen. Informationen aus Übertragungsfunktionen sind im Allgemeinen leichter zu erhalten, weshalb der Fokus hier auf diesen liegen soll. Übertragungsfunktionen können entweder im Zeitbereich

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta s} \quad (77)$$

oder im diskreten Bereich

$$G(z) = \frac{N(z)}{D(z)} z^{-k} \quad (78)$$

notiert werden. Der **Grad eines Polynoms** n ist definiert als die höchste vorkommende Potenz des entsprechenden Polynoms, z. B. ist der Grad des Polynoms $x^4 + x^2$ gleich 4. Der **Grad einer Übertragungsfunktion** bestimmt sich nach dem Grad des Nenners D . Eine Übertragungsfunktion heißt **proper**, wenn gilt $n_N \leq n_D$, d. h. der Zählergrad kleiner gleich dem Nennergrad ist. Gilt der Zusammenhang $n_N < n_D$, so heißt die Übertragungsfunktion **strikt proper**. Für die meisten physikalischen Prozesse ist die Übertragungsfunktion strikt proper.

Ein Prozess heißt **kausal**, wenn die Totzeit θ (oder k) nichtnegativ ist. Ist sie negativ, so heißt der Prozess **akausal**. Im diskreten Bereich ist die Eigenschaft der Kausalität durch eine propere Übertragungsfunktion erfüllt. Ein kausaler Prozess hängt zudem nicht von unbekanntem zukünftigen Werten ab. Alle physikalisch realisierbaren Prozesse müssen kausal sein, sonst könnte man mit ihnen die Zukunft voraussagen.

Die **Polstellen** einer Übertragungsfunktion sind definiert als die Nullstellen des Nenners D , d. h. alle Werte für s oder z , für die die Gleichung $D(\cdot) = 0$ erfüllt ist. Die **Nullstellen** einer Übertragungsfunktion sind definiert als die Nullstellen des Zählers N .

Ein Prozess befindet sich im stationären Zustand, wenn alle Zeitableitungen gleich Null sind, d. h.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = 0 \quad (79)$$

Kann Gleichung (79) nicht erfüllt werden, so befindet sich der Prozess im **transienten** Bereich. Kleine Abweichungen von Null bedeuten aber nicht, dass der Prozess transient ist, denn es ist praktisch oft gar nicht möglich, einen exakten stationären Zustand zu erreichen. Ein Grund hierfür sind kleine Störungen, seien sie systemintern oder durch Messgeräte aufgeprägt. Deshalb wird für reale Prozesse die sog. **Einschwingzeit** t_s eingeführt, die einen Rahmen von $\pm 5\%$ um den neuen stationären Zustand definiert, in dem sich der Prozess bewegen darf, ohne als transient zu gelten. Abbildung 23 zeigt, wie die Einschwingzeit berechnet wird.

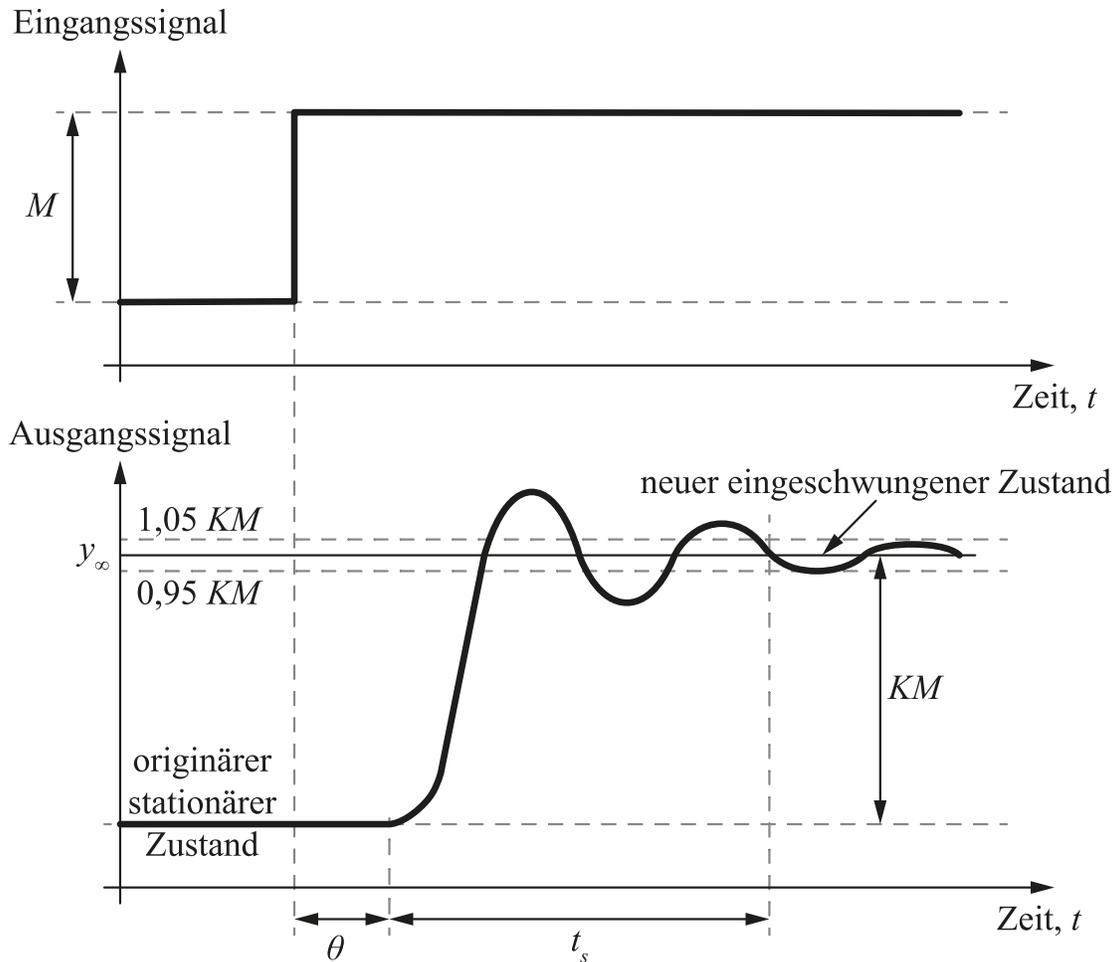


Abbildung 23: Bestimmung der Einschwingzeit

Für einen Prozess, modelliert durch eine kontinuierliche Übertragungsfunktion, gibt es drei wesentliche Parameter: **Verstärkung**, **Zeitkonstante** und **Verzögerungszeit** (auch Totzeit). Die **Verstärkung K** des Prozesses beschreibt das Verhalten im stationären Zustand bei einem Einheitssprung am Eingang. Sie wird definiert als

$$K = \frac{y(t \rightarrow \infty)}{u(t \rightarrow \infty)} \quad (80)$$

wobei angenommen wird, dass der Eingang u für $t \rightarrow \infty$ beschränkt ist. Die Verstärkung ist unabhängig vom verwendeten beschränkten Eingang. Unter Anwendung des Endwertsatzes auf eine beliebige Übertragungsfunktion und einem Sprung als Eingang, kann gezeigt werden, dass für K gilt

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

$$\begin{aligned}
K &= \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sG(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_0)}{(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)} e^{-\theta s} \\
&= \frac{b_0}{a_0}
\end{aligned} \tag{81}$$

Das Verhältnis b_0 / a_0 heißt Verstärkung K des Prozesses.

Die **Zeitkonstante** eines Prozesses beschreibt die transiente bzw. dynamische Komponente des Systems, d. h. wie schnell das System auf Änderungen des Eingangs reagiert und einen neuen stationären Zustand einnimmt. Je größer die Zeitkonstante, desto länger dauert es, bis sich der Prozess auf den neuen stationären Zustand eingestellt hat. Die Zeitkonstante τ kann berechnet werden, indem der Nenner D in Faktoren zerlegt wird:

$$\frac{(b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_0)}{(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)} = \frac{(b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_0)}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)} \tag{82}$$

Gibt es mehrere Zeitkonstanten, so ist die größte Zeitkonstante diejenige, die die Antwortzeit des Prozesses bestimmt.

Der letzte wichtige Parameter ist die **Verzögerungszeit** θ , die angibt, wie lange es dauert, bis ein Prozess auf eine Änderung des Eingangs reagiert. Totzeiten können aus zwei unterschiedlichen Gründen auftreten: physikalischen und messtechnischen. Bei den physikalischen Gründen handelt es sich um Zeiten, in denen das System noch nicht (sichtbar) auf Veränderungen der Eingangsgrößen reagiert. Zum Beispiel wird das Erhitzen eines großen Wassertanks einige Zeit in Anspruch nehmen, bis eine signifikante Temperaturänderung zu beobachten ist. Der zweite Teil, die Totzeit aufgrund von Messgeräten, hängt damit zusammen, dass Sensoren oft nicht direkt dort eingesetzt werden können, wo die Variable einen Effekt hat. Kann zum Beispiel die Durchflussrate in einem Rohr nur am Anfang desselben gemessen werden, so dauert es eine gewisse Zeit, bis das Medium dann den Prozess erreicht und dort Einfluss nehmen kann. Im Frequenzbereich wird die Totzeit beschrieben durch

$$e^{-\theta s}, \tag{83}$$

wobei θ die Totzeit ist. In vielen Anwendungen kann es notwendig sein, die exponentielle Darstellung der Totzeit in eine polynomiale Erweiterung umzuwandeln. Für diese Umwandlung lässt

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

sich beispielsweise die **Padé-Approximation** nutzen, aufgeschrieben als n/m Padé-Approximation. Hierbei ist n der Grad des Zählerpolynoms und m der Grad des Nennerpolynoms. Die **1/1 Padé-Approximation** ist gegeben durch

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s} \quad (84)$$

Die **2/2 Padé-Approximation** ergibt sich zu

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{\theta}{2}s + \frac{\theta}{12}s^2}{1 + \frac{\theta}{2}s + \frac{\theta}{12}s^2} \quad (85)$$

Eine Übersicht der Padé-Approximationen für Exponentialfunktionen bis 3/3 zeigt Table 8. Dies ermöglicht eine einfache Ableitung der Verzugszeiten mithilfe der Padé-Approximation.

Table 8: Padé-Approximationen für Exponentialfunktionen e^z

$n \rightarrow$ $m \downarrow$	0	1	2	3
0	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1-z}$	$\frac{1}{1-z + \frac{1}{2}z^2}$	$\frac{1}{1-z + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{6}z^3}$
1	$\frac{1+z}{1}$	$\frac{1 + \frac{1}{2}z}{1 - \frac{1}{2}z}$	$\frac{1 + \frac{1}{3}z}{1 - \frac{2}{3}z + \frac{1}{6}z^2}$	$\frac{1 + \frac{1}{4}z}{1 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{24}z^3}$
2	$\frac{1+z + \frac{1}{2}z^2}{1}$	$\frac{1 + \frac{2}{3}z + \frac{1}{6}z^2}{1 - \frac{1}{3}z}$	$\frac{1 + \frac{1}{2}z + \frac{1}{12}z^2}{1 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{12}z^2}$	$\frac{1 + \frac{2}{5}z + \frac{1}{20}z^2}{1 - \frac{3}{5}z + \frac{3}{20}z^2 - \frac{1}{60}z^3}$
3	$\frac{1+z + \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{6}z^3}{1}$	$\frac{1 + \frac{3}{4}z + \frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{24}z^3}{1 - \frac{1}{4}z}$	$\frac{1 + \frac{3}{5}z + \frac{3}{20}z^2 + \frac{1}{60}z^3}{1 - \frac{2}{5}z + \frac{1}{20}z^2}$	$\frac{1 + \frac{1}{2}z + \frac{1}{10}z^2 + \frac{1}{120}z^3}{1 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{10}z^2 - \frac{1}{120}z^3}$

Beispiel 9: Informationsgewinnung aus einer Übertragungsfunktion

Bestimmen Sie Verstärkung, Zeitkonstante und die Totzeit aus der folgenden Übertragungsfunktion:

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{5s+3} e^{-5s} \quad (86)$$

Lösung

Umstellen in die benötigte Form ergibt

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1/3}{\frac{5}{3}s+1} e^{-5s} \quad (87)$$

Somit ist die Verstärkung gleich $\frac{1}{3}$ und die Zeitkonstante gleich $\frac{5}{3}$. Die Totzeit ist gleich 5.

Abschnitt 3.3.1: Frequenzbereichsanalyse

In der Frequenzbereichsanalyse wird die Übertragungsfunktion nur zur Bestimmung ihres Verhaltens bei verschiedenen Frequenzen benutzt. Die Ergebnisse der Frequenzbereichsanalyse werden oftmals grafisch dargestellt und waren deshalb vor der Einführung von leistungsstarken Computern ein beliebtes Werkzeug. Das Verständnis der Vorgehensweise bei der Frequenzbereichsanalyse ist immer noch sehr wichtig, vor allem, wenn es um den Entwurf verschiedener Filter, beispielsweise für Mikrofone, geht.

Die Frequenzbereichsanalyse basiert auf der Annahme, dass $s = j\omega$, wobei j die imaginäre Einheit $j = \sqrt{-1}$ und ω die Frequenz ist. Im Zuge der Frequenzbereichsanalyse wird also die Antwort des Systems auf sinusförmige Wellen unterschiedlicher Frequenzen untersucht. Ziel ist es zu untersuchen, wie sich die Amplitude der Prozessausgangsgrößen und der Phasenwinkel ändern. Nehmen wir an, der originäre Eingang habe die Form

$$\sin \omega t, \quad (88)$$

so hat die Systemantwort die Form

$$A \sin(\omega t + \phi) \quad (89)$$

Hierbei ist A die Amplitude und ϕ der Phasenwinkel. Betrachten wir eine allgemeine Übertragungsfunktion $G(s)$, dann ist der **Betragsgang** (AR), der mit einer normierten Amplitude korrespondiert, gegeben durch

$$\text{AR} = \|G(j\omega)\| = \sqrt{\text{Re}(G(j\omega))^2 + \text{Im}(G(j\omega))^2} \quad (90)$$

Hierbei ist Re der Realteil der komplexen Zahl, Im der korrespondierende Imaginärteil und $\|\cdot\|$ die Modulus-Funktion (Betrag). Wichtig zu wissen ist, dass in vielen Anwendungen der Logarithmus

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

des Betragsgangs verwendet wird. In den meisten Fällen wird der Logarithmus zur Basis zehn (\log_{10}) verwendet. Zur Beschreibung von Leistungsübertragungsfunktionen wird oftmals die Dezibel-Skala, also, $AR = 20 \log_{10} \|G(j\omega)\|$ verwendet. Der **Phasenwinkel** ϕ , typischerweise angegeben in Grad ($^\circ$), ist definiert als

$$\phi = \arctan \left(\frac{\operatorname{Im}(G(j\omega))}{\operatorname{Re}(G(j\omega))} \right) \quad (91)$$

Hierbei ist *arctan* die Standard-Umkehrfunktion zur Tangensfunktion, definiert auf dem Intervall $] -90^\circ, 90^\circ[$. Ist der Nenner negativ, so müssen für ein korrektes Ergebnis 180° zum Phasenwinkel addiert werden. Dies liegt an der Definition des *arctan*, der nicht auf dem gesamten Einheitskreis definiert ist¹¹.

Ist die originäre Übertragungsfunktion ein Produkt einfacherer Übertragungsfunktionen, d.h.

$$G(s) = \prod G_i(s) \quad (92)$$

so kann der Amplitudengang als Produkt der einzelnen Amplitudengänge berechnet werden:

$$AR = \prod AR_{G_i(s)} \quad (93)$$

Der Phasenwinkel einer zusammengesetzten Übertragungsfunktion ergibt sich dann zu

$$\phi = \sum \phi_{G_i(s)} \quad (94)$$

Diese beiden Formeln erleichtern die Berechnung des Amplituden- und Phasengangs einer komplexen, zusammengesetzten Übertragungsfunktion. Die Formeln resultieren aus der Erkenntnis, dass alle Übertragungsfunktionen in Polarform, d.h. $G(j\omega) = \|G(j\omega)\|e^{-\phi j}$, dargestellt werden können, aus der ersichtlich wird, dass die Kombination mehrerer Übertragungsfunktionen gemäß Gleichung (92), die gegebenen Formeln ergibt.

Der Amplituden- und Phasengang können grafisch auf zwei unterschiedliche Weisen dargestellt werden: in einem **Bodediagramm** oder mithilfe einer **Nyquist-Ortskurve**. In einem Bodediagramm ist auf der *x*-Achse die Frequenz aufgetragen, die *y*-Achse stellt entweder die Amplitude oder die Phase dar. Ein typisches Bodediagramm zeigt Abbildung 24.

¹¹ In einigen Programmen wird eine sog. „astronomische *arctan*-Funktion“ definiert (*arctan2(x,y)*). Diese gibt den Wert des *arctan* im korrekten Quadranten aus, basierend auf den Vorzeichen von *x* und *y*. Ist diese Funktion verfügbar, sollte sie genutzt werden.

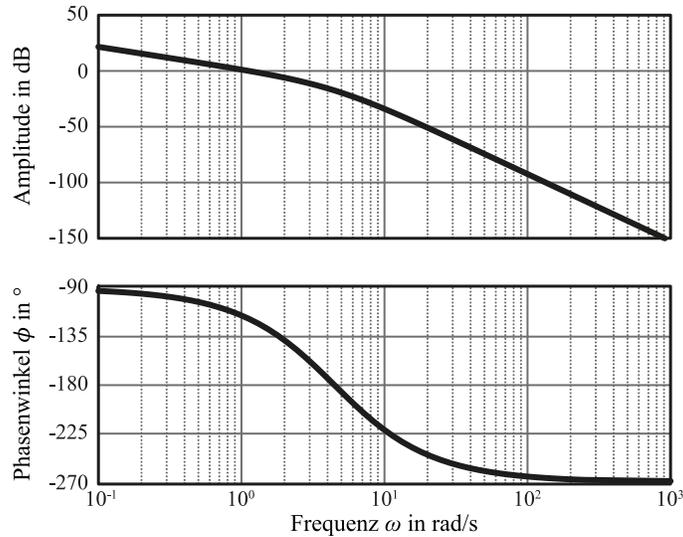


Abbildung 24: Bodediagramm: Amplituden- und Phasengang

In einer Nyquist-Ortskurve wird der Realteil der Übertragungsfunktion $G(j\omega)$ auf der x -Achse aufgetragen und der Imaginärteil von $G(j\omega)$ auf der y -Achse dargestellt. Eine typische Nyquist-Ortskurve zeigt Abbildung 25. Beide Darstellungsformen enthalten dieselben Informationen. In den meisten Anwendungen werden Bodediagramme verwendet, dennoch kann die Darstellung als Nyquist-Ortskurve sinnvoll sein, z.B. zur Untersuchung von Interaktionen zwischen verschiedenen Systemen.

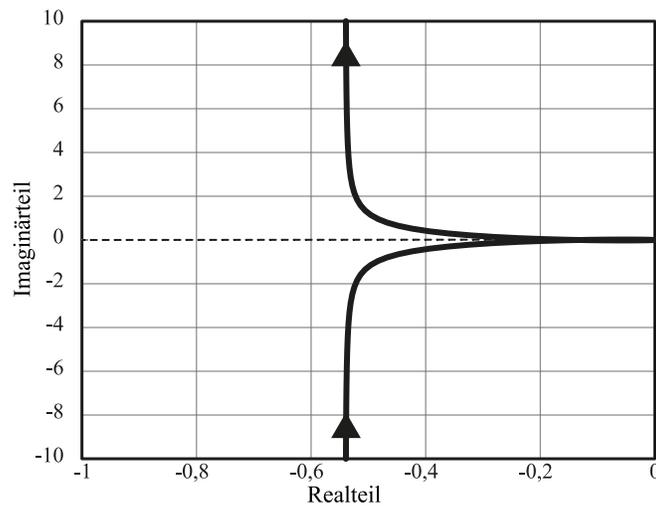


Abbildung 25: Beispiel für eine Nyquist-Ortskurve (zum Bodediagramm in Abbildung 24)

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 3.3.2: Stabilität

Die **Stabilität** eines Modells bezieht sich auf das Verhalten des Modells für $t \rightarrow \infty$ für den Fall, dass der Eingang beschränkt, d. h. $|u_t| \leq L$, wobei L eine Konstante ist. Ein Modell heißt **stabil**, wenn der Ausgang y für $t \rightarrow \infty$ gegen die Konstante K konvergiert, d. h. $y_\infty \rightarrow K$. Andernfalls heißt ein Modell **instabil**. Die Bestimmung der Stabilität eines Prozesses hängt ab von der Art der verwendeten Repräsentation und von der Natur des Zeitbereichs. Tabelle 9 fasst die wichtigsten Ergebnisse bezüglich Stabilität zusammen. Eine detaillierte Beschreibung der verschiedenen Klassifizierungen von Stabilität liefert Abschnitt 3.3.4.6.

In der Zustandsraumdarstellung wird die Stabilität durch die Auswertung der Eigenwerte der Systemmatrix \mathcal{A} bestimmt. Im kontinuierlichen Zeitbereich muss der Realteil aller Eigenwerte kleiner Null sein, damit es sich um ein stabiles System handelt; ansonsten ist es instabil. Ist die Amplitude aller Eigenwerte im diskreten Zeitbereich kleiner 1, d. h. liegen die Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises, so handelt es sich um ein stabiles System; ansonsten ist es instabil.

Bei der Betrachtung von Übertragungsfunktionen wird die Stabilität anhand der Lage der Polstellen bestimmt. Im kontinuierlichen Zeitbereich muss der Realteil aller Polstellen kleiner Null sein, damit es sich um ein stabiles System handelt; ansonsten ist es instabil. Ist die Amplitude aller Eigenwerte im zeitdiskreten Bereich kleiner 1, liegen diese also im Einheitskreis, so spricht man von einem stabilen System; ansonsten ist es instabil.¹²

Zusammenfassend kann man festhalten, dass bei stabiler Zustandsraumdarstellung auch die Übertragungsfunktion stabil sein wird. Die andere Richtung gilt jedoch nicht, da Übertragungsfunktionen im Allgemeinen keine eindeutige Repräsentation im Zustandsraum haben und es somit möglich ist, instabile Zustandsraummodelle für stabile Übertragungsfunktionen zu konstruieren, indem nicht beobachtbare instabile Zustände hinzugefügt werden.

Tabelle 9: Zusammenfassung der Stabilitätsbedingungen für verschiedene Darstellungen und Zeitbereiche

¹² Bei der Betrachtung von Übertragungsfunktionen im diskreten Bereich ist es wichtig zu beachten, welche Variable genutzt wird und wie die Stabilitätsbedingungen formuliert sind. In der Regelungstechnik wird Stabilität oftmals in Bezug auf z^{-1} diskutiert. In diesem Fall müssen die obigen Regeln invertiert werden, was bedeutet, dass Stabilität durch Polstellen außerhalb des Einheitskreises bedingt wird. Aus Gründen der Konsistenz wird Stabilität in diesem Buch in Abhängigkeit von z erörtert.

Darstellung		Analysemetrik, p	Stabil	Instabil
Zeitkontinuierlich	Zustandsraum	Eigenwerte der Zustandsmatrix \mathcal{A}	$\operatorname{Re}(p) < 0$	$\operatorname{Re}(p) \geq 0$
	Übertragungsfunktion	Polstellen der Übertragungsfunktion (Nullstellen von D)	$\operatorname{Re}(p) < 0$	$\operatorname{Re}(p) \geq 0$
Zeitdiskrete	Zustandsraum	Eigenwerte der Zustandsmatrix \mathcal{A}	$\ p\ < 1$	$\ p\ \geq 1$
	Übertragungsfunktion	Polstellen der Übertragungsfunktion (Nullstellen von D)	$\ p\ < 1$	$\ p\ \geq 1$

Beispiel 10: Bestimmung der Stabilität von Übertragungsfunktionen

Bestimmen Sie, ob die folgenden Prozesse stabil sind.

$$G_1(s) = \frac{1}{5s+3} e^{-5s} \quad (95)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(5s+3)(s^2+4)} e^{-5s} \quad (96)$$

$$G_3(z) = \frac{z^2}{z^4+z^3+z^2+z-1} \quad (97)$$

Lösung

Setzt man für G_1 den Term $5s+3$ gleich null und löst nach s auf, so ergibt sich eine Polstelle bei $-3/5$. Laut den Ergebnissen aus Tabelle 9 ist diese kontinuierliche Übertragungsfunktion stabil, da die Polstelle einen Wert kleiner null hat.

Die beiden Terme in G_2 werden ebenso zu null gesetzt, was drei Polstellen bei $-3/5$ und $\pm 2i$ ergibt. Basierend auf den Ergebnissen aus Tabelle 9 kann man feststellen, dass die kontinuierliche Übertragungsfunktion instabil ist, da zwei einfache Polstellen mit einem Realteil von null und eine Polstelle mit einem negativen Realteil vorliegt.

Die Analyse des Nenners von G_3 ergibt Polstellen der Übertragungsfunktion bei $-1,291$ sowie bei $-0,1141 \pm 1,271i$ und $0,519$. Tabelle 9 liefert, dass für ein stabiles System die Beträge der

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Polstellen einen Wert kleiner 1 haben müssen. Dies ist für die Polstelle bei $-1,291$ nicht erfüllt, womit das System instabil ist.

Beispiel 11: Bestimmung der Stabilität eines Zustandsraummodells

Bestimmen Sie, ob die gegebenen \mathcal{A} -Matrizen stabile kontinuierliche Prozesse repräsentieren.

$$\mathcal{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (98)$$

$$\mathcal{A}_2 = \begin{bmatrix} -5 & 5 & 6 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (99)$$

$$\mathcal{A}_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (100)$$

Lösung

Für die Matrix \mathcal{A}_1 können die Eigenwerte aufgrund der Diagonalgestalt direkt aus der Hauptdiagonalen abgelesen werden. Als Ergebnis erhält man -2 und 2 . Aus Tabelle 9 folgt für das kontinuierliche Zustandsraummodell, dass dieses instabil ist, da ein Eigenwert einen Wert größer Null annimmt.

Analog zu \mathcal{A}_1 lassen sich die Eigenwerte von \mathcal{A}_2 bestimmen. Die Diagonaleinträge lauten -5 , -3 und -1 . Da alle Eigenwerte kleiner null sind, kann zusammen aus Tabelle 9 für kontinuierliche Zustandsraummodelle gefolgert werden, dass das System stabil ist.

Für die Zustandsmatrix \mathcal{A}_3 müssen die Eigenwerte mittels der Determinante bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - \mathcal{A}_3) &= (\lambda - 2)^2 - (1)(-1) \\ &= \lambda^2 - 4\lambda + 5 \\ &= 2 \pm i \end{aligned} \quad (101)$$

Die Realteile der Eigenwerte sind größer null. Aus Tabelle 9 lässt sich ablesen, dass für ein stabiles System Eigenwerte mit einem Realteil kleiner null vorliegen müssen. Somit ist das System instabil.

Abschnitt 3.3.2.1: Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse

Auch wenn die in Tabelle 9 dargestellten Ergebnisse für die numerische Behandlung einer vorliegenden Übertragungsfunktion sehr nützlich sind, kann die algebraische Bestimmung für Systeme höherer Ordnung sehr schwierig, wenn nicht sogar unmöglich sein. Deshalb gibt es spezielle Analyseverfahren, die keine Bestimmung der Nullstellen des Polynoms voraussetzen. Eines der bekanntesten Verfahren für zeitkontinuierliche Übertragungsfunktionen ist die **Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse**. Betrachten wir das charakteristische Polynom (Polynom des Nenners) der Übertragungsfunktion:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (102)$$

Es gibt zwei Bedingungen für das Routh-Hurwitz-Kriterium:

- 1) Alle Koeffizienten des charakteristischen Polynoms müssen vorhanden sein und dabei dasselbe Vorzeichen aufweisen (alle Koeffizienten strikt positiv, d.h. alle Vorzeichen größer Null oder alle Koeffizienten strikt negativ, d.h. alle Koeffizienten kleiner Null). Ist dies nicht der Fall, so ist das System instabil.
- 2) Ist die erste Bedingung erfüllt, ist die in Tabelle 10 dargestellte Matrix aufzubauen.
 - a) Platziere die zu a_n, a_{n-2}, \dots gehörenden Koeffizienten in der ersten Zeile
 - b) Platziere die zu a_{n-1}, a_{n-3}, \dots gehörenden Koeffizienten in der zweiten Zeile
 - c) Berechne mit Hilfe der Werte aus den Zeilen oben und der aktuellen Spalte und der Spalte rechts davon eine determinantenähnliche Zahl mit Hilfe der in der Tabelle angegebenen Formel. Für die i -te Zeile in der j -ten Spalte ($i \in \{1, 2, \dots, n+1\}, j \in \{1, 2, \dots, \lfloor 0.5n \rfloor\}$), gilt die allgemeine Formel

$$\lambda_i^{(j)} = \frac{\lambda_{i+1}^{(j-2)} \lambda_i^{(j-1)} - \lambda_i^{(j-2)} \lambda_{i+1}^{(j-1)}}{\lambda_1^{j-1}} \quad (103)$$

Hierbei ist $\lambda_i^{(1)} = a_{n-2i+2}$ und $\lambda_i^{(2)} = a_{n-2i+1}$ (Die ersten beiden Zeilen sind die Koeffizienten für das zu betrachtende Polynom). Sämtliche Werte, die nicht gegeben sind, werden zu Null angenommen.

- d) Fahre mit der Berechnung fort, bis die Tabelle $n+1$ Zeilen hat.
- e) Ein System ist stabil (alle Nullstellen des charakteristischen Polynoms sind negativ), wenn alle Werte in der ersten Spalte dasselbe Vorzeichen haben, also entweder strikt positiv oder strikt negativ.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Tabelle 10: Tabelle für Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse

Zeile	1	2	3	...
1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
3	$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$...	
4	$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - b_2 a_{n-1}}{b_1}$...		
⋮	⋮	⋮		
$n + 1$	z_1			

Beispiel 12: Beispiel für Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse

Bestimmen Sie mithilfe des Routh-Hurwitz-Stabilitätskriteriums die Stabilität der beiden folgenden Übertragungsfunktionen:

$$1) G(s) = \frac{5}{s^6 + 5s^4 - 6s^3 + 2s^2 + 3s + 1}$$

$$2) G(s) = \frac{4}{s^4 + 3s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

Lösung

Für die erste Übertragungsfunktion lässt sich die Stabilität leicht bestimmen: Da der Koeffizient für eine der Potenzen (s^5) gleich Null ist und die verbleibenden Koeffizienten unterschiedliche Vorzeichen haben, ist das System instabil gemäß Bedingung (1).

Bei der zweiten Übertragungsfunktion ist Bedingung (1) erfüllt, da alle Koeffizienten vorhanden sind, sowie alle Koeffizienten dasselbe Vorzeichen (positiv) haben. Deshalb müssen wir Bedingung (2) untersuchen und dafür die Routh-Hurwitz-Matrix aufstellen. Wir benötigen dafür 3 (immer $n / 2$ aufgerundet) Spalten. In der ersten Zeile (bezeichnet mit **1** in Tabelle 11) platzieren wir die geraden Koeffizienten geordnet nach absteigender Potenz. In der zweiten Zeile platzieren wir die übrigen Koeffizienten. Zur Berechnung der Werte für die Zeilen 3, 4 und 5 nutzen wir die folgenden Formeln:

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} = \frac{3(1) - 1(2)}{3} = \frac{1}{3}$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} = \frac{3(1) - 1(0)}{3} = 1$$

$$c_1 = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)2 - 3(1)}{\frac{1}{3}} = -7$$

$$z_1 = \frac{-7(1) - \left(\frac{1}{3}\right)(0)}{-7} = 1$$

Beachten Sie, dass alle Werte, die nicht existieren, wie beispielsweise a_{n-5} , zu null gesetzt werden. Wie in der Definition des Kriteriums erwähnt, hat die Tabelle immer $n + 1$ Zeilen. Die Formeln zur Berechnung der folgenden Werte sind im Wesentlichen Determinanten, bei denen das Vorzeichen im Zähler umgedreht wurde.

Tabelle 11: Routh-Hurwitz-Tabelle

Zeile	1	2	3
1	1	1	1
2	3	2	
3	$\frac{1}{3}$	1	
4	-7		
5	1		

Aus Tabelle 11 sehen wir, dass es in Spalte 1, Zeile 4 einen Vorzeichenwechsel gibt. Damit ist klar, dass das System instabil ist.

Abschnitt 3.3.2.2: Jury-Stabilitätsanalyse

Auch wenn die in Tabelle 9 dargestellten Ergebnisse für die numerische Behandlung einer vorliegenden Übertragungsfunktion sehr nützlich sind, kann die algebraische Bestimmung für Systeme höherer Ordnung sehr schwierig, wenn nicht sogar unmöglich sein. Einer der meistgenutzten Tests für zeitdiskrete Systeme ist die **Jury-Stabilitätsanalyse**. Die Stabilität des Systems kann bestimmt werden, indem lediglich die Koeffizienten des Nennerpolynoms betrachtet werden. Genau wie bei der Routh-Hurwitz-Stabilitätsanalyse wird eine Tabelle konstruiert. Sei das interessierende Polynom gegeben als

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$D(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 \quad (104)$$

Konstruieren wir die folgende Tabelle (analog zu der in Tabelle 12) in der die erste Zeile alle Koeffizienten von a_0 bis a_n enthält. Die zweite Zeile ist das Inverse der ersten Zeile, d.h. die erste Spalte enthält a_n und die letzte Spalte a_0 . Die dritte Zeile wird mithilfe von

$$b_i = a_0 a_i - a_n a_{n-i} \quad (105)$$

berechnet, während die vierte Zeile das Inverse der dritten Zeile ist. Zu beachten ist, dass nur die ersten n Werte invertiert werden. Effektiv haben wir damit ein neues, reduziertes Polynom gebildet, welches analysiert werden muss. Die fünfte Zeile wird mit derselben Formel wie die dritte Zeile, gegeben durch Gleichung (105), berechnet, wobei n durch $n - 1$ Koeffizienten ersetzt wird, d.h.

$$c_i = b_0 b_i - b_{n-1} b_{n-1-i} \quad (106)$$

Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt, bis nur noch eine Zeile mit drei Elementen übrigbleibt. Diese werden mit q_0 , q_1 und q_2 bezeichnet, womit die Tabelle $2n - 3$ Zeilen hat. Im Allgemeinen gilt für die $(2j + 1)$ -te Zeile ($j = 1, 2, \dots, n - 2$), d.h. für jede Zeile mit ungeradem Index, dass die Gleichung wie folgt geschrieben werden kann:

$$d_i^{(2j+1)} = d_0^{(2j-1)} d_i^{(2j-1)} - d_{n-j+1}^{(2j-1)} d_{n-j-i+1}^{(2j-1)} \quad (107)$$

wobei $d_i^{(1)} = a_i$ gilt, d. h. die erste Zeile enthält die tatsächlichen polynomialen Koeffizienten enthält. Die $(2j + 2)$ -te Zeile, d.h. die gerade Zeile hat dann $n - j + 1$ Koeffizienten, aufgeschrieben in umgekehrter Reihenfolge. Bemerkenswert ist, dass die verbleibenden Zeilen im Wesentlichen Determinanten der zwei oberhalb befindlichen Zeilen sind.

Die Stabilitätsbedingungen lassen sich wie folgt schreiben:

- 1) $D(1) > 0$
- 2) $(-1)^n D(-1) > 0$
- 3) $|a_0| > |a_n|$
- 4) $|b_0| > |b_{n-1}|$ fortschreitend in dieser Weise, bis die letzte Zeile erreicht ist, wo $|q_0| > |q_2|$.

Wenn eine der oben genannten Bedingungen nicht erfüllt ist, so hat das System mindestens eine Polstelle außerhalb des Einheitskreises und ist damit instabil.

Tabelle 12: Tabelle für die Jury-Stabilitätsanalyse

Zeile	0	1	...	$n - 1$	n
--------------	----------	----------	------------	---------------------------	-----------------------

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

1	a_0	a_1	...	a_{n-1}	a_n
2	a_n	a_{n-1}	...	a_1	a_0
3	$b_0 = a_0 a_0 - a_n a_n$	$b_1 = a_0 a_1 - a_n a_{n-1}$...	$b_0 = a_0 a_{n-1} - a_n a_1$	0
4	b_{n-1}	b_{n-2}	...	b_0	0
5					
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
2n-3	q_0	q_1	0

Beispiel 13: Beispiel für die Jury-Stabilitätsanalyse

Bestimmen Sie mithilfe des Jury-Stabilitätskriteriums die Stabilität der beiden folgenden diskreten Übertragungsfunktionen:

$$1) G(z) = \frac{5}{z^6 + 5z^4 + 6z^3 + 2z^2 + 3z + 1}$$

$$2) G(z) = \frac{4}{10z^4 + 3z^3 + z^2 + 5z + 1}$$

Lösung

Bevor wir für die erste Übertragungsfunktion mit der Erstellung der Tabelle anfangen, testen wir zunächst die initialen Restriktionen. Für Bedingung (1) $D(1) > 0$ erhalten wir

$$1 + 5 + 6 + 2 + 3 + 1 = 18 > 1$$

Das bedeutet, dass diese Bedingung erfüllt ist. Die Auswertung von Bedingung (2) $(-1)^n D(-1) > 0$ ergibt

$$(-1)^6 [1(-1)^6 + 5(-1)^4 + 6(-1)^3 + 2(-1)^2 + 3(-1)^1 + 1] = 0,$$

was bedeutet, dass diese Bedingung nicht erfüllt ist, womit die erste Übertragungsfunktion nicht stabil ist.

Für die zweite Übertragungsfunktion ergibt der Test der ersten drei Bedingungen

Bedingung (1): $10 + 3 + 1 + 5 + 1 = 20 > 0$ (erfüllt)

Bedingung (2): $(-1)^4 [10(-1)^4 + 3(-1)^3 + (-1)^2 + 5(-1)^1 + 1] = 4 > 0$ (erfüllt)

Bedingung (3): $|a_n| > |a_0| \Rightarrow |10| > |1|$ (erfüllt)

Nachdem alle Vorbedingungen erfüllt sind, konstruieren wir nun die Jury-Tabelle. Diese zeigt Tabelle 13. Die erste Zeile besteht aus den Koeffizienten, aufsteigend entsprechend der Potenz

sortiert, wohingegen die zweite Zeile die Koeffizienten in absteigender Reihenfolge sortiert enthält. In Zeile 3 ergänzen wir die entsprechen der o.g. Formel berechneten Werte:

$$b_i = a_0 a_i - a_n a_{n-i} \quad (108)$$

Dies ergibt

$$b_0 = a_0 a_0 - a_4 a_{4-0} = 1(1) - 10(10) = -99$$

$$b_1 = a_0 a_1 - a_4 a_{4-1} = (1)5 - 10(3) = -25$$

$$b_2 = a_0 a_2 - a_4 a_{4-2} = 1(1) - 10(1) = -9$$

$$b_3 = a_0 a_3 - a_4 a_{4-3} = 3(1) - 10(5) = -47$$

Hier prüfen wir, ob $|b_0| > |b_{n-1}|$ erfüllt ist. Da $|-99| > |-47|$ gilt, fahren wir mit dem nächsten Schritt fort. Wir vertauschen die Reihenfolge der verbleibenden $n - 1$ Koeffizienten und fügen diese in Zeile 4 ein. Effektiv haben wir also ein Polynom vom Grad $n - 1$ generiert, welches wir nun untersuchen wollen. Dafür nutzen wir in Zeile 5 eine modifizierte Form von Gleichung (108):

$$c_i = b_0 b_i - b_{n-1} b_{n-i-1} \quad (109)$$

Diese Gleichung ist fast identisch zu Gleichung (108), wobei der Wert von n um 1 reduziert wurde. Die Auswertung von Gleichung (109) für die $n - 2$ Spalten ergibt

$$c_0 = b_0 b_0 - b_3 b_3 = (-99)^2 - (-47)^2 = 7.592$$

$$c_1 = b_0 b_1 - b_3 b_2 = -99(-25) - (-47)(-9) = 2.052$$

$$c_2 = b_0 b_2 - b_3 b_1 = -9(-99) - (-47)(-25) = -284$$

Nachdem nur noch drei Spalten übriggeblieben sind, prüfen wir nun, ob $|q_0| > |q_2|$. In unserem Fall bedeutet das, ob $|7592| > |-284|$ gilt. Nachdem diese Bedingung erfüllt ist, können wir schließen, dass das System stabil ist.

Tabelle 13: Tabelle für Jury-Stabilität

Zeile	0	1	2	3	4
1	1	5	1	3	10
2	10	3	1	5	1
3	-99	-25	-9	-47	

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

4	-47	-9	-25	-99	
5	7592	2052	-284		

Abschnitt 3.3.2.3: Analyse der Stabilität des geschlossenen Regelkreises

Für geschlossene Regelkreise kann die Stabilität mithilfe der Übertragungsfunktion G_{cl} des geschlossenen Regelkreises bestimmt werden, d. h.

$$G_{cl} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \quad (110)$$

Nachdem bereits gezeigt wurde, dass die Polstellen des Systems der entscheidende Faktor für die Stabilität sind, reicht es aus, den Nenner der Übertragungsfunktion, d.h. den Term $1 + G_c G_p$, im Rahmen der Stabilitätsanalyse zu betrachten. Zur Bestimmung der Stabilität kann nun entweder das Routh-Hurwitz- oder das Jury-Stabilitätskriterium angewendet werden. In einigen Fällen kann es zudem hilfreich sein, Frequenzbereichsdarstellungen, insbesondere das Bodediagramm, zur Stabilitätsanalyse heranzuziehen. Zur Vereinfachung der Analyse schreiben wir den Nenner um zu

$$G_c G_p = -1 \quad (111)$$

Nehmen wir die Amplitude (oder den Modulus) aus Gleichung (111), so erhalten wir

$$\|G_c G_p\| = \|-1\| \quad (112)$$

Der Phasenwinkel für -1 beträgt -180° , da der Imaginärteil gleich Null und der Realteil gleich -1 ist. Nach der Subtraktion von -180° ergibt sich die korrekte Lokalisierung im Koordinatensystem. Das Zeichnen des Bodediagramms der offenen Kette $G_c G_p$ erlaubt uns somit die Bestimmung der Stabilität des Systems mithilfe der **kritischen Frequenz** ω_c , die die zum Phasenwinkel von -180° zugehörige Frequenz beschreibt. Ist der Wert des Amplitudengangs in diesem Punkt größer 1 (bzw. größer 0 bei Nutzung einer logarithmischen Skala), so ist das System als geschlossener Regelkreis instabil. Ein Beispiel mit eingetragenen Frequenzen zeigt Abbildung 26.

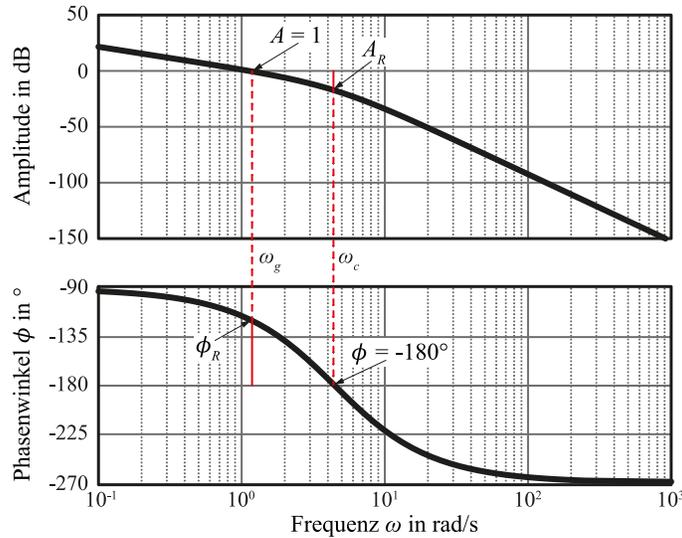


Abbildung 26: Bodediagramm für Stabilitätsanalyse im geschlossenen Regelkreis

Weiterhin können wir zwei interessante Parameter definieren: den **Amplitudenrand** (auch Amplitudenreserve, A_R) und den **Phasenrand** (auch Phasenreserve, ϕ_R). Diese beiden Reserven definieren, wie viel Raum bleibt, bis das System instabil wird. Im Bodediagramm wird Instabilität durch einen Wert des Amplitudengangs kleiner 1 (bzw. kleiner 0 für logarithmische Skala) oder einem Phasenwinkel kleiner -180° beschrieben. Abbildung 27 zeigt dies für das Bodediagramm und Abbildung 28 für die Nyquist-Ortskurve. Der Phasenrand ist bestimmt durch die Addition von 180° zum Phasenwinkel, wenn der Amplitudengang den Wert 1 (bzw. 0 bei logarithmischer Skala), bezeichnet als Verstärkungsdurchtritt ω_g , kreuzt, d. h.

$$\phi_R = \phi(\omega_g) + 180^\circ \quad (113)$$

Der Amplitudenrand ist definiert als die Differenz zwischen 1 (bzw. 0 bei logarithmischer Skala) und dem Wert des Amplitudengangs, wenn der Phasengang den Winkel -180° kreuzt, beschrieben durch die Phasendurchtrittsfrequenz ω_p :

$$A_R = 1 - AR(\omega_p) \quad (114)$$

Es ist möglich, Regler nur anhand der Vorgabe von Phasen- und Amplitudenrand zu entwerfen.

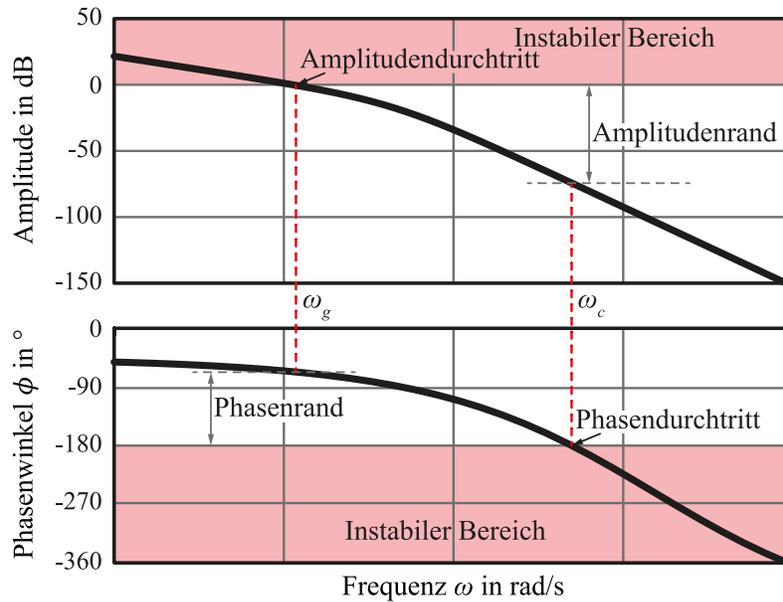


Abbildung 27: Stabilitätsanalyse des geschlossenen Regelkreises mithilfe des Bodediagramms

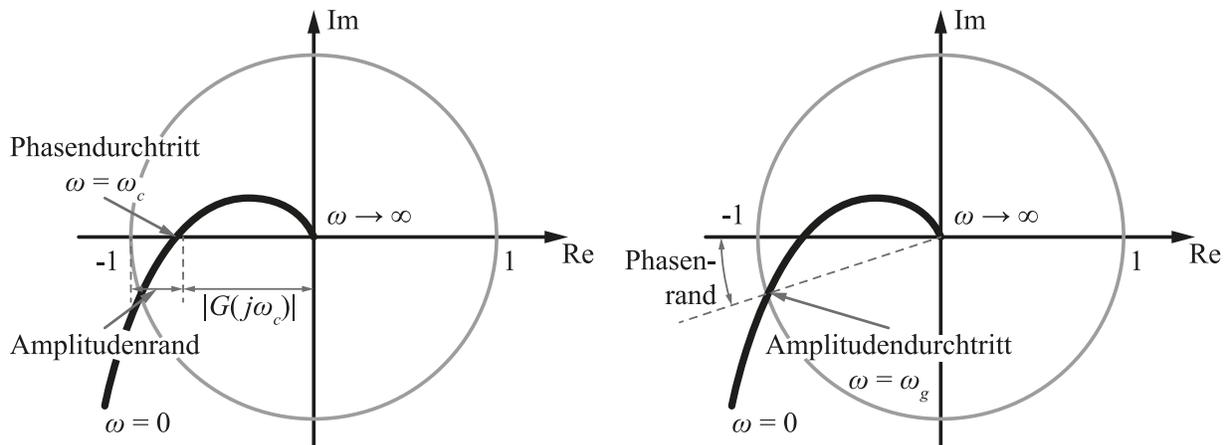


Abbildung 28: Stabilitätsanalyse des geschlossenen Regelkreises mithilfe der Nyquist-Ortskurve

Abschnitt 3.3.3: Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit

Nachdem wir an der Automatisierung unseres Prozesses interessiert sind, ist es wichtig, zu verstehen, ob der Prozess überhaupt automatisiert werden kann. Für die Zustandsraumdarstellung ist es üblich dazu von Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit des Prozesses zu sprechen. Die Zustandsgleichung oder das Paar $(\mathcal{A}, \mathcal{C})$ ist genau dann **beobachtbar**, wenn für jeden beliebigen Anfangszustand x_0 eine endliche Zeitspanne der Länge t (größer Null) existiert, sodass die Kenntnis des Eingangs $u(t)$ und Ausgangs $y(t)$ im Intervall $[0, t]$ ausreicht, um den Anfangszustand x_0 zu bestimmen. Das kann genau dann erreicht werden, wenn

1) $\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \mathcal{C} \\ \mathcal{C}\mathcal{A} \\ \mathcal{C}\mathcal{A}^2 \\ \vdots \\ \mathcal{C}\mathcal{A}^{n-1} \end{bmatrix}_{nq \times n}$ vollen Rang n hat, wobei \mathcal{O} die Beobachtbarkeitsmatrix ist.

2) die Beobachtbarkeitsgrammische, $\mathcal{W}_o(t)_{n \times n} = \int_0^t e^{A^T \tau} \mathcal{C}^T \mathcal{C} e^{A \tau} d\tau$ nicht singular ist für alle $t > 0$.

Die Energie des Ausgangssignals lässt sich schreiben als $E_y(t) = x^T(0) \mathcal{W}_c(t) x(0)$.

3) die $n \times n$ -Matrix $\begin{bmatrix} \mathcal{A} - \lambda_i \mathcal{I} \\ \mathcal{C} \end{bmatrix}$ für alle Eigenwerte λ_i von \mathcal{A} vollen Rang hat. Dies erlaubt die

Klassifizierung aller individuellen Zustände oder Eigenwerte von \mathcal{A} .

Ein System wird als **detektierbar** bezeichnet, wenn alle instabilen Zustände der Zustandsraumdar-

stellung beobachtet werden können. Die kann über die Auswertung von $\begin{bmatrix} \mathcal{A} - \lambda_i \mathcal{I} \\ \mathcal{C} \end{bmatrix}$ für jeden der

instabilen Zustände und durch Prüfung auf vollen Rang erfolgen.

Die Zustandsgleichung oder das Paar $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ heißt genau dann **steuerbar**, wenn für jeden Anfangszustand x_0 und Endzustand x_1 ein Eingang $u(t)$ existiert, der x_0 in endlicher Zeit in x_1 überführt. Dies ist genau dann möglich, wenn

1) $\bar{\mathcal{C}}_{n \times np} = [\mathcal{B} \quad \mathcal{A}\mathcal{B} \quad \mathcal{A}^2\mathcal{B} \quad \dots \quad \mathcal{A}^{n-1}\mathcal{B}]$ vollen Rang n hat, wobei $\bar{\mathcal{C}}$ die Steuerbarkeitsmatrix ist.

2) die Steuerbarkeitsgrammische $\mathcal{W}_c(t)_{n \times n} = \int_0^t e^{A \tau} \mathcal{B} \mathcal{B}^T e^{A^T \tau} d\tau$ nichtsingular ist für alle $t > 0$.

\mathcal{W}_c^{-1} ist ein Maß für die benötigte Energie, um den Prozess zu steuern. Ein größerer Wert bedeutet, dass mehr Energie (oder Aufwand) notwendig ist.

3) die $n \times n$ -Matrix $[\mathcal{A} - \lambda_i \mathcal{I} \mid \mathcal{B}]$ für alle Eigenwerte λ_i von \mathcal{A} vollen Rang hat. Dies erlaubt die Klassifizierung aller individuellen Zustände oder Eigenwerte von \mathcal{A} .

Ein System heißt **stabilisierbar**, wenn alle instabilen Zustände einer Zustandsraumdarstellung gesteuert werden können. Die kann durch Auswertung von $[\mathcal{A} - \lambda_i \mathcal{I} \mid \mathcal{B}]$ für jeden der instabilen Zustände und durch Prüfung auf vollen Rang erfolgen.

Bemerkenswert ist, dass Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit **dual** zueinander sind, d.h. wenn $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ steuerbar ist, dann ist $(\mathcal{A}^T, \mathcal{B}^T)$ beobachtbar. Gleichermäßen gilt: Ist $(\mathcal{A}, \mathcal{C})$ beobachtbar, dann ist $(\mathcal{A}^T, \mathcal{C}^T)$ steuerbar.

Abschnitt 3.3.4: Analyse besonderer Übertragungsfunktionen

In diesem Abschnitt widmen wir uns der Analyse besonderer, häufig verwendeter Übertragungsfunktionen. Da viele Analysen im Bereich der Automatisierungstechnik auf die Nutzung von Übertragungsfunktionen ausgerichtet sind, ist es wichtig, das Verhalten der häufigsten Übertragungsfunktionen zu kennen. Die Antworten der Übertragungsfunktionen auf einen Sprung im Zeitbereich (Sprungantwort) werden dabei ebenso berücksichtigt, denn die Übertragungsfunktionen sollen auch im Umfeld realer Prozesse erkannt werden. Zeitdiskrete Systeme werden nur kurz behandelt, da die meisten zeitdiskreten Analysen auf den unterlagerten zeitkontinuierlichen Analysen aufsetzen.

Abschnitt 3.3.4.1: Integrator

Wie der Name bereits vermuten lässt, integriert der Integrator eine Variable. Der Integrator ist ein häufiges Modell, z.B. für den Füllstand eines Tanks. Die Laplace-Transformierte lautet

$$G_I = \frac{M_I}{s} \quad (115)$$

Dabei ist M_I die Verstärkung. Der Integrator beschreibt ein instabiles System, dessen Ausgang sich immer weiter vergrößern wird, auch wenn der Eingang beschränkt ist. Die Sprungantwort des Systems kann bestimmt werden zu

$$\begin{aligned} Y &= G_I U \\ Y &= \frac{M_I}{s} \frac{M}{s} \\ &= \frac{M_I M}{s^2} \end{aligned} \quad (116)$$

Basierend auf Tabelle 4, ergibt sich die Zeitbereichsdarstellung des Integrators aus Gleichung (116) zu

$$y_t = M_I M t \quad (117)$$

Der Ausgang des hier gezeigten Integrators wird sich ständig vergrößern, auch wenn der Eingang beschränkt ist. Eine beispielhafte Darstellung des Integrators zeigt Abbildung 29. Die Parameter für das Bodediagramm lassen sich wie folgt bestimmen:

$$G_I(j\omega) = \frac{M_I}{j\omega} = -\frac{M_I j}{\omega}$$

$$\Rightarrow \text{AR} = \sqrt{0^2 + \left(-\frac{M_I}{\omega}\right)^2} = \frac{|M_I|}{\omega} \quad (118)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{-\frac{M_I}{\omega}}{0}\right) = -90^\circ$$

Abbildung 30 zeigt beispielhaft ein Bodediagramm. Tabelle 14 fasst die Haupteigenschaften des Integrators zusammen.

Tabelle 14: Haupteigenschaften eines Integrators

Eigenschaft		Wert
Laplace-Transformierte		$G_I = \frac{M_I}{s}$
Sprungantwort (Zeitbereich)		$y_t = M_I M t$
Parameter Bodediagramm	AR	$ M_I / \omega$
	ϕ	-90°
Stabil?		Nein

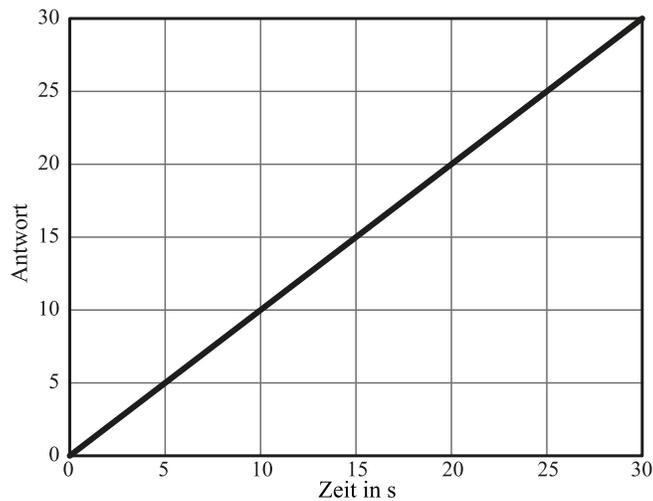


Abbildung 29: Antwort eines Integrators $1/s$ auf einen Einheitssprung am Eingang

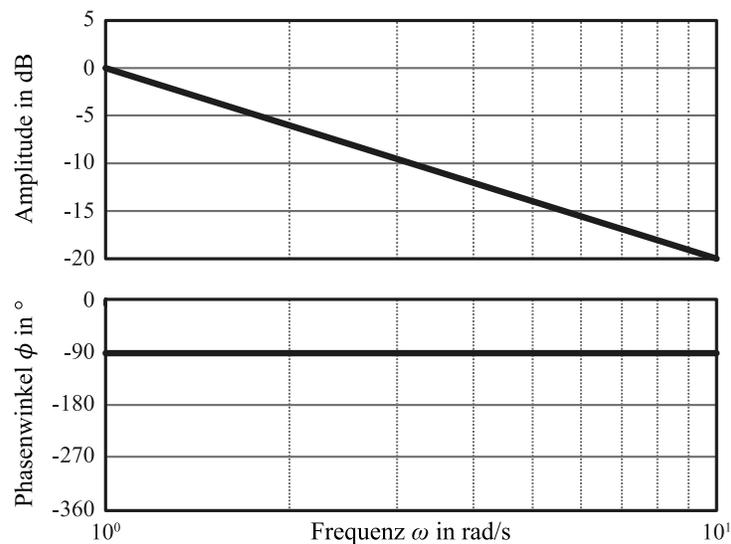


Abbildung 30: Bodediagramm für einen Integrator

Abschnitt 3.3.4.2: Lead-Glied

Das Lead-Glied ist eine einfache Übertragungsfunktion erster Ordnung, die gelegentlich in Kombination mit anderen Übertragungsfunktionen verwendet wird, um unübliche oder komplexere initiale Dynamik in einem Prozess zu modellieren. Die Laplace-Transformierte lautet

$$G_L = K(\tau_L s + 1) \quad (119)$$

Dabei ist K die Verstärkung und τ_L eine Zeitkonstante. Die Sprungantwort des Systems ergibt sich zu

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

$$\begin{aligned}
Y &= G_L U \\
Y &= K (\tau_L s + 1) \frac{M}{s} \\
&= KM \frac{(\tau_L s + 1)}{s}
\end{aligned} \tag{120}$$

Um die Zeitbereichsdarstellung der Sprungantwort abzuleiten, müssen wir eine Partialbruchzerlegung des Ergebnisses aus Gleichung (120) durchführen:

$$\begin{aligned}
Y &= KM \frac{(\tau_L s + 1)}{s} \\
Y &= KM \left(\tau_L + \frac{1}{s} \right)
\end{aligned} \tag{121}$$

Aus Tabelle 5 ergibt sich die Zeitbereichsdarstellung von Gleichung (121):

$$y_t = KM(\tau_L \delta + u_t) \tag{122}$$

Dabei ist δ die Dirac Funktion und u_t ist der Einheitssprung. Die Darstellung zeigt uns, dass das Lead-Glied beschränkt ist. Die Parameter für das Bodediagramm lassen sich wie folgt bestimmen:

$$\begin{aligned}
G_t(j\omega) &= K(\tau_L j\omega + 1) = K + K\tau_L \omega j \\
\Rightarrow \text{AR} &= \sqrt{K^2 + (K\tau_L \omega)^2} = |K| \sqrt{1 + \tau_L^2 \omega^2} \\
\phi &= \arctan\left(\frac{K\tau_L \omega}{K}\right) = \begin{cases} \arctan \tau_L \omega & K > 0 \\ \arctan \tau_L \omega + 180^\circ & K < 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{123}$$

Abbildung 31 zeigt beispielhaft ein Bodediagramm für alle vier möglichen Kombinationen von K und τ_L . Tabelle 15 fasst die Haupteigenschaften des Lead-Glieds zusammen.

Tabelle 15: Haupteigenschaften eines Lead-Glieds

Eigenschaft		Wert
Laplace-Transformierte		$G_L = K(\tau_L s + 1)$
Sprungantwort (Zeitbereich)		$y_t = KM(\tau_L \delta + u_t)$
Parameter	AR	$ K \sqrt{1 + \tau_L^2 \omega^2}$
Bodediagramm	ϕ	$\begin{cases} \arctan \tau_L \omega & K > 0 \\ \arctan(\tau_L \omega) + 180^\circ & K < 0 \end{cases}$
Stabil?		Ja

Eigenschaft	Wert
Kommentar	Negative Werte von τ_L (positive Nullstellen) können ein inverses Antwortverhalten des Systems bedingen, d.h. der Wert der Variable sinkt zunächst, und steigt anschließend an, um seinen neuen stationären Wert anzunehmen (oder umgekehrt).

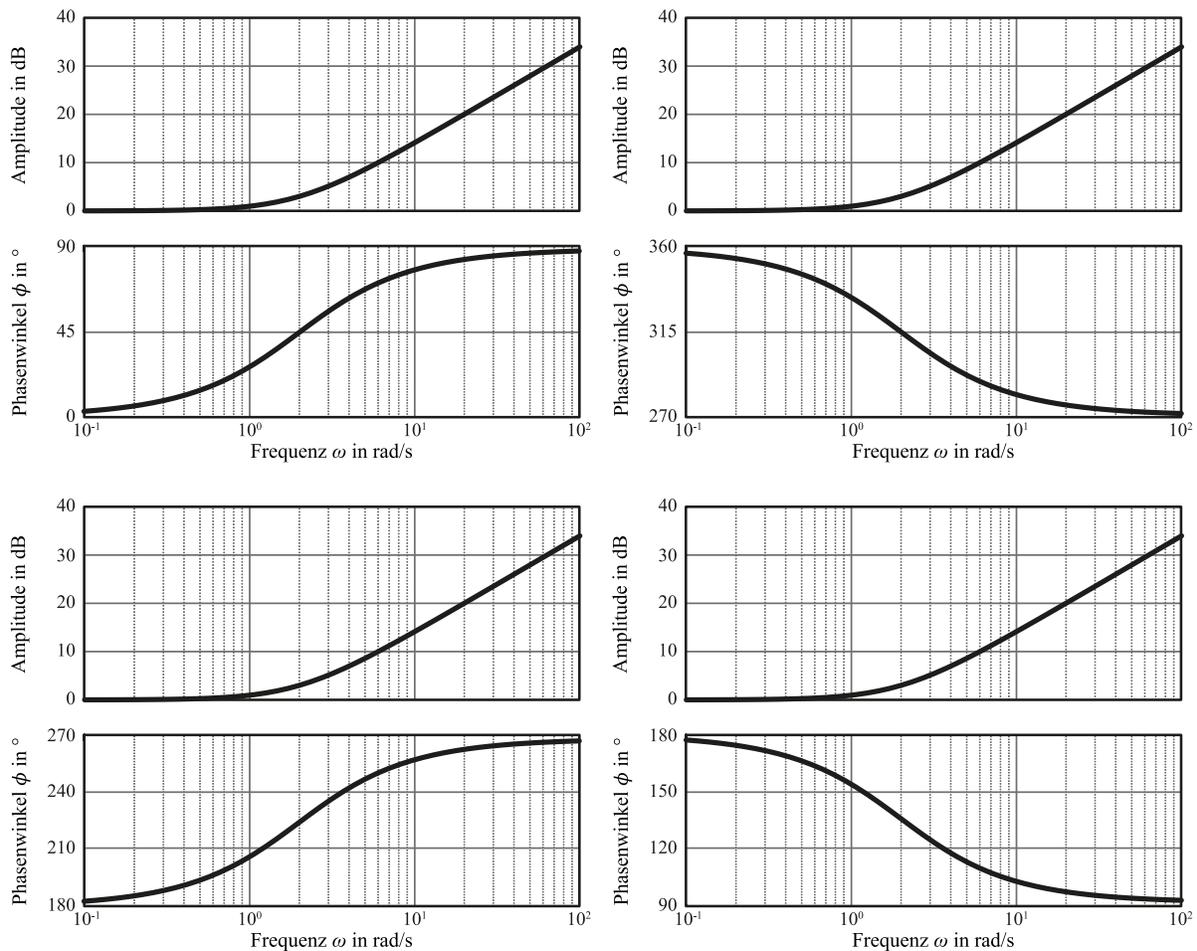


Abbildung 31: Bodediagramme für ein Lead-Glied – obere Zeile: $K > 0$, untere Zeile: $K < 0$; links: $\tau_L > 0$ und rechts: $\tau_L < 0$

Abschnitt 3.3.4.3: Übertragungsfunktion erster Ordnung

Systeme erster Ordnung sind mit die häufigsten Übertragungsfunktionen, die in der Automatisierungstechnik betrachtet werden. Diese Systeme können zur Modellierung eines breiten

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Spektrums an Systemen eingesetzt werden, vom einfachen beheizten Tank, bis hin zu komplexen Multikomponentenreaktionen. Die Laplace-Transformierte des Systems lautet

$$G_F = \frac{K}{(\tau_p s + 1)} \quad (124)$$

Dabei ist K die Verstärkung und τ_p die Prozesszeitkonstante. Systeme erster Ordnung sind häufig mit einem Totzeitglied gekoppelt, was im Englischen als FOPDT (first-order plus deadtime) Modell bezeichnet wird. Die Übertragungsfunktion ändert sich dabei wie folgt:

$$G_{FD} = \frac{K}{(\tau_p s + 1)} e^{-\theta s} \quad (125)$$

Die Sprungantwort des reinen Systems erster Ordnung lässt sich bestimmen zu

$$\begin{aligned} Y &= G_F U \\ Y &= \frac{K}{(\tau_p s + 1)} \frac{M}{s} \\ &= \frac{KM}{s(\tau_p s + 1)} \end{aligned} \quad (126)$$

Um die Zeitbereichsdarstellung des Systems zu erhalten, muss eine Partialbruchzerlegung durchgeführt werden. Angewendet auf Gleichung (126) ergibt diese

$$\begin{aligned} Y &= \frac{KM}{s(\tau_p s + 1)} \\ Y(s) &= KM \left(\frac{1}{s} + \frac{-\tau}{\tau s + 1} \right) \end{aligned} \quad (127)$$

Mithilfe von Tabelle 5 können wir die Zeitbereichsdarstellung von Gleichung (127) bestimmen zu

$$y(t) = KM \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (128)$$

Der Prozess ist stabil für $\tau > 0$ und instabil für $\tau < 0$. Nehmen wir an, dass $\tau > 0$ gilt, können wir mithilfe des Endwertsatzes zeigen, dass für den neuen stationären Zustand folgende Beziehung gilt:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y_t &= \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{M G_F(s)}{s} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} M G_F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} M G_F(0) \\ &= KM \end{aligned} \quad (129)$$

Abbildung 32 zeigt die Sprungantwort für ein System erster Ordnung sowie die Vorgehensweise zur Bestimmung der Systemparameter aus dem Graphen. Die Parameter für das Bodediagramm lassen sich wie folgt bestimmen:

$$\begin{aligned}
 G_I(j\omega) &= \frac{K}{(\tau_p j\omega + 1)} = \frac{K(1 - \tau_p \omega j)}{1 + \tau_p^2 \omega^2} \\
 \Rightarrow \text{AR} &= \sqrt{\frac{K^2 + (-K\tau_p \omega)^2}{(1 + \tau_p^2 \omega^2)^2}} = \frac{|K|}{\sqrt{1 + \tau_p^2 \omega^2}} \\
 \phi &= \arctan\left(\frac{-K\tau_p \omega}{K}\right) = \begin{cases} -\arctan \tau_p \omega & K > 0 \\ 180^\circ - \arctan \tau_p \omega & K < 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{130}$$

Um Diskontinuitäten beim Durchgang des Phasengangs durch 0° zu vermeiden, ist es üblich, negative Phasenwinkel zur Darstellung der Funktion zu nutzen, also -45° anstelle des äquivalenten Ausdrucks von 315° . Abbildung 31 zeigt beispielhaft ein Bodediagramm für alle vier möglichen Kombinationen von K und τ_p . Tabelle 16 fasst die Haupteigenschaften des Systems erster Ordnung zusammen.

Tabelle 16: Haupteigenschaften eines Systems erster Ordnung

Eigenschaft		Wert
Laplace-Transformierte		$G_F = \frac{K}{(\tau_p s + 1)}$
Sprungantwort (Zeitbereich)		$y(t) = KM \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
Parameter Bodediagramm	AR	$\frac{ K }{\sqrt{1 + \tau_p^2 \omega^2}}$
	ϕ	$\begin{cases} -\arctan \tau_p \omega & K > 0 \\ 180^\circ - \arctan \tau_p \omega & K < 0 \end{cases}$
Stabil?		Ja, wenn $\tau_p > 0$
Kommentar		Dies ist eine der häufigsten Übertragungsfunktionen in der Prozessleittechnik und wird für die Modellierung vieler verschiedener

Anwendungen verwendet, oft unter Einbeziehung eines Totzeiterms.

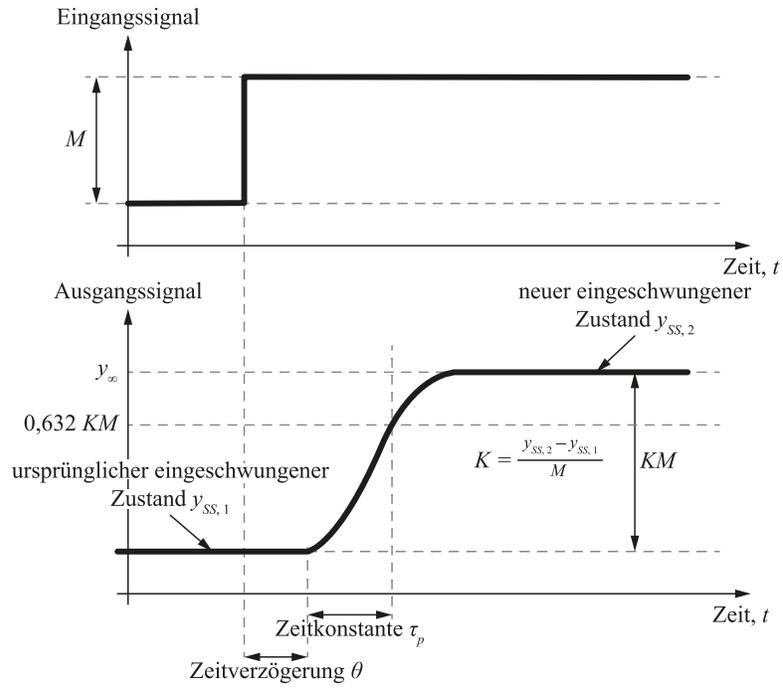


Abbildung 32: Sprungantwort eines stabilen Systems erster Ordnung (mit Totzeit)

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

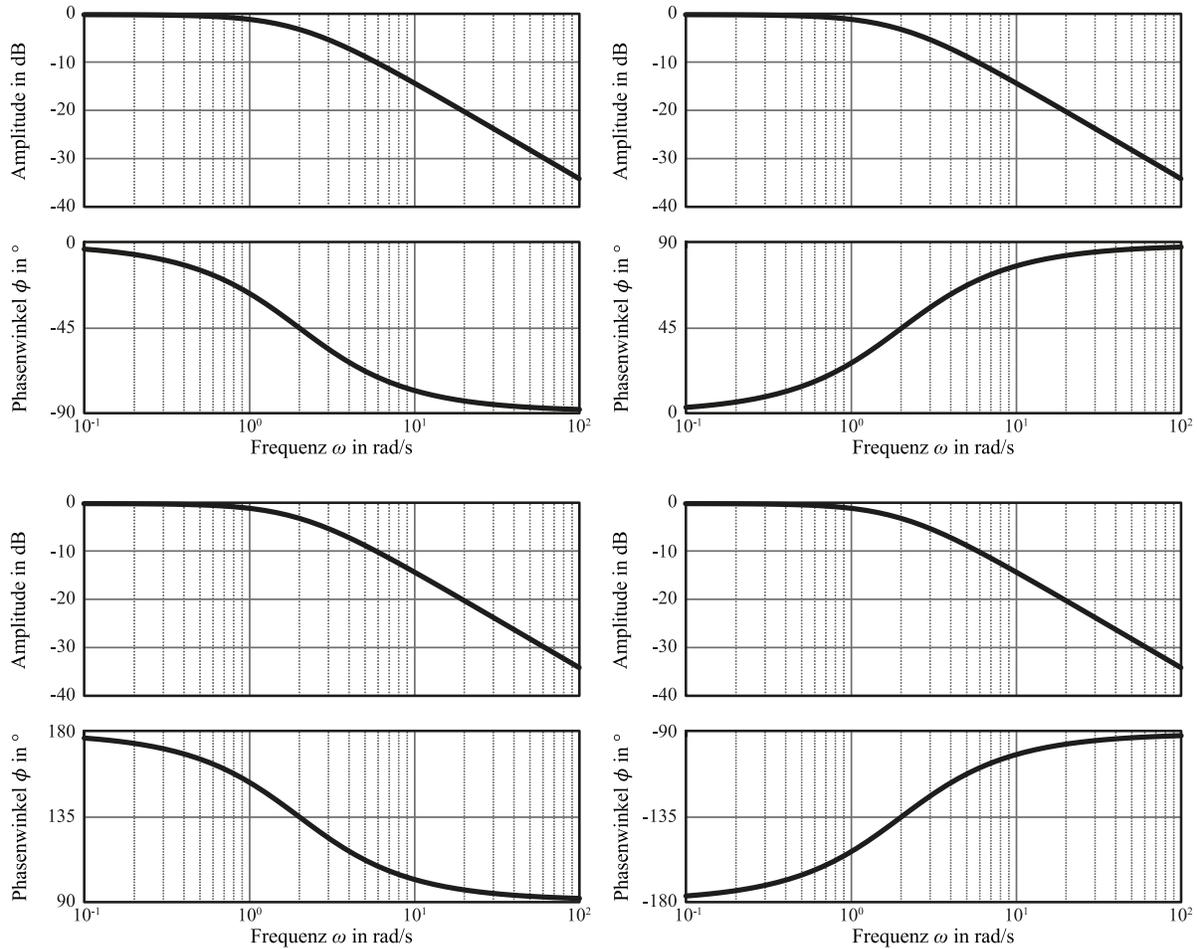


Abbildung 33: Bodediagramme für ein System erster Ordnung – obere Zeile: $K > 0$, untere Zeile: $K < 0$; links: $\tau_p > 0$ und rechts: $\tau_p < 0$

Abschnitt 3.3.4.4: Übertragungsfunktion zweiter Ordnung

Systeme zweiter Ordnung sind weitere typische Übertragungsfunktionen, die oftmals zur Modellierung von Schwingungen und periodischem Verhalten eingesetzt werden. Die zugehörige Laplace-Transformierte lautet

$$G_{II} = \frac{K}{(\tau_p^2 s^2 + 2\zeta\tau_p s + 1)} \quad (131)$$

Hierbei ist K die Verstärkung, τ_p die Prozesszeitkonstante und ζ der Dämpfungskoeffizient. Die grundlegende Übertragungsfunktion kann durch einen Lead-Term zur Modellierung verschiedenen Verhaltens erweitert werden:

$$G_{II} = \frac{K(\tau_L s + 1)}{(\tau_p^2 s^2 + 2\zeta\tau_p s + 1)} \quad (132)$$

Genau wie das System erster Ordnung, kann auch das System zweiter Ordnung mit einem Totzeitglied gekoppelt werden. Dieses Konstrukt wird mit **SOPDT** (engl. second-order plus deadtime) bezeichnet und hat die folgende Übertragungsfunktion:

$$G_{IID} = \frac{K}{(\tau_p^2 s^2 + 2\zeta\tau_p s + 1)} e^{-\theta s} \quad (133)$$

Die Polstellen der Übertragungsfunktion zweiter Ordnung ergeben sich zu

$$\begin{aligned} s &= \frac{-2\zeta\tau_p \pm \sqrt{4\zeta^2\tau_p^2 - 4\tau_p^2}}{\tau_p^2} \\ &= \frac{-2\zeta \pm 2\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau_p} \end{aligned} \quad (134)$$

Basierend auf dem Wert von ζ können drei Fälle unterschieden werden:

- 1) **Fall 1: gedämpftes System** – hier ist $|\zeta| < 1$, d.h. die Polstellen enthalten einen imaginären Anteil.
- 2) **Fall 2: kritisch gedämpftes System** – hier ist $|\zeta| = 1$, d.h. die Polstellen sind beide reell und identisch.
- 3) **Fall 3: überdämpftes System** – hier ist $|\zeta| > 1$, d.h. beide Polstellen sind reell.

Das Verhalten des Systems und damit die kritischen Informationen hängen stark vom betrachteten Fall ab.

Für den **gedämpften Fall**, wobei $|\zeta| < 1$ gilt, enthalten die Polstellen aus Gleichung (131) einen imaginären Anteil. Das Vorhandensein eines imaginären Anteils impliziert, dass das System Oszillationen beinhaltet. Ist $\zeta = 0$, so schwingt das System kontinuierlich um einen Mittelwert. In den anderen Fällen ankommt es auf das Vorzeichen von $\zeta\tau_p$ an. Ist das Vorzeichen positiv, so ist das System stabil (abklingende/gedämpfte Schwingung), ist das Vorzeichen negativ, so ist das System instabil (aufklingende/ungedämpfte Schwingung). Die Sprungantwort des Systems ergibt sich zu

$$y(t) = KM \left(1 - e^{-\zeta t/\tau_p} \left[\cos\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau_p} t\right) + \frac{\zeta^2}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau_p} t\right) \right] \right) \quad (135)$$

Abbildung 34 zeigt eine typische Sprungantwort für den gedämpften Fall. Die Schlüsselparameter, die aus der Sprungantwort extrahiert werden können, sind:

1) **Zeit bis zum ersten Maximum:** $t_p = \frac{\pi\tau_p}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

2) **Überschießen:** $OS = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = \frac{a}{b}$.

3) **Abklingrate:** Die Abklingrate ist das Quadrat des Überschießens, d.h.

$$DR = \exp\left(\frac{-2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = \frac{c}{a}$$

4) **Periodendauer:** Dies ist die Zeit zwischen zwei Schwingungen. Sie ist gegeben durch

$$P = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

5) **Abklingzeit, t_s :** Die Abklingzeit beschreibt die Zeit, die der Prozess benötigt, um innerhalb eines Bandes von $\pm 5\%$ des stationären Werts zu bleiben. Die Zeitspanne bis zum ersten Auftreten dieses Ereignisses wird Abklingzeit genannt.

6) **Anstiegszeit, t_r :** Benötigte Zeit bis zum ersten Erreichen des stationären Werts.

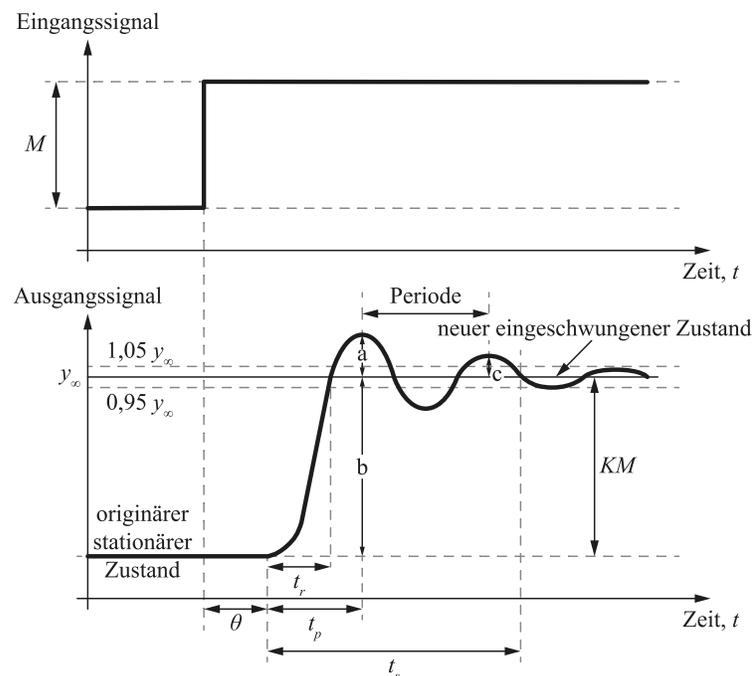


Abbildung 34: System zweiter Ordnung im gedämpften Fall

Für das **kritisch gedämpfte** System, also den Fall $|\zeta| = 1$, sind die Polstellen aus Gleichung (131) dieselben und haben beide keinen imaginären Anteil. Das System ist stabil, wenn das

Vorzeichen von $\zeta \tau_p$ positiv ist und instabil bei negativem Vorzeichen von $\zeta \tau_p$. Die Sprungantwort des Systems lässt sich schreiben als

$$y(t) = KM \left(1 - \left(1 + \frac{t}{\tau_p} \right) e^{-\zeta t / \tau_p} \right) \quad (136)$$

Die Sprungantwort eines typischen, stabilen Systems im kritisch gedämpften Fall zeigt Abbildung 35. Im Allgemeinen sieht solch ein System dem System erster Ordnung mit Totzeit sehr ähnlich und wird deshalb oft auch als solches analysiert. Der größte Unterschied ist die geringfügig langsamere initiale Antwort, die deshalb oft als Totzeit behandelt wird.

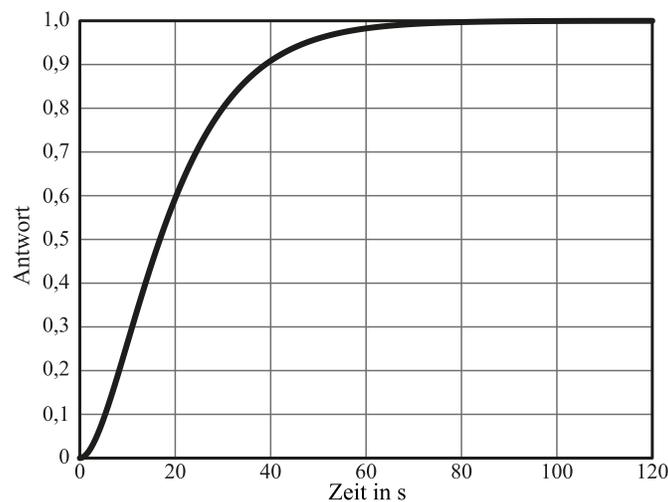


Abbildung 35: Sprungantwort eines kritisch gedämpften Systems ($\zeta = 1$, $\tau_p = 10$ und $K = 1$)

Für das **überdämpfte System** mit $|\zeta| > 1$ sind die Polstellen aus Gleichung (131) nur noch reelle Zahlen. Das bedeutet, dass in diesem System folglich auch keine Schwingungen in der Sprungantwort auftreten. Das System ist stabil, wenn das Vorzeichen von $\zeta \tau_p$ positiv ist und instabil, wenn das Vorzeichen von $\zeta \tau_p$ negativ ist. Die Sprungantwort des Systems kann geschrieben werden als¹³

$$y(t) = KM \left(1 - e^{-\zeta t / \tau_p} \left[\cosh \left(\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau_p} t \right) + \frac{\zeta^2}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \sinh \left(\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau_p} t \right) \right] \right) \quad (137)$$

¹³ *cosh* ist die hyperbolische Cosinusfunktion, definiert als $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ und *sinh* ist die hyperbolische Sinusfunktion, definiert als $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

Abbildung 36 zeigt eine typische Sprungantwort für ein überdämpftes System, In den meisten Fällen kann dieses System als System erster Ordnung mit Totzeit analysiert werden. Bemerkenswert ist, dass das überdämpfte System die langsamste initiale Antwort aller Systeme erster und zweiter Ordnung hat. Diese langsame initiale Antwort wird bei der Modellierung als System erster Ordnung oft als Totzeit abgebildet.

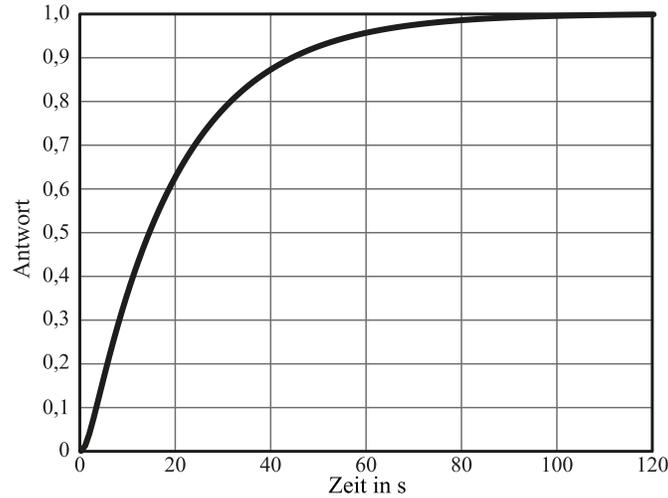


Abbildung 36: Sprungantwort eines überdämpften Systems ($\zeta = 2$, $\tau_p = 5$ und $K = 1$)

Die Parametrierung für das Bodediagramm eines Systems zweiter Ordnung ergibt sich zu

$$G_{II}(j\omega) = \frac{K}{\tau_p^2(j\omega)^2 + 2\zeta\tau_p j\omega + 1} = \frac{K}{1 - \tau_p^2\omega^2 + 2\zeta\tau_p j\omega} = \frac{K(1 - \tau_p^2\omega^2 - 2\zeta\tau_p j\omega)}{(1 - \tau_p^2\omega^2)^2 + 4\zeta^2\tau_p^2\omega^2}$$

$$\Rightarrow \text{AR} = \frac{\sqrt{K^2(1 - \tau_p^2\omega^2)^2 + K^2(-2\zeta\tau_p\omega)^2}}{\sqrt{(1 - \tau_p^2\omega^2)^2 + 4\zeta^2\tau_p^2\omega^2}} = \frac{|K|}{\sqrt{(1 - \tau_p^2\omega^2)^2 + 4\zeta^2\tau_p^2\omega^2}}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{-K2\zeta\tau_p\omega}{K(1 - \tau_p^2\omega^2)}\right) = \begin{cases} -\arctan\frac{2\zeta\tau_p\omega}{1 - \tau_p^2\omega^2} & K > 0, |\tau_p\omega| < 1 \\ -\arctan\frac{2\zeta\tau_p\omega}{1 - \tau_p^2\omega^2} - 180^\circ & K > 0, |\tau_p\omega| > 1 \\ 180^\circ - \arctan\frac{2\zeta\tau_p\omega}{1 - \tau_p^2\omega^2} & K < 0, |\tau_p\omega| < 1 \\ -\arctan\frac{2\zeta\tau_p\omega}{1 - \tau_p^2\omega^2} & K < 0, |\tau_p\omega| > 1 \end{cases} \quad (138)$$

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Bei der Untersuchung von Systemen zweiter Ordnung kann der Fall auftreten, dass das Amplitudenverhältnis größer werden als der initiale Wert von $|K|$. Das tritt immer dann auf, wenn der Nenner der Übertragungsfunktion einen Wert kleiner 1 aufweist. Nehmen wir uns den Nenner eines Systems zweiter Ordnung vor und lösen die Gleichung für den kritischen Fall (< 1), so erhalten wir für den Betrag der Kreisfrequenz

$$\begin{aligned}
 (1 - \tau_p^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 \tau_p^2 \omega^2 &< 1 \\
 1 - 2\tau_p^2 \omega^2 + \tau_p^4 \omega^4 + 4\zeta^2 \tau_p^2 \omega^2 &< 1 \\
 -2 + \tau_p^2 \omega^2 + 4\zeta^2 &< 0
 \end{aligned} \tag{139}$$

$$\omega^2 < \frac{2 - 4\zeta^2}{\tau_p^2}$$

$$|\omega| < \sqrt{\frac{2 - 4\zeta^2}{\tau_p^2}} = \frac{\sqrt{2 - 4\zeta^2}}{|\tau_p|}$$

Nachdem die Frequenz aus physikalisch-technischer Sicht nur eine positive Zahl sein kann, muss der Radikand auch positiv sein, da ein negativer Wert komplexe Zahlen hervorrufen würde. Damit muss gelten

$$\begin{aligned}
 2 - 4\zeta^2 &\geq 0 \\
 |\zeta| &\geq \sqrt{0.5} \approx 0.707
 \end{aligned} \tag{140}$$

Wenn der Dämpfungskoeffizient im von Gleichung (140) angegebenen Bereich liegt, gibt es im Bodediagramm, wie in Abbildung 37 (oben) gezeigt, einen Buckel. Nachdem diese Frequenzen die Systemantwort vergrößern, ist beim Entwurf von Reglern für solche Systeme besonderes Augenmerk auf die kritischen Punkte zu legen.

Sollte dem System ein Lead-Term hinzugefügt worden sein (vgl. Gleichung (132)), so zeigt das System ein Inverse-Response-Verhalten, sofern die Nullstellen positiv sind, wie beispielhaft in Abbildung 38 gezeigt. Die Parameter des Bodediagramms für dieses System ergeben sich unter Beachtung der Regeln zum Zusammensetzen von Übertragungsfunktionen zu

$$G_H = \frac{K(\tau_L s + 1)}{(\tau_p^2 s^2 + 2\zeta\tau_p s + 1)} = G_H G_L$$

$$AR = AR_H AR_L = \frac{|K| \sqrt{1 + \tau_L^2 \omega^2}}{\sqrt{(1 - \tau_p^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 \tau_p^2 \omega^2}} \quad (141)$$

$$\phi = \phi_H + \phi_L = \arctan \tau_L \omega - \arctan \frac{2\zeta\tau_p \omega}{1 - \tau_p^2 \omega^2}$$

(Ignorieren aller Winkelkomplikationen)

Abbildung 39 zeigt das zugehörige Beispiel.

Abbildung 37 zeigt beispielhaft die zugehörigen Bodediagramme für verschiedene Parameterkombinationen. Tabelle 17 fasst die Haupteigenschaften des Systems zweiter Ordnung zusammen.

Tabelle 17: Haupteigenschaften eines Systems zweiter Ordnung

Eigenschaft		Wert
Laplace-Transformierte		$G_H = \frac{K}{(\tau_p^2 s^2 + 2\zeta\tau_p s + 1)}$
Sprungantwort (Zeitbereich)		$ \zeta < 1$: Gleichung (135) $ \zeta = 1$: Gleichung (136) $ \zeta > 1$: Gleichung (137)
Parametrierung Bodediagramm	AR	$\frac{ K }{\sqrt{(1 - \tau_p^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 \tau_p^2 \omega^2}}$
	ϕ	$-\arctan \frac{2\zeta\tau_p \omega}{1 - \tau_p^2 \omega^2}$, Vgl. Gleichung (138) für weitere Details
Stabil		Ja, wenn $\zeta \cdot \tau_p > 0$
Kommentar		Diese Übertragungsfunktion wird häufig zur Beschreibung von Schwingungen und inversen Antworten eines Systems genutzt.

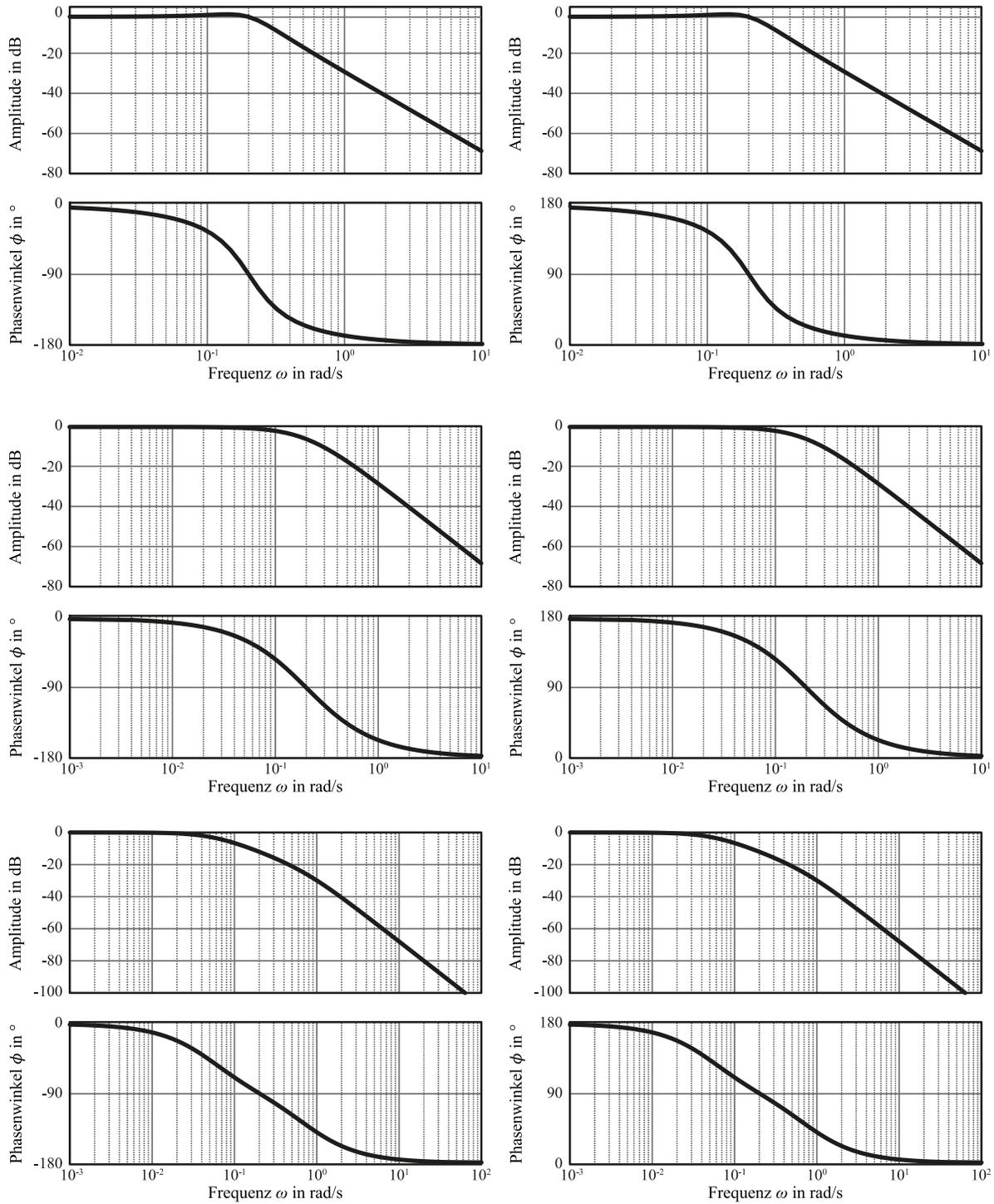


Abbildung 37: Bodediagramme für $\tau_p = 5$ – oben: $\zeta = 0,5$, Mitte: $\zeta = 1$, unten: $\zeta = 2$; links: $K = 1$ und rechts: $K = -1$

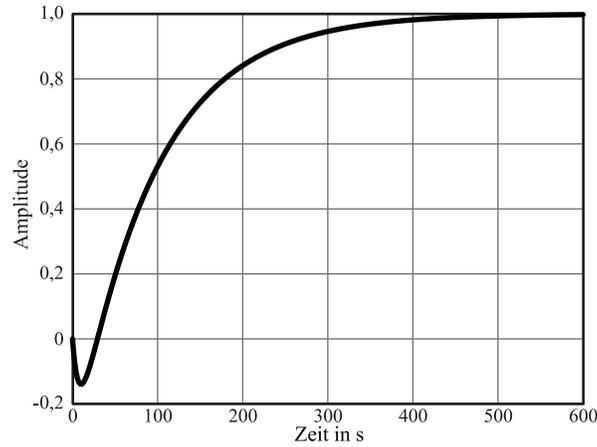


Abbildung 38: Sprungantwort eines Systems zweiter Ordnung mit inverser Antwort ($\tau_L = -25$, $\zeta = 5/\sqrt{7}$, $\tau_p = 10\sqrt{7}$ und $K = 1$)

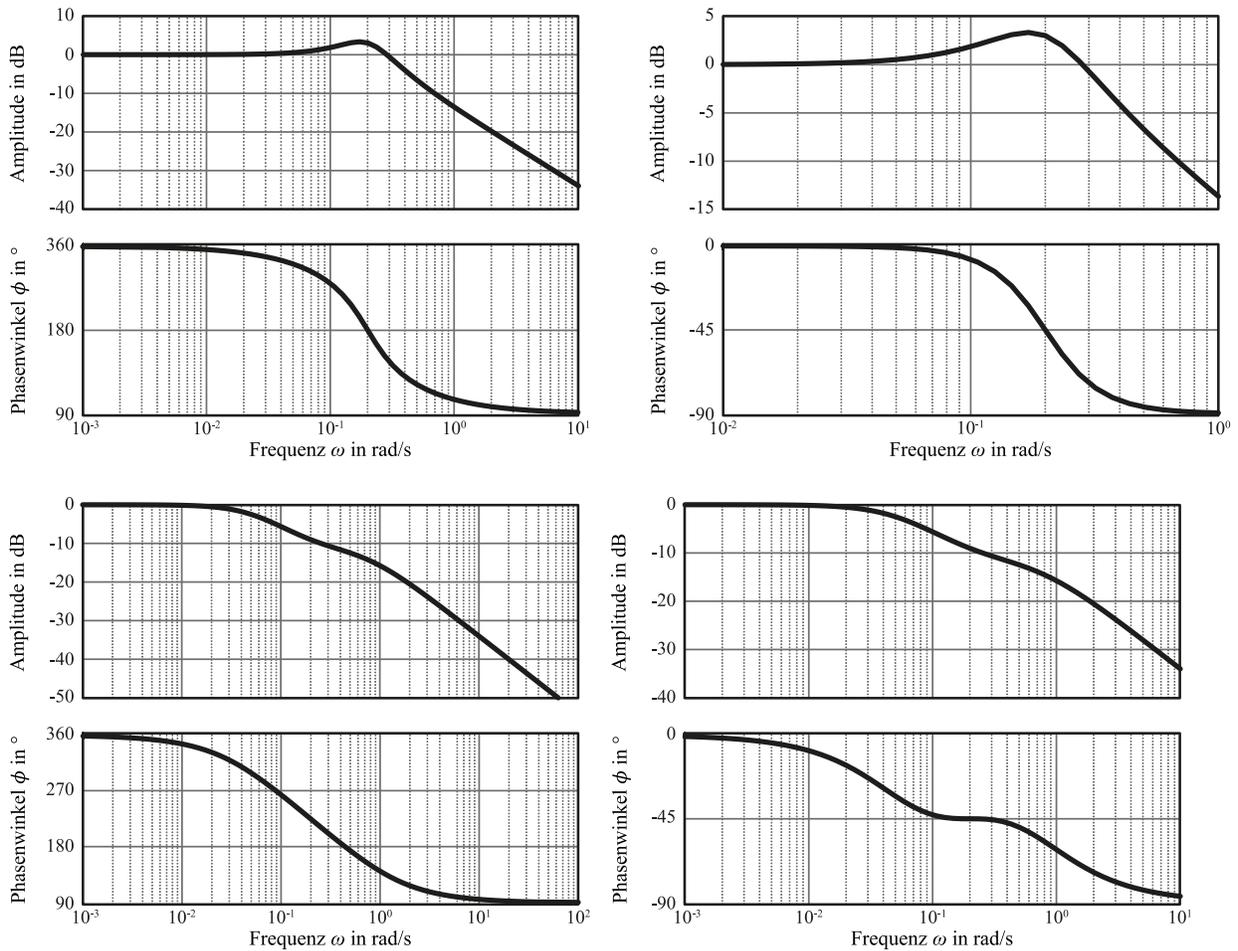


Abbildung 39: Bodediagramme System zweiter Ordnung mit Lead-Term – links: $\tau_L = -5$, rechts: $\tau_L = 5$; oben: $\zeta = 0,5$ unten: $\zeta = 2$

Abschnitt 3.3.4.5: Übertragungsfunktionen höherer Ordnung

Die Analyse von Systemen höherer Ordnung basiert auf den Ergebnissen der Analysen einfacher Systeme. Folgende Punkte sollten bei der Analyse von Systemen höherer Ordnung im Zeitbereich beachtet werden:

- 1) **Polstellen:** Die Polstellen der Prozess-Übertragungsfunktion bestimmen ihre Stabilität. Haben die Polstellen Werte kleiner Null, so ist das System stabil, sonst ist das System instabil. Enthalten die Polstellen einen Imaginärteil, so ist das System schwingungsfähig.
- 2) **Nullstellen:** Sind die Nullstellen der Übertragungsfunktion positiv, so weist das System ein Inverse-Response-Verhalten auf.
- 3) **Zeitkonstante:** Die betragsmäßig größte Polstelle kann als dominierende Zeitkonstante für den gesamten Prozess genutzt werden.

Im Frequenzbereich ergeben sich die zugehörigen Bodediagramme durch zusammensetzen der Übertragungsfunktion höherer Ordnung aus den einfachen Übertragungsfunktionen erster/zweiter Ordnung. Beim Zusammensetzen sind stets die Regeln für das Zusammensetzen des Amplitudengangs (Multiplikation) und des Phasengangs (Addition) zu beachten.

Beispiel 14: Skizzieren der erwarteten Systemantworten im Zeitbereich

Skizzieren Sie für die drei folgenden Übertragungsfunktionen die erwarteten Zeitbereichsantworten des Systems, wenn eine sprungförmige Eingangsgröße (positiver Sprung) angelegt wird:

$$1) G_1 = \frac{1,54(-5s+1)}{(5s+1)(4s+2)(2s+1)} e^{-10s}$$

$$2) G_2 = \frac{1,54(5s+1)}{100s^2 - 200s + 1}$$

$$3) G_3 = \frac{1,54}{(-100s^2 + 10s - 1)(4s + 1)}$$

Lösung

Erste Übertragungsfunktion

Für die erste Übertragungsfunktion liegt die Verstärkung K bei 1,54 (durch Ablesen ermittelt), die Nullstelle liegt bei 0,2; die Polstellen sind $-0,2 (= -1/5)$, $-0,5 (= -2/4)$ und $-0,5 (= -1/2)$, und die Totzeit beträgt 10. Nachdem die Nullstelle positiv ist, erwarten wir eine inverse Antwort. Das negative Vorzeichen der Polstellen hingegen impliziert stabiles Systemverhalten. Nachdem

auch keine der Polstellen einen Imaginärteil aufweist, ergibt sich ein Zeitbereichsverhalten gemäß Abbildung 40 (links).

Zweite Übertragungsfunktion

Auch das zweite System hat eine Nullstelle bei $-0,2$. Anstatt jedoch die Polstellen aus der Übertragungsfunktion direkt zu bestimmen, machen wir uns die Eigenschaft zu Nutze, dass es sich bei dem System um ein System zweiter Ordnung handelt. Schreiben wir das System in die allgemeine Form für Systeme zweiter Ordnung um, erhalten wir $\tau_p = 10$ und $\zeta = -10$. Nachdem $\zeta \tau_p < 0$ ist, ist das System instabil, jedoch ohne Schwingungsanteil, da $|\zeta| > 1$. Die „Verstärkung“ ist positiv, was bedeutet, dass die Funktion in Richtung $+\infty$ wachsen wird. Somit ergibt sich ein Verlauf wie in Abbildung 40 (Mitte) dargestellt.

Dritte Übertragungsfunktion

In der dritten Übertragungsfunktion treten keine Nullstellen oder Totzeit auf. Genau wie die zweite Übertragungsfunktion kann auch dieses System als System zweiter Ordnung geschrieben werden:

$$G_3 = \frac{1,54}{(-100s^2 + 10s - 1)(4s + 1)} \frac{-1}{-1} = \frac{-1,54}{(100s^2 - 10s + 1)(4s + 1)}$$

Aus Vergleich mit der allgemeinen Form für Übertragungsfunktionen zweiter Ordnung sehen wir, dass das System die folgenden Eigenschaften hat: $\tau_p = 10$ und $\zeta = -0,5$. Dies impliziert, dass die Polstellen instabil sind und das System schwingt. Der zweite Faktor hat eine reelle Nullstelle ($-0,25 = -1/4$). Somit erhalten wir einen Verlauf wie in Abbildung 40 (rechts) dargestellt.

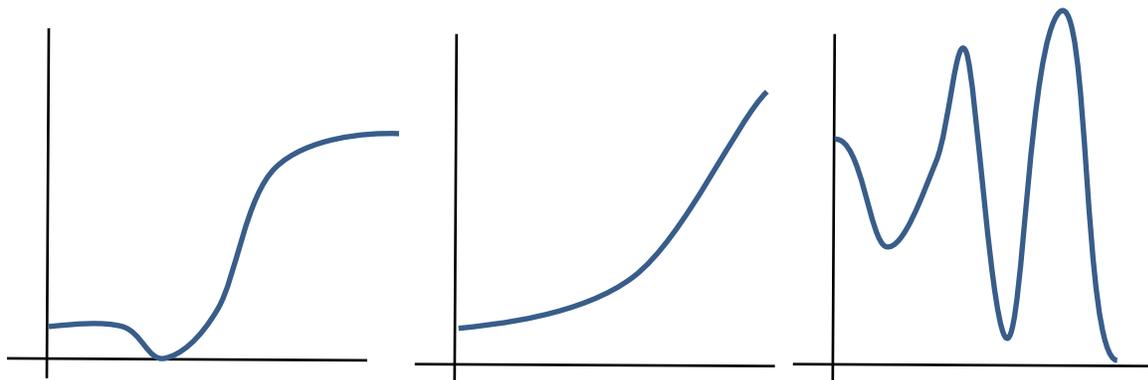


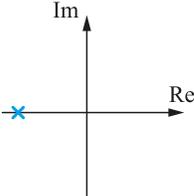
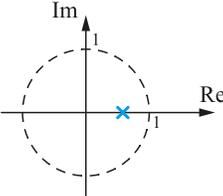
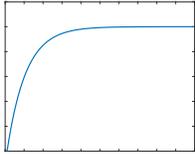
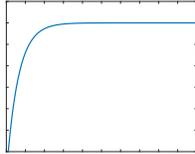
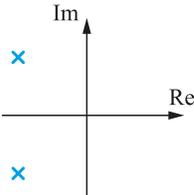
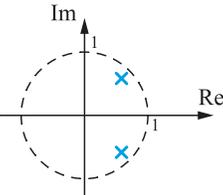
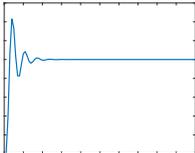
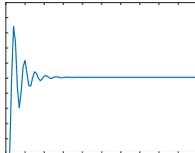
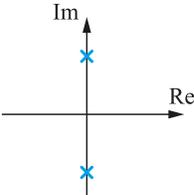
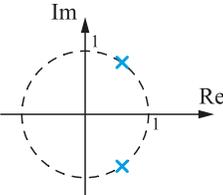
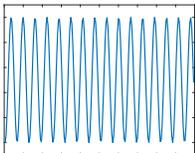
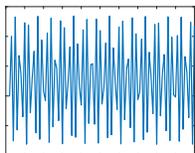
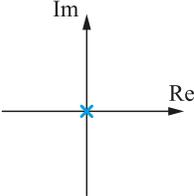
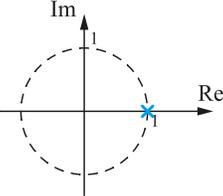
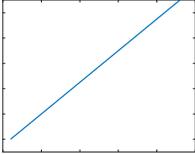
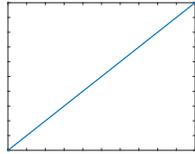
Abbildung 40: Skizzen der Sprungantworten der Übertragungsfunktionen – links: erste Übertragungsfunktion, Mitte: zweite Übertragungsfunktion und rechts: dritte Übertragungsfunktion

Beim Skizzieren des Verlaufs der Zeitbereichsantwort ist es nur wichtig, den allgemeinen, charakteristischen Verlauf wiederzugeben, wohingegen die konkreten Parameter vernachlässigt werden können.

Abschnitt 3.3.4.6: Zusammenfassung des funktionalen Zusammenhangs im zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Bereich

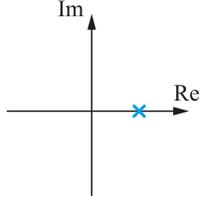
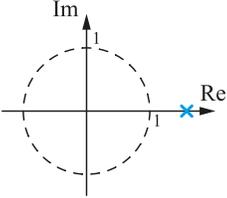
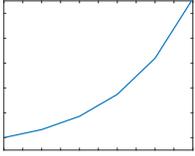
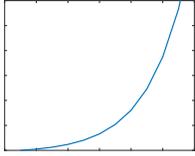
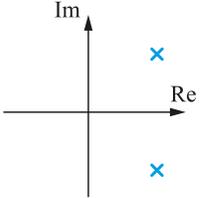
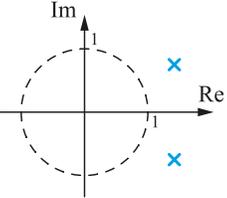
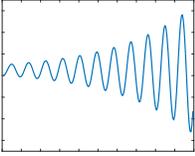
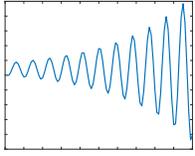
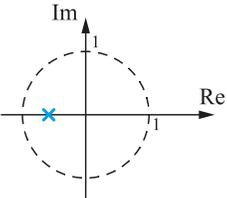
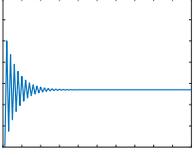
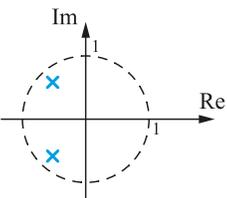
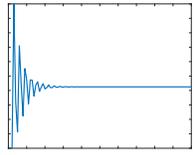
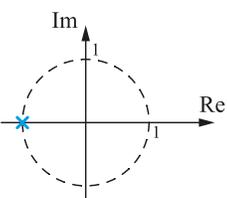
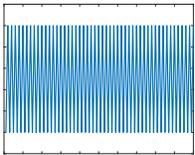
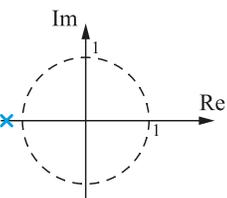
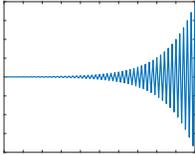
Tabelle 18 fasst die Beziehung zwischen der Lokalisierung der Polstellen einer Übertragungsfunktion und dem allgemeinen Verhalten sowohl im zeitkontinuierlichen wie auch im zeitdiskreten Fall zusammen. Die *Klingelfälle* können nur im zeitdiskreten Fall auftreten, als Ergebnis der Ausführung der Diskretisierung.

Tabelle 18: Graphische Darstellung verschiedener Typen von Funktionen (Klingelfälle treten nur im zeitdiskreten Bereich auf)

Fall	Lokalisierung der Polstellen		Sprungantwort	
	Kontinuierlich	Diskret	Kontinuierlich	Diskret
Stabil, exponentielles Abklingen				
Stabil, schwingungsfähig				
Instabil, reine Schwingung				
Instabil, Integrator				

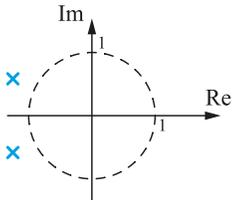
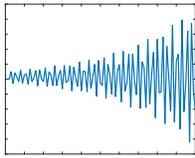
English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Fall	Lokalisierung der Polstellen		Sprungantwort	
	Kontinuierlich	Diskret	Kontinuierlich	Diskret
Instabil, exponentielles Wachstum				
Instabil, schwingungsfähig				
Klingeln, stabil				
Klingeln, stabil, schwingungsfähig				
Klingeln, Integrator				
Klingeln, instabil				

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Fall	Lokalisierung der Polstellen		Sprungantwort	
	Kontinuierlich	Diskret	Kontinuierlich	Diskret
Klingeln, instabil, schwingungsfähig				

Beispiel 15: Ursprung von Klingeln in zeitdiskreten Systemen

Betrachten Sie das kontinuierliche System aus Cosinus und Exponentialterm:

$$y(t) = e^{at} \cos(\omega t) \quad (142)$$

Dieses wird mit der Abtastzeit T_s diskretisiert, wobei ein System der Form

$$y_k = e^{akT_s} \cos(\omega kT_s) \quad (143)$$

entsteht, welches gemäß Tabelle 6 folgende z -Transformierte hat:

$$\frac{1 - e^{aT_s} \cos(\omega T_s) z^{-1}}{1 - 2e^{aT_s} \cos(\omega T_s) z^{-1} + e^{2aT_s} z^{-2}} \quad (144)$$

Unter der Annahme, dass $a \in \mathbb{R}$ gilt, gilt außerdem $a \geq 0$ was zu einem instabilen Systemverhalten führt. Die Ergebnisse für einen Sinus anstelle des Cosinus sind identisch in entsprechender Anwendung. Bestimmen Sie den Einfluss der Abtastzeit auf die resultierende zeitdiskrete Funktion und ihre z -Transformierte.

Lösung

Das Verhalten der Übertragungsfunktion ist bestimmt durch die Werte ihrer Polstellen, d.h. die Nullstellen des Nenners. Mithilfe der Lösungsformel für quadratische Gleichungen lassen sich diese in allgemeiner Form bestimmen zu

$$z = \frac{2\psi \cos(\omega T_s) \pm \sqrt{4\psi^2 \cos^2(\omega T_s) - 4\psi^2}}{2} = \psi \cos(\omega T_s) \pm \psi \sqrt{\cos^2(\omega T_s) - 1} \quad (145)$$

mit der Vereinfachung $\psi = e^{aT_s}$. Wir stellen fest, dass ψ immer positiv sein wird, denn die Potenzierung einer positiven Zahl ist immer positiv.

Um das Verhalten der zeitdiskreten Funktion besser zu verstehen, müssen wir den Radikanden der Funktion, also den Teil unter der Wurzel, genauer beleuchten. Hierbei betrachten wir drei Fälle: Radikand größer Null, gleich Null und kleiner Null.

Fall 1: Radikand größer Null

Für einen Radikand größer Null ergibt sich, dass

$$\cos^2(\omega T_s) - 1 > 0 \Rightarrow \cos^2(\omega T_s) > 1 \quad (146)$$

Nachdem der Cosinus keine Werte größer 1 annehmen kann, kann dieser Fall nicht auftreten, womit es keine zwei unterschiedlichen reellen Polstellen gibt.

Fall 2: Radikand gleich Null

Für einen Radikand gleich Null ergibt sich, dass

$$\cos^2(\omega T_s) - 1 = 0 \Rightarrow \cos^2(\omega T_s) = 1 \quad (147)$$

Ziehen wir die Quadratwurzel der rechten Seite und beachten, dass wir dadurch zwei Lösungen erhalten, ergibt sich

$$\cos(\omega T_s) = \pm 1 \quad (148)$$

Dieser Fall tritt genau dann auf, wenn

$$\omega T_s = n \pi,$$

mit $n \in \mathbb{Z}$. Beschränken wir uns auf das Intervall $[0, 2\pi[$, so sehen wir, dass wir zwei Lösungen erhalten: bei $n = 0$ mit einem Wert von 1 und bei $n = 1$ mit einem Wert von -1 . In diesem Fall ist doppelte Wurzel auf der x -Achse lokalisiert, bei ψ für gerade n und bei $-\psi$ für ungerade n . Für ungerade n liegen die Polstellen in der linken diskreten Halbebene, was bedeutet, dass wir Klingeln im System haben. Die Stabilität wird also durch den Wert von ψ bestimmt. Für diesen Fall gibt schwingt das System nicht und wir erhalten die allgemeine Form der diskreten Form gemäß

$$y_k = \psi^k \cos(k\pi n) \quad (149)$$

Für ungerade n oszilliert der Wert von $\cos(k\pi n)$ zwischen 1 und -1 , was das charakteristische Klingelverhalten hervorruft.

Fall 3: Radikand kleiner Null

Für einen Radikand kleiner Null ergibt sich

$$\cos^2(\omega T_s) - 1 < 0 \Rightarrow \cos^2(\omega T_s) < 1 \quad (150)$$

In diesem Fall gibt es zwei imaginäre Nullstellen, die zueinander konjugiert komplex sind, d.h. $\psi + \gamma i$ und $\psi - \gamma i$, wobei γ gleich $\psi \sqrt{1 - \cos^2(\omega T_s)}$ ist. Das bedeutet, dass wir eindeutig ein oszillierendes Verhalten sehen werden. Beschränken wir die Betrachtungen auf das Intervall $[0, 2\pi[$, so können wir feststellen, dass $\cos(\omega T_s)$ im Bereich $[0, 0,5\pi[\cup]1,5\pi, 2\pi[$ positiv und im

Bereich $]0,5\pi, 1,5\pi[$ negativ ist. Die Funktion ist genau Null für $0,5\pi$ und $1,5\pi$. Im positiven Bereich liegen die Polstellen in der rechten diskreten Halbebene, wohingegen sie im negativen Bereich in die linke Halbebene verschoben werden, was zu Klingeln führt. Wenn $\cos(\omega T_s)$ genau Null ist, liegen zwei Polstellen genau im Ursprung vor, was uns keine Informationen zum System liefert. Diese Erkenntnis bringt uns direkt zu den Einschränkungen des shannonschen Abtasttheorems, das besagt, dass die Abtastzeit größer sein muss als $2/\omega$.

Abschnitt 3.4: Ereignisbasierte Repräsentationen

Bei ereignisbasierten Prozessen, bei denen bestimmte Ereignisse den Prozess verändern, sind andere Modelle bzw. Ansätze vonnöten, bei denen der Einfluss auf das System besser sichtbar wird. **Automaten** sind eine gute Möglichkeit, darzustellen, wie sich ein Prozess auf Basis bestimmter diskreter Ereignisse verändert. In jedem Zustand wird eine Serie von Eingängen erkannt, welche den Automaten in einen anderen (oder denselben) Zustand bringen.

Bevor es um die formelle Definition eines Automaten geht, soll anhand eines einfachen Beispiels zunächst seine Funktionsweise erklärt werden. Ein System habe zwei Eingänge a und b . Ziel ist es, mit diesem System die Eingangssequenz $baba$ zu detektieren. In der Automatentheorie handelt es sich bei den möglichen (akzeptierten) Eingängen um das sog. **Eingabealphabet** des Automaten. Die Sequenz der Eingänge wird in diesem Zusammenhang **Wort** genannt. In diesem konkreten Fall ist also das Alphabet die Menge $\{a, b\}$ und das Wort ist $baba$. Ein **Zustand** ist definiert als die interne Repräsentation des Systems sowie dessen erwarteten Verhaltens. In diesem Fall können 5 Zustände definiert werden: Z_0 ist der Anfangszustand, Z_1 ist der Zustand, wenn das erste b eingegangen ist. Der Zustand Z_2 beschreibt dann den Sachverhalt, wenn die Sequenz ba eingegangen ist, und Z_3 schließlich, wenn bab in den Automaten geflossen ist. Der Zustand Z_4 , beschreibt, dass das Ausgabewort $baba$ lautet. Basierend auf den Eingängen und dem aktuellen Zustand wird eine Übergangsfunktion definiert, die zeigt, wie das System in den nächsten Zustand gelangt. Wird zum Beispiel im Zustand Z_0 ein a eingegeben, so verbleibt der Automat in Z_0 , erfolgt hingegen die Eingabe des Buchstaben b , so wechselt der Automat in den Zustand Z_1 . Zustände können in **akzeptierende** und **nichtakzeptierende** Zustände unterteilt werden. Ein akzeptierender Zustand hat genau den gewünschten Ausgang, in diesem Fall ist dies also Z_4 . Ein nichtakzeptierender Zustand hat nicht den gewünschten Ausgang, d. h. in diesem Beispiel sind dies alle anderen Zustände. Hat ein Automat alle Eingänge gelesen, so kann entschieden werden, ob das

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Wort in diesem Endzustand akzeptiert oder abgelehnt wird. Die Menge aller Wörter, die durch den Automaten akzeptiert werden, heißt **die vom Automaten akzeptierte Sprache**.

Mathematisch kann ein endlicher Automat A in der Form eines Quintupels aufgeschrieben werden:

$$A \equiv (\mathbb{X}, \Sigma, f, x_0, \mathbb{X}_m). \quad (151)$$

\mathbb{X} beschreibt die finite Menge aller Zustände, Σ beschreibt die finite Menge der möglichen Symbole, auch Eingabealphabet des Automaten genannt, $x_0 \in \mathbb{X}$ ist der Anfangszustand und $\mathbb{X}_m \subseteq \mathbb{X}$ ist die Menge aller akzeptierenden Zustände und f ist die Übergangsfunktion, die wie folgt abbildet:

$$f: \mathbb{X} \times \Sigma \rightarrow \mathbb{X}. \quad (152)$$

Das Eingabealphabet repräsentiert alle möglichen Werte, die der Automat erkennen wird. Es kann aus Buchstaben, Zahlen oder beliebigen anderen Symbolen bestehen. Ein Automat erzeugt eine Sprache L , die aus allen möglichen Zeichenketten besteht, die vom Automaten unabhängig vom Endzustand erzeugt werden können. Ein Automat akzeptiert eine spezifische Sprache L_m .

Außerdem kann eine Ausgangsfunktion g des Automaten definiert werden, welche die Ausgaben des Automaten bestimmt. Im Allgemeinen wird sie definiert als

$$g: \mathbb{X} \times \Sigma \rightarrow Y, \quad (153)$$

d. h. die Ausgangsfunktion hängt von den Zuständen und den Eingängen ab. In diesem Fall wird der Automat als **Mealy-Automat** bezeichnet. Ist die Ausgangsfunktion g definiert als

$$g: \mathbb{X} \rightarrow Y, \quad (154)$$

d. h. die Ausgangsfunktion hängt nur von den Zuständen ab, so liegt ein **Moore-Automat** vor.

Weiterhin ist eine grafische Repräsentation eines Automaten denkbar. Abbildung 41 zeigt eine typische Darstellung mit zwei Zuständen. Die wichtigsten Komponenten sind:

- Zustände, beschrieben durch \mathbb{Z} gefolgt von einer Zahl
 - Normalerweise ist $\mathbb{Z}0$ der Anfangszustand.
- Jeder Zustand wird durch einen Kreis markiert.
- Der Anfangszustand wird zusätzlich noch mit einem Pfeil gekennzeichnet, ohne dass es weitere Markierungen gibt.
- Die Übergänge zwischen den Zuständen werden durch Pfeile symbolisiert.
- Auf den Pfeilen werden die Kombinationen aus Eingängen und Ausgängen, die zum nächsten Zustand führen, vermerkt.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- Akzeptierende Zustände werden durch einen Doppelkreis markiert.

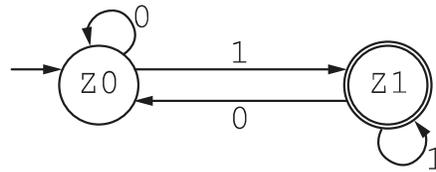


Abbildung 41: Grafische Darstellung eines Automaten

Das Senden und Empfangen von Symbolen für Eingänge bzw. Ausgänge erfolge instantan. Ein endlicher Automat muss für jedes Symbol zu jedem beliebigen Zeitpunkt eine gültige Transition gewährleisten. Oftmals sind solche Transitionen auch **Eigenschleifen**, bei denen der aktuelle und der folgende Zustand identisch sind.

Beispiel 16: Automat für einen Prozess

Betrachten Sie den zuvor eingeführten Prozess, dessen Ziel die Findung des Wortes *baba* ist. Zeichnen Sie den Automaten für diesen Prozess und definieren Sie alle Komponenten in der mathematischen Beschreibung des Automaten.

Lösung

Der Automat ist in Abbildung 42 dargestellt.

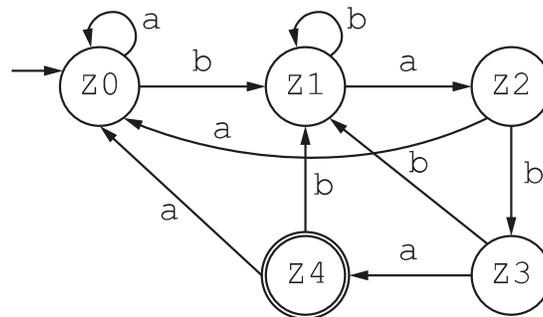


Abbildung 42: Automatengraph zum Beispielwort *baba*

Die mathematische Beschreibung lautet

$$\mathbb{X} = \{Z0, Z1, Z2, Z3, Z4\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$x_0 = Z0$$

$$\mathbb{X}_m = \{Z4\}$$

Für die Übergangsfunktion f ergibt sich:

$$f(Z0, a) = Z0 \text{ (dies ist eine Eigenschleife)}$$

$$f(Z0, b) = Z1$$

$$f(Z1, a) = Z2$$

$$f(Z1, b) = Z1$$

$$f(Z2, a) = Z0$$

$$f(Z2, b) = Z3$$

$$f(Z3, a) = Z4$$

$$f(Z3, b) = Z1$$

$$f(Z4, a) = Z0$$

$$f(Z4, b) = Z1$$

Beachten Sie, dass die Übergangsfunktion den Pfeilen im Automatengraph entsprechen sollte!

Übergänge zwischen den Zuständen können **spontan** stattfinden, d. h. es ist nicht bekannt, wann der Übergang auftritt. Zum Beispiel kann das Füllen eines Tanks zum vollen Tank ein spontaner Übergang sein, v.a. dann, wenn die Höhe des Tanks nicht bekannt ist. Diese Art des Übergangs wird durch den griechischen Buchstaben “ ε ” gekennzeichnet. Spontane Übergänge finden vor allem dann statt, wenn das System nicht vollständig bekannt ist. Automaten, die spontane Übergänge enthalten, heißen **nichtdeterministisch**, da es nicht möglich ist, den Zustand des Automaten zu jedem Zeitpunkt zu kennen. Eine andere Form von Nichtdeterminiertheit ist das Vorhandensein mehrerer Übergänge mit derselben Bezeichnung, z.B. zwei Übergänge, die mit a beschrieben sind, aber zu zwei unterschiedlichen Zuständen führen. In einem solchen Fall ist es gleichermaßen unmöglich zu wissen in welchem Zustand der Automat ist. Alle weiteren Automaten heißen **deterministisch**, da es möglich ist, aus allen vergangenen Zuständen und den Übergangsbedingungen den nächsten Zustand abzuleiten.

Zustände innerhalb eines Automaten können wie folgt klassifiziert werden:

- 1) **Periodische Zustände:** Periodische Zustände beschreiben eine Menge von Zuständen, zwischen denen der Automat oszillieren kann. Normalerweise wird für diese Beschreibung die größte Menge von Zuständen genommen, zwischen denen der Automat oszillieren kann.
- 2) **Ergodische Zustände:** Ergodische Zustände kann ein Automat nicht mehr verlassen.
- 3) **Transiente Zustände:** Alle Zustände, die nicht ergodisch sind, heißen transient.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 3.4.1.1: Analyse von Automaten

Mithilfe der beschriebenen mathematischen Modelle ist es nun möglich, den Automaten zu analysieren. Dieser Abschnitt widmet sich kurz den verschiedenen Möglichkeiten zur Manipulation und Analyse von Automaten.

Unter **Deadlock** versteht man einen nichtakzeptierenden Zustand, welchen der Automat nicht verlassen kann. So ein Automat hat einen Stillstand erreicht und ist nicht in der Lage, weitere Aktionen auszuführen. Da Automaten im Allgemeinen reale Prozesse beschreiben, handelt es sich hierbei um einen unerwünschten Zustand, der nach Möglichkeit vermieden werden sollte. Ein ähnliches Konzept wird durch den sog. **Livelock** beschrieben, wobei der Automat in einer periodischen Menge, die nur nichtakzeptierende Zustände enthält, feststeckt. Das bedeutet, dass, obwohl der Automat fähig ist zwischen Zuständen zu wechseln, nie ein akzeptierender Zustand und damit ein Ende der Ausführung erreicht werden kann. Zusammengefasst werden Deadlock und Livelock als **Blockierung** bezeichnet, da der Automat in der Ausführung seiner Aufgabe blockiert wird.

Beispiel 17: Blockierung innerhalb eines Automaten

Bestimmen Sie, ob der Automat in Abbildung 43 blockiert. Sollte er blockieren, bestimmen Sie, welche Arten von Blockierung auftreten.

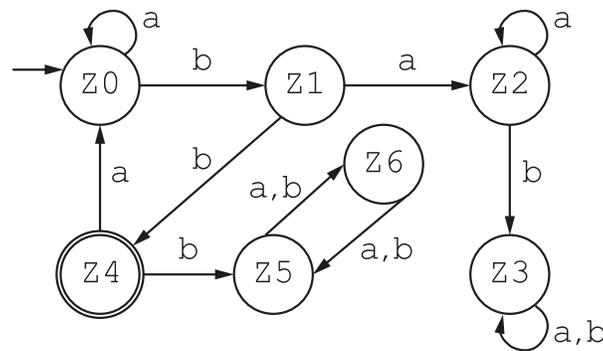


Abbildung 43: Automat mit Blockierung

Lösung

Die Betrachtung von Abbildung 43 zeigt, dass Zustand Z3 ein ergodischer, kein akzeptierender Zustand ist. Deshalb tritt in diesem Zustand Deadlock auf. Die Zustände Z5 und Z6 bilden eine periodische Menge, aus der kein Übergang herausführt. Jedoch ist keiner der Zustände ein akzeptierender Zustand, weshalb zwischen diesen beiden Zuständen Livelock auftritt.

Es ist möglich, Automaten zu manipulieren. Im Folgenden sollen einige typische Manipulationen und ihre Definitionen aufgezeigt werden:

- 1) **Akzessibel-Operator** (Acc): Dieser entfernt alle unerreichbaren Zustände und ihre assoziierten Übergänge. Diese Operation wird notwendig, wenn fortgeschrittenere Manipulationen auf dem Automaten ausgeführt werden und der Automat danach aufgeräumt werden soll. Diese Operation verändert weder die von Automaten erzeugte noch akzeptierte Sprache. Ein Zustand heißt unerreichbar, wenn es keinen Pfad vom Anfangszustand zu diesem Zustand gibt.
- 2) **Koakzessibel-Operator** (CoAc): Diese Operation entfernt alle Zustände und ihre assoziierten Übergänge, wenn aus diesen kein akzeptierender Zustand erreicht werden kann. Gilt für einen Automaten $A = \text{CoAc}(A)$, so heißt der Automat koakzessibel und blockiert niemals. Diese Operation kann die von Automaten erzeugte, doch niemals die von Automaten akzeptierte Sprache verändern.
- 3) **Trimm-Operator** (Trim): Diese Operation generiert einen Automaten, der sowohl akzessibel als auch koakzessibel ist. Die Reihenfolge dieser Operation ist dabei irrelevant, es gilt $\text{Trim}(A) = \text{CoAc}(\text{Acc}(A)) = \text{Acc}(\text{CoAc}(A))$.

Beispiel 18: Trimm eines Automaten

Wenden Sie den Trimm-Operator auf den Automaten in Abbildung 43 an!

Lösung

Ein Blick auf den Automaten in Abbildung 43 zeigt, dass es keine Zustände gibt, die nicht vom Anfangszustand aus erreicht werden können. Somit müssen wir den Koakzessibel-Operator bemühen. Es müssen die Zustände Z3, Z5 und Z6 aus dem Automaten entfernt werden, da diese Blockierungen aufweisen. Durch das Entfernen des Zustands Z3 geht der Zustand Z2 in Blockierung. Somit muss auch dieser Zustand entfernt werden. Im Allgemeinen ist dieser Prozess iterativ und wird so lange ausgeführt, bis alle blockierenden Zustände entfernt sind oder es keine Zustände mehr gibt. Den finalen Automaten zeigt Abbildung 44.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

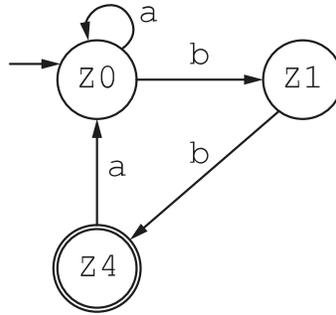


Abbildung 44: Getrimmter Automat

Abschnitt 3.4.1.2: Kombination von Automaten

Nach der Betrachtung von verschiedenen Operationen auf einzelnen Automaten ist es nun an der Zeit, Manipulationen an zwei oder mehr Automaten zu betrachten. Ist das Ziel die Kombination von zwei Automaten, so können zwei Operationen ausgeführt werden: Produkt der Automaten, beschrieben durch \times und parallele Anordnung, beschrieben durch \parallel . Die parallele Komposition wird oft auch als synchrone Komposition beschrieben.

Produkt-Komposition ist definiert als Kombination von zwei Automaten, wobei nur die Buchstaben des Alphabets betrachtet werden, welches die Automaten gemeinsam haben, d. h.

$\Sigma_1 \cup \Sigma_2$. Formal kann das Produkt zweier Automaten G_1 und G_2 geschrieben werden als

$$G_1 \times G_2 \equiv \text{Acc}(\mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, f, (x_{0_1}, x_{0_2}), \mathbb{X}_{m_1} \times \mathbb{X}_{m_2}), \quad (155)$$

wobei

$$f((x_1, x_2), e) \equiv \begin{cases} (f_1(x_1, e), f_2(x_2, e)) & e \text{ ist valide Eingabe an einem bestimmten Punkt} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases} \quad (156)$$

In der Produkt-Komposition sind die Übergänge der beiden Automaten immer auf ein allgemeines Ereignis synchronisiert. Das impliziert, dass ein Übergang nur dann stattfindet, wenn eine Eingabe für beide Automaten valide ist. Die Zustände von $G_1 \times G_2$ werden als Paar (x_1, x_2) angegeben, wobei x_1 der aktuelle Zustand von G_1 und x_2 der aktuelle Zustand von G_2 ist. Aus der Definition der Produkt-Komposition folgt

$$\begin{aligned} L(G_1 \times G_2) &= L(G_1) \cap L(G_2) \\ L_m(G_1 \times G_2) &= L_m(G_1) \cap L_m(G_2) \end{aligned} \quad (157)$$

Die Produkt-Komposition hat die folgenden Eigenschaften:

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

- 1) Sie ist kommutativ, bis auf eine Neuordnung der Zustandskomponenten in den kombinierten Zuständen.
- 2) Sie ist assoziativ, was $G_1 \times G_2 \times G_3 \equiv (G_1 \times G_2) \times G_3 = G_1 \times (G_2 \times G_3)$ impliziert.

Beispiel 19: Produkt zweier Automaten

Betrachten Sie die Automaten in Abbildung 45 und Abbildung 46. Bestimmen Sie das Produkt dieser beiden Automaten.

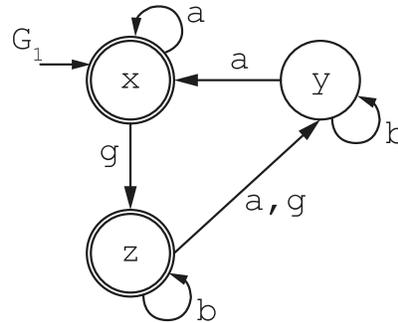


Abbildung 45: G_1

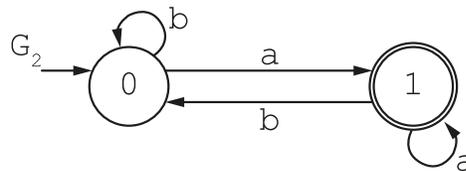


Abbildung 46: G_2

Lösung

Bevor der Automat gezeichnet werden kann, ist es sinnvoll zu überlegen, welche Eingänge für den finalen Automaten valide sind. Aus Abbildung 45 ist ablesbar, dass für G_1 die Eingänge $\{a, b, g\}$ vorhanden sind. Analog zeigt Abbildung 46, dass die Eingänge von G_2 $\{a, b\}$ lauten. Deshalb ergibt sich die gemeinsame Menge zu $\{a, b\}$.

Beim Zeichnen des finalen Automaten ist es hilfreich, im Anfangszustand beider Automaten zu starten, sich durch alle möglichen Übergänge zu arbeiten und damit den nächsten Zustand zu zeichnen. Mit dem Zustand $(x, 0)$ gestartet, verbleibt G_1 bei einem Eingang a im Zustand x , wohingegen G_2 in den Zustand 1 übergeht. Der nächste Zustand im Produkt der Automaten ist folglich $(x, 1)$. Dies ist der einzig mögliche Übergang ausgehend von $(x, 0)$, da ein Eingang b für den Automaten G_1 nicht valide ist. Ein Eingang muss für beide Automaten valide sein, damit er in deren Produkt auftaucht. Zu beachten ist, dass g nicht auftauchen wird, da es sich nicht um einen gemeinsamen Eingang handelt. Das weitere Vorgehen ist analog zur gerade beschriebenen

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Schrittfolge der Betrachtung der möglichen Zustände und wie diese von Eingängen beeinflusst werden. Ein Zustand heißt akzeptierend, wenn alle Zustände der originären Automaten akzeptierend sind. Der finale Automat ist in Abbildung 47 dargestellt.

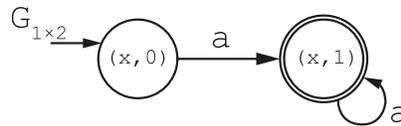


Abbildung 47: Produkt von G_1 und G_2

Die bisherigen Ausführungen zeigen, dass die Produkt-Komposition dahingehend relativ restriktiv ist, dass ein gegebener Eingang gültig für beide Automaten sein muss. Eine Möglichkeit, diese Einschränkungen abzumildern, ist die parallele Komposition. Bei diesem Verfahren werden die Eingänge in zwei Teile aufgeteilt: **gemeinsame Eingänge** und **private Eingänge**. Ein privater Eingang betrifft nur einen der gegebenen Automaten, wohingegen gemeinsame Eingänge von beiden Automaten geteilt werden. Normalerweise wird die parallele Komposition zweier Automaten G_1 und G_2 mittels $G_1 \parallel G_2$ notiert und ist definiert als

$$G_1 \parallel G_2 \equiv \text{Acc}(\mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, f, (x_{0_1}, x_{0_2}), \mathbb{X}_{m_1} \times \mathbb{X}_{m_2}), \quad (158)$$

wobei

$$f((x_1, x_2), e) \equiv \begin{cases} (f_1(x_1, e), f_2(x_2, e)) & e \text{ ist ein valider gemeinsamer Eingang} \\ & \text{für beide Automaten} \\ (f_1(x_1, e), x_2) & e \text{ ist ein privater Eingang von } G_1 \\ (x_1, f_2(x_2, e)) & e \text{ ist ein privater Eingang von } G_2 \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases} \quad (159)$$

Zu beachten ist, dass der einzige Unterschied zwischen paralleler und Produkt-Komposition in der Definition der Übergangsfunktion liegt.

Die parallele Komposition hat folgende Eigenschaften:

- 1) Sie ist kommutativ bis auf eine Neuordnung der Komponenten in den zusammengesetzten Zuständen.
- 2) Sie ist assoziativ. Dies zeigt der Ausdruck $G_1 \parallel G_2 \parallel G_3 \equiv (G_1 \parallel G_2) \parallel G_3 = G_1 \parallel (G_2 \parallel G_3)$.

Beispiel 20: Parallelschaltung von zwei Automaten

Betrachten Sie dieselben Automaten wie in Beispiel 19. Bestimmen Sie die parallele Komposition der beiden Automaten.

Lösung

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Das allgemeine Vorgehen zur Lösung dieses Problems ist analog der Vorgehensweise bei der Produkt-Komposition. Zuerst muss bestimmt werden, welche Eingänge zu welcher Kategorie gehören. Da der Eingang g nur G_1 beeinflusst, handelt es sich um einen privaten Eingang von G_1 . Die anderen beiden Eingänge $\{a, b\}$ sind gemeinsame Eingänge beider Automaten.

Start ist wieder in den Anfangszuständen beider Automaten und der Weg führt durch beide Automaten hindurch. Aus dem Startzustand $(x, 0)$ heraus gibt es zwei valide Eingänge (der gemeinsame Eingang a und der private Eingang g). Wie zuvor bewirkt der gemeinsame Eingang a eine Zustandsänderung in $(x, 1)$, wohingegen der private Eingang g einen Übergang in den Zustand $(z, 0)$ auslöst. Im Zustand $(z, 0)$ gibt es drei valide Eingänge (gemeinsame Eingänge a und b sowie privater Eingang g). Eingang a bewirkt eine Zustandsänderung in $(x, 1)$, während Eingang b eine Eigenschleife auslöst. Der private Eingang g , der nur den Automaten G_1 beeinflusst, bringt $G_{1||2}$ in den Zustand $(y, 0)$. Der finale Automat ist in Abbildung 48 gezeigt.

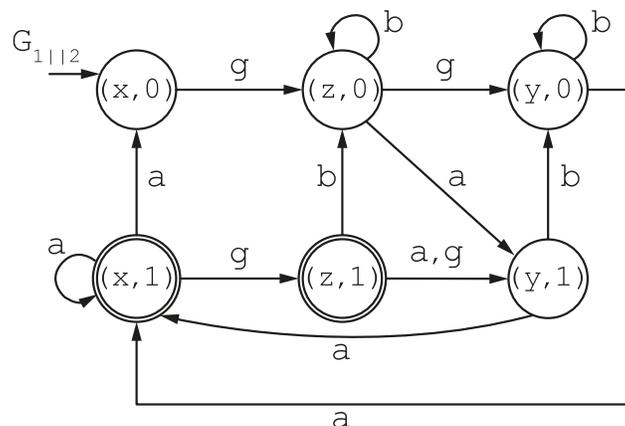


Abbildung 48: Parallele Komposition von G_1 und G_2

Abschnitt 3.4.1.3: Zeitbewertete Automaten

Zeitbewertete Automaten sind mit einer Uhr verbunden. Solch ein Automat hat vier Bestandteile: den endlichen Automaten, die **Uhr**, die **Invarianten** und die **Bedingungen** (Guards). Solche Automaten können minimale und maximale Zeitvorgaben für bestimmte Übergänge modellieren. Abbildung 49 zeigt einen Ausschnitt aus einem zeitbewerteten Automaten. Die Uhrenvariable c beschreibt die Zeit, die seit dem letzten Rücksetzen der Uhr verstrichen ist, was mit der Gleichung $c \equiv 0$ beschrieben wird. Eine Bedingung zeigt an, wann ein Übergang stattfinden kann. In Abbildung 49 beispielsweise kann der Übergang $z_0 \rightarrow z_1$ nur für eine Zeit $c \geq 180$ s stattfinden. Eine Invariante zeigt, wie lange ein Automat maximal in einem Zustand verbleiben kann. Aus

Abbildung 49 ist erkennbar, dass der Automat maximal 240 s im Zustand Z_0 verbleiben darf, bevor er diesen verlassen muss. Das bedeutet, dass dieser Automat eine unendliche Anzahl an möglichen Realisierungen hat, da er den Zustandswechsel $Z_0 \rightarrow Z_1$ in einem beliebigen Zeitfenster mit $180 \leq t \leq 240$ s vollziehen kann. Deshalb hat ein zeitbewerteter Automat einen unendlichen Zustandsraum.

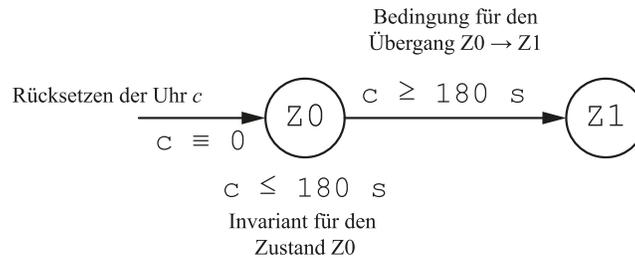


Abbildung 49: Zeitbewerteter Automat

Mathematisch kann ein zeitbewerteter Automat beschrieben werden durch die Gleichung

$$A \equiv (\mathbb{X}, \Sigma, f, \mathbb{C}, I, x_0, \mathbb{X}_m) \quad (160)$$

wobei \mathbb{C} eine endliche Menge von Uhrenvariablen ist. Die Variable I ist die Invariantenfunktion, die die Zustände mit den Übergangseinschränkungen verbindet, d. h. δ

$$I: \mathbb{X} \rightarrow \Phi(\mathbb{C}) \quad (161)$$

wobei $\Phi(\mathbb{C})$ die Menge der Zeitbedingungen δ ist. Die Zeitbedingungen δ sind entweder wahr oder falsch, abhängig von den aktuellen Uhrenvariablen. Mit $a \in \mathbb{R}$ ergeben sich die folgenden möglichen Zeitbedingungen:

- $\delta \equiv (c \leq a)$
- $\delta \equiv (c = a)$
- $\delta \equiv (c \geq a)$
- $\delta \equiv (\delta_1 \text{ OR } \delta_2)$
- $\delta \equiv \neg(\delta)$
- $\delta \equiv \emptyset \text{ or } \{\}$

Die Übergangsfunktion ist definiert durch

$$f: \mathbb{X} \times U \times \Phi(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{X} \times 2^{|\mathbb{C}|} \quad (162)$$

wobei $2^{|\mathbb{C}|}$ die Potenzmenge von \mathbb{C} repräsentiert.

In einigen Formalismen werden die Übergänge als **dringend** oder **nichtdringend** definiert. Dringende Übergänge finden so bald wie möglich statt, wohingegen nichtdringende Übergänge

weniger stark priorisiert sind. Normalerweise werden spontane Übergänge nichtdringenden Übergängen zugeordnet.

Abschnitt 3.5: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 3.5.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Ein Prozess, der das Homogenitäts- und das Superpositionsprinzip erfüllt, heißt linear.
- 2) In einem zeitvarianten Modell verändern sich die Parameter mit der Zeit.
- 3) In einem Modell mit konzentrierten Parametern existieren Ortsableitungen der Parameter.
- 4) Ein akausales System hängt von zukünftigen Werten ab.
- 5) Ein dynamisches System zieht nur den aktuellen Wert des Prozesses in Betracht.
- 6) Die Zustandsraumdarstellung eines Systems beinhaltet die Verknüpfung von Eingängen, Zuständen und Ausgängen.
- 7) Eine Übertragungsfunktion kann nur für lineare Prozesse aufgestellt werden.
- 8) Jede Übertragungsfunktion hat eine eindeutige Zustandsraum-Darstellung.
- 9) Vorhersagefehler-Modelle sind zeitdiskrete Modelle eines Prozesses.
- 10) Ein weißes Rauschsignal hängt von den vergangenen Werten des Rauschsignals ab.
- 11) Im Box-Jenkins-Modell ist der Grad des A -Polynoms auf null festgelegt.
- 12) Im autoregressiven exogenen Modell ist jeweils der Grad des C - und D -Polynoms gleich null.
- 13) Es ist nicht möglich, ein stetiges Modell in ein diskretes Modell zu überführen.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 14) Ein Prozess im stationären Zustand wird unvorhersehbare Schwingungen in seinen Werten beinhalten.
- 15) Die Verstärkung eines Prozesses repräsentiert das transiente Verhalten des Prozesses.
- 16) Die Prozesszeitkonstante beschreibt die Totzeit, bis der Prozess reagiert.
- 17) Eine kontinuierliche Übertragungsfunktion mit Polstellen bei -2 , -1 und 0 ist stabil.
- 18) Eine kontinuierliche Übertragungsfunktion mit Polstellen bei 1 , 2 und 5 ist stabil.
- 19) Eine diskrete Übertragungsfunktion mit Polstellen bei $0,5$, $-0,5$ und 1 ist instabil.
- 20) Eine diskrete Übertragungsfunktion mit Polstellen bei $0,25$, $0,36$ und $0,25 \pm 0,5i$ ist stabil.
- 21) Ein kontinuierliches Zustandsraummodell mit Eigenwerten bei $0,25 \pm 2i$ ist stabil.
- 22) Ein diskretes Zustandsraummodell mit einfachen Eigenwerten bei $\pm 0,25i$ ist stabil.
- 23) Das Alphabet eines Automaten repräsentiert die erlaubten Eingaben des Automaten.
- 24) Ein akzeptierender Zustand ist ein Zustand, der die gewünschte Ausgabe liefert.
- 25) Die von einem Automaten akzeptierte Sprache ist die Menge aller vom Automaten akzeptierten Wörter.
- 26) Bei Mealy-Automaten hängt die Ausgangsfunktion nur von den Zuständen ab.
- 27) Blockierung tritt auf, wenn ein Automat keinen akzeptierenden Zustand erreichen kann.
- 28) Spontane Übergänge werden mit ϵ beschrieben.
- 29) Ein Automat mit spontanen Übergängen wird als deterministischer Automat bezeichnet.
- 30) Der Koakzessibel-Operator entfernt alle Zustände inklusive der zugehörigen Übergänge, die nicht vom Anfangszustand aus erreichbar sind.
- 31) In einem zeitbewerteten Automaten zeigt der Guard an, wie lange der Automat in einem bestimmten Zustand verbleiben kann.
- 32) Für einen zeitbewerteten Automaten ist $\delta \equiv (c \leq 1.000)$ eine akzeptierbare Zeitbedingung.
- 33) Für einen zeitbewerteten Automaten ist $\delta \equiv (c = abcd)$ eine akzeptierbare Zeitbedingung.
- 34) Aus einer Menge ergodischer Zustände führt kein Übergang hinaus.

Abschnitt 3.5.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mithilfe von Stift und Papier gelöst werden. Zum Zeichnen von bspw. Diagrammen kann auch eine entsprechende Software verwendet werden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

35) Klassifizieren Sie die nachfolgenden Modelle anhand der Informationen aus diesem Kapitel. Sind die Modelle linear, zeitinvariant, dynamisch, kausal oder enthalten sie verteilte Parameter?

a. $y_{k+1} = 4y_k + 7u_{k+5} - 5e_k$.

b. $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\alpha(t) \frac{\partial T}{\partial t}$, wobei α ein zeitabhängiger Parameter ist.

c. $y_{k+1} = -4y_k - 3e_k$

d. $\frac{\partial T}{\partial t} = -\alpha(t)u(t+1)$, wobei α ein zeitabhängiger Parameter ist.

36) Bestimmen Sie die Stabilität der folgenden kontinuierlichen Übertragungsfunktionen. Sind die Übertragungsfunktionen stabil, so bestimmen Sie die Verstärkung, die Zeitkonstante und die Totzeit.

a. $G(s) = \frac{5(s+1)}{6s^3 + 11s^2 + 6s + 1} e^{-3s}$

b. $G(s) = \frac{-5}{150s^3 + 65s^2 + 2s - 1} e^{-10s}$

c. $G(s) = \frac{4.5}{15s^2 + 8s + 1} e^{-10s}$

d. $G(s) = \frac{4.5}{15s^2 + 26s + 7} e^{-7s}$

37) Bestimmen Sie die Stabilität der folgenden kontinuierlichen Übertragungsfunktionen. Überführen Sie die Modelle in eine Übertragungsfunktion. Sind die Übertragungsfunktionen stabil, so bestimmen Sie die Verstärkung und die Zeitkonstante.

a.
$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}$$

b.
$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u}$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}$$

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \\ 2 \end{bmatrix} \bar{u}$$

c.

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}$$

38) Bestimmen Sie die Stabilität der folgenden zeitdiskreten Modelle.

a. $y_{k+1} = 4y_k + 7u_{k+5} - 5e_k$

b. $y_{k+1} = \frac{z^{-5}}{1-4z^{-1}} u_k$

c. $y_{k+1} = \frac{z^5 + z^4}{z^6 + z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z^1 + 1} u_k$

d. $\bar{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 2 \\ 0 & 0.5 & 2 \\ 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix} \bar{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \\ 2 \end{bmatrix} \bar{u}_k$

e.

$$\bar{y}_k = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}_k$$

e. $\bar{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -1.5 & 0 & 0 \\ 3 & 1.5 & 0 \\ 1 & 2 & 2.25 \end{bmatrix} \bar{x}_k + \begin{bmatrix} -1 \\ 0.5 \\ 3 \end{bmatrix} \bar{u}_k$

f.

$$\bar{y}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}_k$$

39) Wie lautet die Beziehung zwischen den Eigenwerten einer Zustandsraumdarstellung und der Zeitkonstante, die aus der Übertragungsfunktion bestimmt wurde?

40) Unterscheiden Sie die Zustände des Automaten in Abbildung 50 in markiert, ergodisch, periodisch und transient. Bestimmen Sie, ob Blockierung vorliegt. Ist dies der Fall, geben Sie die Art der Blockierung an.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

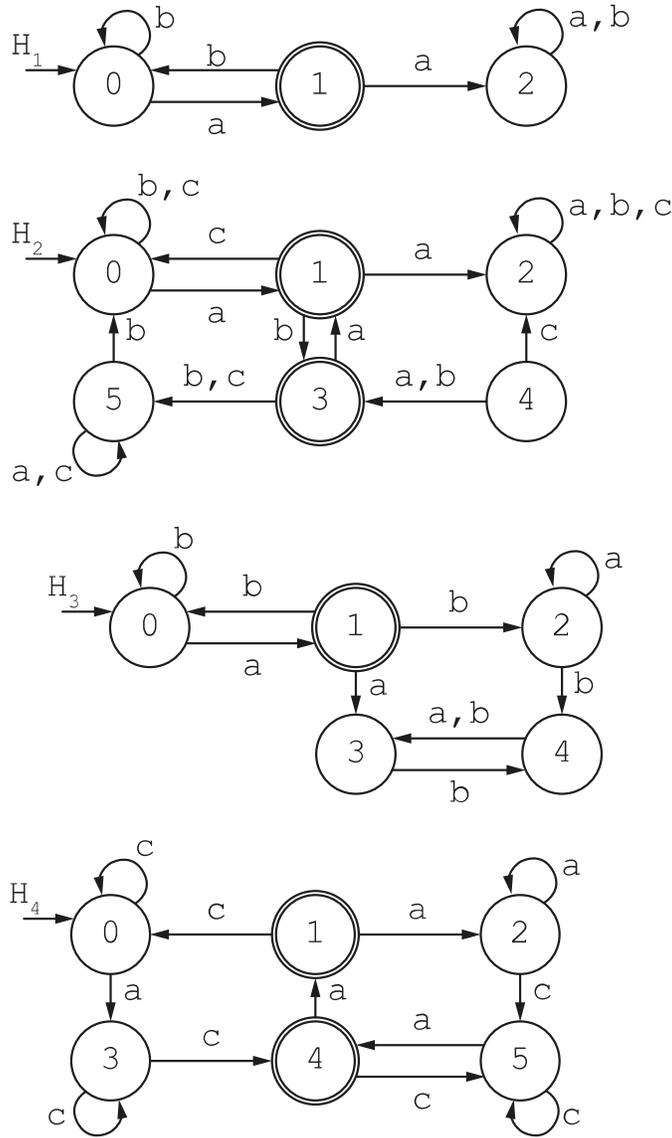
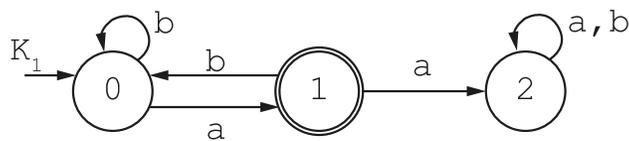


Abbildung 50: Automat für Aufgaben 40 und 41

41) Wenden Sie den Trimm-Operator auf die Automaten in Abbildung 50 an.

42) Führen Sie mithilfe der Automaten in Abbildung 51 die folgenden Operationen durch:

$K_1 \times K_2$, $K_1 \parallel K_2$, $K_1 \times K_3$, $K_1 \parallel K_2 \parallel K_3$ und $K_1 \times K_2 \times K_3$.



English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

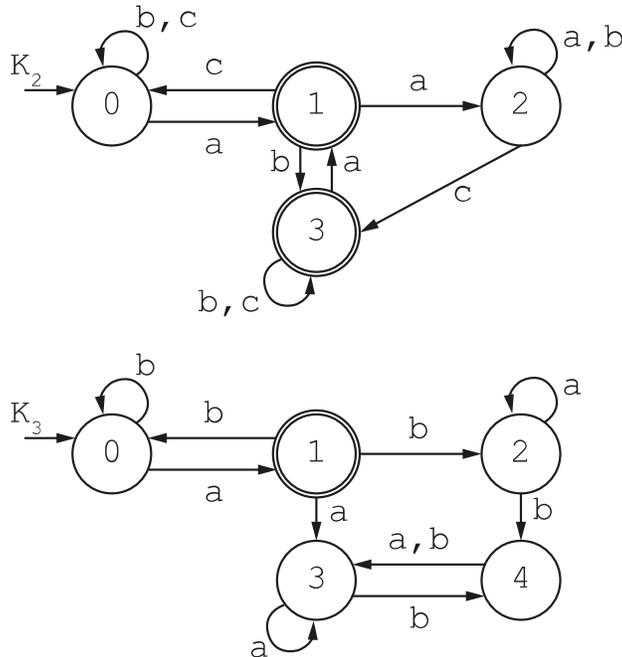


Abbildung 51: Automaten für Aufgabe 42

43) Zeichnen Sie die Automaten für die folgenden Prozesse:

- Für die gegebenen Buchstaben a und b soll die Zeichenkette $abab$ gefunden werden.
- Für die gegebenen Buchstaben c , d und e soll die Zeichenkette $dec d$ gefunden werden.
- Für die gegebenen Buchstaben g , h und i sollen die Zeichenketten hig und $high$ gefunden werden.

Abschnitt 3.5.3: Computergestützte Aufgaben

Die folgenden Probleme sollen mithilfe eines Computers und entsprechender Softwarepakete wie z. B. MATLAB® oder Excel® gelöst werden.

44) Modellieren Sie ein Ihnen vertrautes System. Stellen Sie sicher, dass Sie alle für den Prozess notwendigen Differentialgleichungen in Ihrer Beschreibung aufnehmen.

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Kapitel 4: Schematische Darstellung eines Prozesses

Dieser Kapitel beschäftigt sich mit den wichtigsten schematischen Methoden zur Darstellung von Prozessen. Hierbei werden **Blockdiagramme**, **Rohrleitungs- und Instrumentenfließschemata (R&IDs)**, **Verfahrensfließschemata (PFDs)** sowie **elektrische und logische Schaltkreisdiagramme** betrachtet.

Abschnitt 4.1: Blockdiagramme

Ein Blockdiagramm ist eine abstrakte Repräsentation des Prozesses im Frequenzbereich. Hierbei werden alle unwichtigen Details außen vorgelassen und nur essenzielle Elemente hervorgehoben.¹⁴ Das **grundlegende Blockdiagramm** besteht aus drei Teilen, wie Abbildung 52 zeigt. Der Eingang in das Blockdiagramm auf der linken Seite wird durch U beschrieben, wohingegen der Ausgang auf der rechten Seite durch die Variable Y beschrieben wird. Innerhalb des Blocks ist das **Prozessmodell**, beschrieben durch G , lokalisiert. In den meisten Fällen wird die konkrete Ausformung des Prozessmodells nicht beschrieben, doch es ist nahezu jede Beziehung zwischen Ausgang und Eingang denkbar.

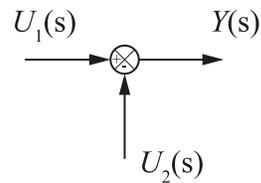


Abbildung 52: Grundlegendes Blockdiagramm

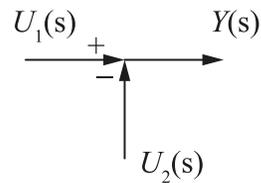
Ein weiterer wichtiger Block ist der **Summationsblock**, der zeigt, wie zwei oder mehr Signale miteinander kombiniert werden müssen. Abbildung 53 zeigt einen typischen Summationsblock. Die Zeichen innerhalb des Kreises deuten an, ob die Signale addiert oder subtrahiert werden müssen. Da die Struktur eines Summationsblocks bekannt ist, können zwei Vereinfachungen getroffen werden. Anstelle eines Kreises werden die Signale durch Pfeile dargestellt und die jeweiligen Vorzeichen an den Enden der Pfeile vermerkt. Eine weitere Vereinfachung ist der Verzicht

¹⁴ Oftmals wird es auch für eine Darstellung im Zeitbereich verwendet, wobei die Kompositions- und Summationsregeln vernachlässigt und geringfügig andere Modelle verwendet werden. In solchen Fällen werden Blockdiagramme besser als Verfahrensfließschemata bezeichnet, welche in Abschnitt 4.2 behandelt werden.

auf die Pluszeichen und es werden nur Minuszeichen neben den Pfeilen notiert. Ein häufig genutzter Standard ist es, die Rechenzeichen, die den Signalen zugeordnet sind, in Pfeilrichtung auf der linken Seite anzuordnen.



Summationsblock, mit dem $U_2(s)$ von $U_1(s)$ abgezogen wird und somit $Y(s)$ entsteht



Summationsblock, mit dem $U_2(s)$ von $U_1(s)$ abgezogen wird und somit $Y(s)$ entsteht

Abbildung 53: Summationsblock in ganzer Form (oben) und als abgekürzte Darstellung (unten)

Der größte Vorteil der Blockdiagramme ist, dass ihre Struktur ein einfaches Auslesen der Beziehungen zwischen Eingangs- und Ausgangssignal erlaubt. So gilt für das allgemeine Blockdiagramm gemäß Abbildung 52 zwischen Ein- und Ausgang die Beziehung

$$Y = G U \quad (163)$$

wohingegen für den Summationsblock aus Abbildung 53 geschrieben werden kann

$$Y = U_1 - U_2 \quad (164)$$

Nun soll die Beziehung zwischen Y und U für eine Reihenschaltung aus drei Blöcken, wie in Abbildung 54 dargestellt, abgeleitet werden. Der naive Ansatz wäre, zwischen den Blöcken die Ausgänge Y_1 und Y_2 einzuführen und die Gleichungen dann folgendermaßen aufzuschreiben:

$$Y_1 = G_1 U \quad (165)$$

$$Y_2 = G_2 Y_1 = G_2 G_1 U \quad (166)$$

$$Y = G_3 Y_2 = G_3 G_2 G_1 U \quad (167)$$

Dies zeigt, dass das endgültige Ergebnis als $Y = G_3 G_2 G_1 U$ geschrieben werden kann. Da die Blöcke in Serie geschaltet sind, kann das Endergebnis auch über die Multiplikation der

Übertragungsfunktionen erlangt werden. Der zuerst vorgestellte Ansatz hat dennoch seine Berechtigung, v.a. dann, wenn das System aus vielen Übertragungsfunktionen und Summationsblöcken besteht.

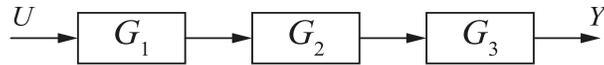


Abbildung 54: Blockdiagramm-Algebra: Zu Bestimmung des Zusammenhangs zwischen U und Y müssen die Übertragungsfunktionen zwischen den beiden Punkten multipliziert werden, also, $Y = G_3 G_2 G_1 U$.

Beispiel 21: Verzweigtes Blockdiagramm

Betrachten Sie den geschlossenen Regelkreis in Abbildung 55 und bestimmen Sie den Ausdruck für den Zusammenhang zwischen R und Y . Nehmen Sie dazu an, dass alle Signale im Frequenzbereich vorliegen.

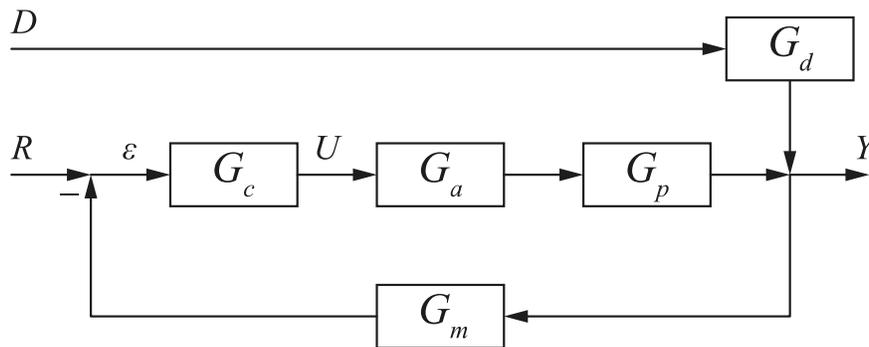


Abbildung 55: Generischer Regelkreis

Lösung

Starten wir beim Eingangssignal R und durchlaufen das Blockdiagramm in Richtung Ausgang Y , so ergibt sich:

$$\varepsilon = R - G_m Y$$

$$U = G_c \varepsilon$$

$$Y = G_p G_a U + G_d D$$

Einsetzen der ersten Beziehung in die zweite Gleichung und Nutzung des Ergebnisses in der dritten Beziehung ergibt

$$Y = G_p G_a G_c (R - G_m Y) + G_d D$$

Durch Umsortieren dieser Gleichung erhalten wir

$$Y = G_p G_a G_c R - G_p G_a G_c G_m Y + G_d D$$

Auflösen nach Y liefert

$$Y = \frac{G_p G_a G_c}{1 + G_p G_a G_c G_m} R + \frac{G_d}{1 + G_p G_a G_c G_m} D$$

Da nur die Beziehung zwischen R und Y gefragt ist, kann $D = 0$ gesetzt werden. Damit erhalten wir

$$Y = \frac{G_p G_a G_c}{1 + G_p G_a G_c G_m} R$$

Diese Gleichung wird häufig für geschlossene Regelkreise verwendet.

Das Erstellen eines Blockdiagramms kann mitunter sehr komplex sein, doch sie erlaubt es, die wichtigsten Eigenschaften des Systems zu extrahieren und zu verstehen.

Abschnitt 4.2: Verfahrensflißschemata

Das Verfahrensflißschema (PFD) stellt eine Vereinfachung des Prozesses dar, wobei nur die wesentlichen Elemente des Prozesses dargestellt werden. Für kompliziertere Prozesse werden PFD oftmals mit Blöcken modelliert, wobei die Blöcke die einzelnen Unterprozesse repräsentieren. In solchen Fällen sind die PFD ähnlich den Blockdiagrammen aus Abschnitt 4.1.

Ein Verfahrensflißschema, das einen einzelnen Prozess beschreibt, enthält normalerweise die folgenden Komponenten: Prozessverrohrung, Schlüssel-/Hauptkomponenten, Hauptventile und Regelventile, Verbindungen zu anderen Systemen, wichtige Umgehungs- und Rückführströme und Verfahrensflißnamen.

Abbildung 56 zeigt ein typisches Verfahrensflißschema. Die Regeln zur Erstellung eines PFD sind gleich denen zur Erstellung eines R&ID aus Abschnitt 4.3. Der einzige Unterschied ist der Grad der Detaillierung.

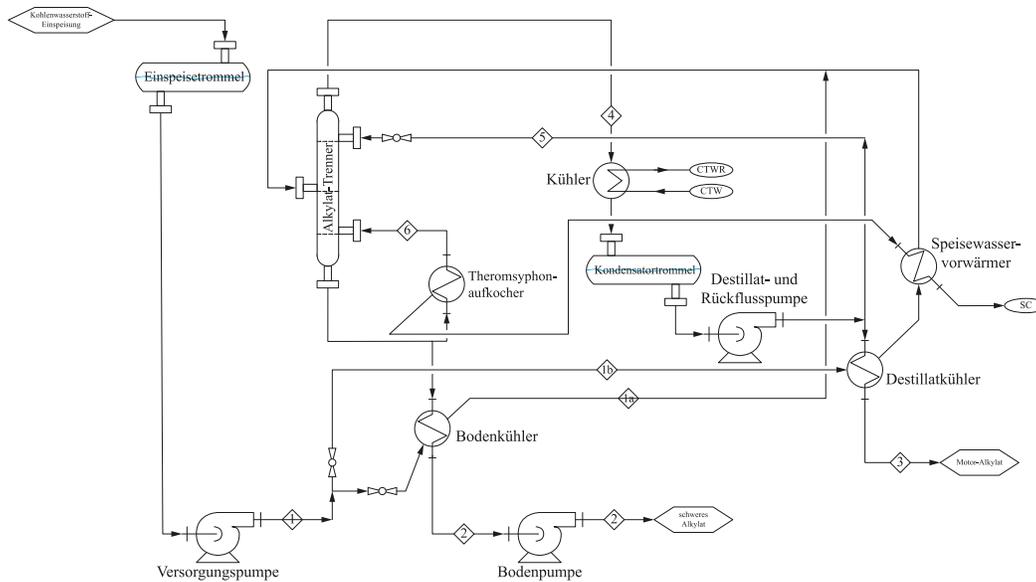


Abbildung 56: Prozessflussdiagramm für die Alkalyt-Spaltung

Abschnitt 4.3: Rohrleitungs- und Instrumentierungsdiagramm (R&ID)

Das Rohrleitungs- und Instrumentierungsdiagramm (R&ID) ist eine detaillierte Beschreibung eines Prozesses, in der alle Verbindungen und Komponenten gezeigt werden. Zusätzlich zu den Informationen des PFD enthält das R&ID folgende weitere Informationen:

1. Typ und ID-Nummer aller Komponenten
2. Rohrleitungen, Armaturen mit nominellen Durchmessern, Druckstufen und Materialien
3. Motoren
4. Mess- und Kontrollinstrumente

Abbildung 57 zeigt ein typisches R&ID für eine Chemiefabrik.

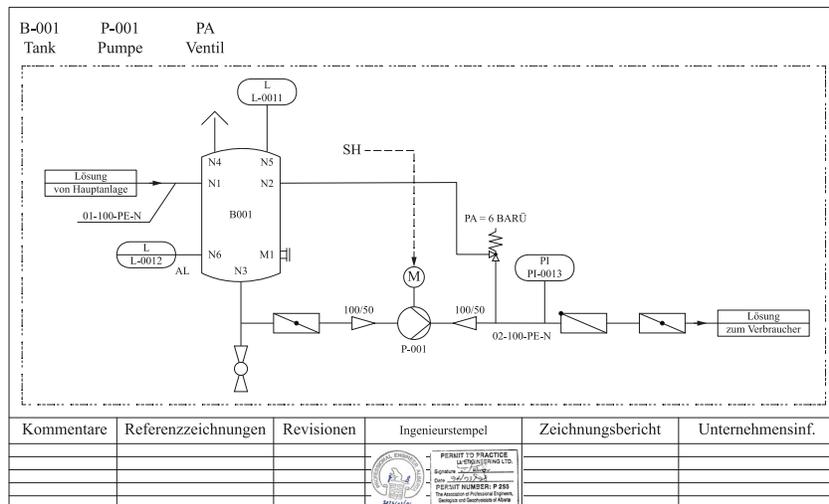
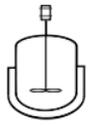
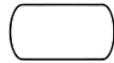


Abbildung 57: R&ID für eine Gaskühl- und -trennanlage in Anlehnung an den kanadischen Entwurfsstandard (beachten Sie den technischen Stempel in der Box in der Mitte)

Abschnitt 4.3.1: Symbole für R&ID-Komponenten gemäß DIN EN 62424

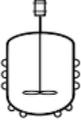
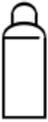
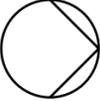
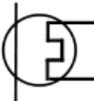
Tabelle 19 zeigt die wichtigsten Komponenten gemäß DIN EN 62424¹⁵. Weitere Symbole sind in der Norm hinterlegt.

Tabelle 19: Komponenten von R&IDs gemäß DIN EN 62424

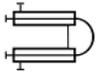
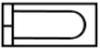
Symbol	Name	Symbol	Name
—	Rohr ¹⁶		Behälter (Chemischer Reaktor) mit Mantel
-/-/-	Isoliertes Rohr		Druckbehälter
=	Rohr mit Schutzmantel		
- - -	Beheiztes oder gekühltes Rohr		

¹⁵ Die veraltete deutsche Norm DIN 19227 stimmt nahezu mit der ISA oder nordamerikanischen Norm überein. Unterschiede bestehen lediglich in der Bezeichnung der verschiedenen Sensoren oder Funktionen und kleineren Details die korrekte Positionierung von zusätzlichen Angaben betreffend. Dieses Buch folgt der neuen Norm, ohne auf ältere Standards zu referenzieren, um Verwirrung zu vermeiden.

¹⁶ Allgemeine Darstellung eines Rohrs

Symbol	Name	Symbol	Name
	Behälter mit Halbröhrenschlange		Radialventilator
	Kolonne		Gasflasche
	Pumpe (allgemein)		Ofen, Brennofen
	Verdichter, Kompressor, Vakuumpumpe (allgemein)		Kühlturm
	Sack		Trockner, Verdampfer
	Kolonne mit Austauschböden		Kühler
	Ventilator		Wärmeübertrager ¹⁷
	Axialventilator		Wärmeübertrager

¹⁷ Nach DIN-Standard „M-Wärmeübertrager“

Symbol	Name	Symbol	Name
	Platten-Wärmeübertrager		Trichter
	Spiral-Wärmeübertrager		Kondensatableiter
	Mantelrohr –Wärmeübertrager		Schauglas
	Rohrbündelwärmeübertrager		Druckminderer
	U-Rohr-Wärmeübertrager		Schlauch
	Rippenrohr-Wärmeübertrager mit Axiallüfter		Absperrarmatur
	Überstromöffnung (abgedeckt)		Regelventil
	Überstromöffnung (gekrümmt)		manuelles Ventil
	Staub-/Partikelfilter ¹⁸		Rückschlagarmatur
			Nadelventil
			Absperrklappe

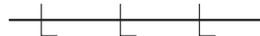
¹⁸ Die englische Bezeichnung trifft die Funktion in diesem Staub oder Partikel handelt, die aus dem Volumenstrom Fall besser, da es sich um eine Art Auffangbehälter für abgeschieden wurden.

Symbol	Name	Symbol	Name
	Membranventil		Sicherheitsventil in Eckform, federbelastet
	Kugelhahn		

Abschnitt 4.3.2: Verbindungen und Rohrleitungen in R&IDs

Die Art der Verbindung muss im R&ID dargestellt werden. Tabelle 20 zeigt die meistgenutzten Darstellungen für solche Verbindungen.

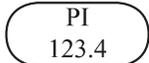
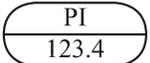
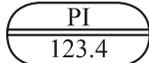
Tabelle 20: Verbindungstypen für R&IDs

Symbol	Deutscher Name
	Rohr (Prozessfluss)
	Pneumatisches Signal
	Elektrisches Signal
	Hydraulisches Signal
	Elektromagnetisches Signal

Abschnitt 4.3.3: Beschriftungen in R&IDs

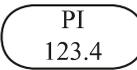
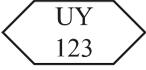
Wichtig für R&IDs ist, dass die einzelnen Komponenten klar und eindeutig identifiziert sein müssen. Genauso müssen der Typ und der Ort der Komponente klar erkennbar sein. Tabelle 21 und Tabelle 22 zeigen die Symbole für Sensoren und Aktoren im Überblick.

Tabelle 21: Symbole zur Lokalisierung

Ort	Lokal/im Feld	In zentraler Position	In lokal zentralem Punkt
Symbol			

Ort	Lokal/im Feld	In zentraler Position	In lokal zentralem Punkt
Beschreibung	Komponente ist in (direkter) Nachbarschaft zum Prozess	Komponente ist in zentraler Position (oftmals ein Computer)	Komponente ist in einer lokalen, aber zentralen Position (oftmals Prozesskontrollbereich)

Tabelle 22: Symbole zur Typisierung

	Allgemein	Prozesskontrollfunktion
Symbol		

Es gibt viele unterschiedliche Felder in den Beschriftungen der Komponenten. Eine Übersicht zeigt Abbildung 58. Die linken Felder (Nr. 1 bis Nr. 3) sind optional und es gibt keine Beschränkungen bezüglich des Inhalts. Feld Nr. 1 enthält zumeist den Zulieferer, Feld Nr. 2 Standardwerte der Komponente. Die zwei zentralen Felder (#4 und 5) zeigen die wichtigen Informationen über die Komponente. Feld Nr. 4 enthält die PCE-Kategorie¹⁹, sowie die PCE-Verarbeitungsfunktion (vgl. Tabelle 23). Feld Nr. 5 enthält eine (willkürliche) PCE-Kennzeichnung. Die rechten Felder (Nr. 6 bis Nr. 12) zeigen zusätzliche Informationen über die Komponente. So zeigen die Felder Nr. 6 bis Nr. 8 Alarme und Benachrichtigungen bezogen auf obere Grenzwerte, wohingegen die Felder Nr. 10 bis Nr. 12 Alarme und Benachrichtigungen bezüglich unterer Grenzwerte beinhalten. Dabei enthalten die Felder, die am weitesten vom Zentrum entfernt sind, die wichtigsten Informationen. Feld Nr. 9 enthält Informationen über die Wichtigkeit der Komponente. Ein Dreieck (▲) bedeutet, dass die Komponente sicherheitsrelevant ist, wohingegen ein Kreis (●) zeigt, dass die Komponente für eine gute Herstellungspraxis (GMP) benötigt wird. Ein Quadrat (■) zeigt an, dass die Komponente qualitätsrelevant ist.

¹⁹ PCE ist die Abkürzung für „Process Control Engineering“.

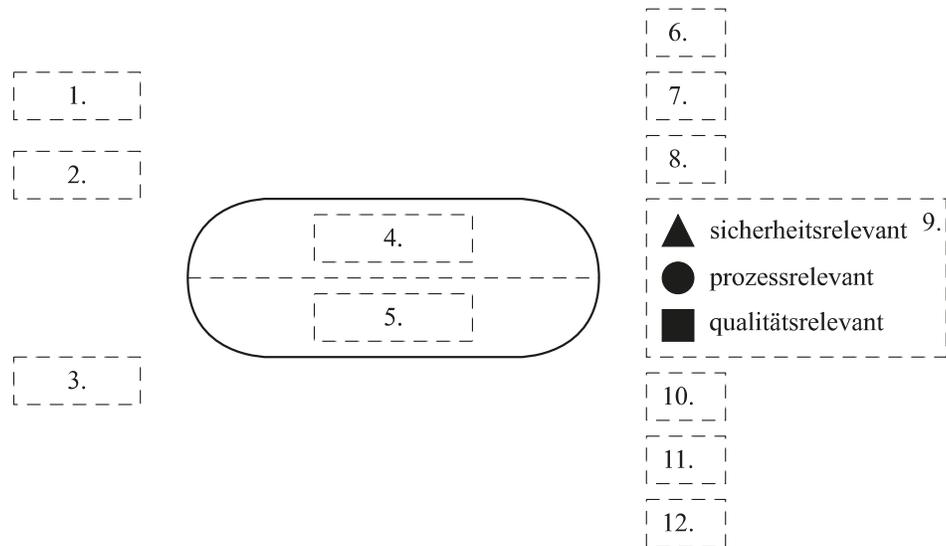


Abbildung 58: Felder in einer R&ID Beschriftung

Tabelle 23 zeigt die PCE-Kategorien und in Tabelle 24 sind die PCE-Verarbeitungsfunktionen dargestellt. Für motorisierte Geräte (PCE-Kategorie N) gibt es nur zwei Möglichkeiten für die Verarbeitungsfunktion: S, was einen AN/AUS-Motor darstellt und C, was für die Motorsteuerung steht. Handelt es sich um ein Ventil mit PCE-Kategorie Y, so ergeben sich vier Möglichkeiten: S beschreibt ein Ventil mit den Schaltzuständen EIN/AUS, C beschreibt ein Regelventil, Z beschreibt ein sicherheitsrelevantes Ventil mit den Zuständen EIN/AUS und mit IC beschreibt ein Regelventil mit kontinuierlicher Positionserkennung. Für Prozessleitfunktionen gibt es noch einige weitere spezifische Regeln:

- 1) PCE-Kategorie ist immer dieselbe, und zwar U.
- 2) Die nachfolgenden Buchstaben sind meist A, C, D, F, Q, S, Y oder Z. Kombinationen aus diesen Buchstaben sind möglich.

Tabelle 23: PCE-Kategorien

Buchstabe	Bedeutung	Englischer Name
A	Analyse	Analysis
B	Flammenüberwachung	Burner Combustion
C ²⁰	Leitfähigkeit	Conductivity

²⁰ Offiziell handelt es sich um eine freie Variable, die beliebig belegt werden kann. In der Praxis wird sie häufig für die Leitfähigkeit genutzt.

Buchstabe	Bedeutung	Englischer Name
D	Dichte	Density
E	Elektrische Spannung	Voltage
F	Durchfluss	Flow
G	Abstand, Länge, Stellung	Gap
H	Handeingabe/Handeingriff	Hand
I	Elektrischer Strom	Current
J	Elektrische Leistung	Power
K	Zeitbasierte Funktion	Time Schedule
L	Füllstand	Level
M	Feuchte	Moisture
N	Elektrisch aktuiertes Stellglied	Motor
O	<i>Frei</i>	<i>Free</i>
P	Druck	Pressure
Q	Quantität	Quantity/Event
R	Strahlung	Radiation
S	Geschwindigkeit, Drehzahl, Frequenz	Speed, Frequency
T	Temperatur	Temperature
U	<i>vorgesehen für PCE-Leitfunktionen</i>	<i>anticipated for PCE control functions</i>
V	Schwingung	Vibration
W	Gewichtskraft, Masse	Weight
X	<i>Frei</i>	<i>Free</i>
Y	Stellventil	Valve
Z	<i>Frei</i>	<i>Free</i>

Tabelle 24: PCE-Verarbeitungsfunktionen

Buchstabe	Bedeutung	Englischer Name	Kommentar
A	Alarm, Meldung	Alarming	nur in Feldern Nr. 6,7, 8, 10, 11 und 12; in Feld Nr. 4 für Prozessleitfunktionen
B	Beschränkung, Eingrenzung	Condition, Limitation	nur in Feld Nr. 4
C	Regelung/Steuerung	Control	nur in Feld Nr. 4
D	Differenz	Difference	nur in Feld Nr. 4
F	Verhältnis	Fraction	nur in Feld Nr. 4
H	Oberer Grenzwert, an, offen	High, on, open	nur in Feldern Nr. 6,7, 8, 10, 11 und 12
I	Anzeige	Indicator	nur in Feld Nr. 4
L	Unterer Grenzwert, aus, geschlossen	Low, off, closed	nur in Feldern Nr. 6,7, 8, 10, 11 und 12
O	lokale oder PCS-Statusanzeige von Binärsignalen	Local or PCS status indicator from a binary signal	nur in Feldern Nr. 6,7, 8, 10, 11 und 12

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Buchstabe	Bedeutung	Englischer Name	Kommentar
Q	Laufende Summe/Integral	Quantity	nur Field Nr. 4
R	Speicherung / Aufzeichnung	Recording	nur Field Nr. 4
S	Binäre Steuerungsfunktion / Schaltfunktion (nicht sicherheitsrelevant)	Switching	nur in Feldern Nr. 6,7, 8, 10, 11 und 12; in Feld Nr. 4 für Prozessleitfunktionen
Y	Rechenfunktion	Computation	nur in Feld Nr. 4
Z	Binäre Steuerungsfunktion / Schaltfunktion (sicherheitsrelevant)	Emergency	nur in Feldern Nr. 6,7, 8, 10, 11 und 12; in Feld Nr. 4 für Prozessleitfunktionen

Beispiel 22: PCE-Kennzeichnungen

Was ist die Bedeutung der folgenden PCE-Kennzeichnungen: PI-512, ZU-512 und MDI-512?

Lösung

Bei „PI-512“ ist der erste Buchstabe ein „P“. Aus Tabelle 23 ist ersichtlich, dass „P“ Druck repräsentiert. Der folgende Buchstabe ist ein „I“. Mithilfe von Tabelle 24 können wir bestimmen, dass es sich bei „I“ um eine Anzeige handelt. Somit ist „PI-512“ eine Druckanzeige.

Bei „UZ-512“ ist der erste Buchstabe ein „U“, gemäß Tabelle 23 eine Prozessleitfunktion beschrieben wird. Dem Buchstaben „Z“ kann aus Tabelle 24 eine sicherheitsrelevante Steuerungsfunktion zugeordnet werden. Somit handelt es sich bei der Kennzeichnung „UZ-512“ um eine sicherheitsrelevante Steuerungsfunktion, die von einem Computer bzw. einer SPS überwacht wird.

Die Kennzeichnung „MDI-512“ enthält als ersten Buchstaben ein „M“, welchem der Begriff Feuchtigkeit gemäß Tabelle 23 zugeordnet werden kann. Die folgenden Buchstaben sind „DI“. Tabelle 24 zeigt uns, dass „D“ für Differenz und „I“ für Anzeige steht. Somit handelt es sich bei einem Gerät mit der Kennzeichnung „MDI-512“ um eine Feuchtigkeitsdifferenzanzeige.

Die Beschriftungen für die anderen Felder sind nicht genormt. In einem R&ID sollte jedoch dieselbe Beschriftung für dieselbe Komponente/Idee genutzt werden. Für alle R&IDs ist es außerdem notwendig, eine Legende mit allen für den Prozess wichtigen Informationen (Name der Komponente, Daten, Materialien, Operationsbedingungen) zu integrieren. Je nach Rechtslage kann es

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

außerdem vonnöten sein, bestimmte Stempel/Markierungen auf dem Dokument zu haben, um die Authentizität und Echtheit nachweisen zu können.

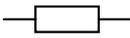
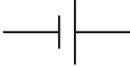
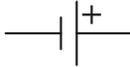
Abschnitt 4.4: Elektrische und logische Schaltkreisdigramme

Nachdem viele Aufgaben in der Automatisierungstechnik unter Verwendung von elektrischen Signalen und logischen Ausdrücken implementiert werden, ist es nützlich, die Grundlagen der Erstellung solcher Schaltkreise zu kennen. Zudem werden wir einige der gezeigten Symbole wiederfinden, wenn wir uns mit grafischen Programmiersprachen befassen.

Es gibt zwei Normen, aus denen die Formen für elektrische und logische Schaltkreise ausgewählt werden: die offizielle DIN EN 60617 (auch bekannt als IEC 617) sowie den zwar nicht-bevorzugten, aber häufig genutzten ANSI IEEE 91-1991 Standard. Der offizielle Standard besagt, dass es erlaubt ist, die lokal akzeptierten, nationalen Symbole zur Darstellung zu nutzen, auch wenn die nichtbevorzugten Symbole nicht gezeigt werden. Die typischen Symbole beider Standards fast Tabelle 25 zusammen.

Kommt es weiterhin zur Darstellung von Kontakten, z.B. an einem Punkt wo sich ein Kabel aufteilt, so sind verschiedene Darstellungsformen zulässig. Der gewünschte Ansatz ist, zur Darstellung eines sich aufteilenden Kabels eine T-Kreuzung zu verwenden (vgl. Abbildung 59a). Oftmals wird die Aufteilung jedoch wie in Abbildung 59b gezeigt, dargestellt. Eine einfache Kreuzung von Kabeln zeigt Abbildung 59c.

Tabelle 25: Typische Symbole in Schaltkreisen

Objekt	DIN 60617-Symbol	ANSI-Symbol	Kommentar
Widerstand			
Spule			
Gleichspannungsquelle			Batterie
Wechselspannungsquelle			

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Objekt	DIN 60617-Symbol	ANSI-Symbol	Kommentar
Diode			
Kondensator			
UND-Gatter			
ODER-Gatter			
Invertierer			
NAND-Gatter			
NOR-Gatter			
XOR-Gatter			
Masse			
Variabel			<p>Der Pfeil wird über dem variablen Element platziert, wie hier beim variablen Widerstand:</p>

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

Objekt	DIN 60617-Symbol	ANSI-Symbol	Kommentar
Allgemeine Negation	○	○	Die Negation wird dort platziert, wo das Signal in den Block hineingeht oder ausdringt (vgl. NAND oder NOR Gatter)

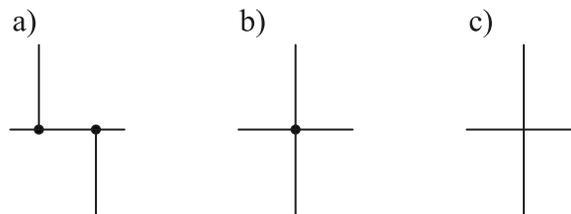


Abbildung 59: Verbindungen: a) empfohlene Form für Kontakt; b) oftmals genutzte Form für Kontakt und c) kein Kontakt

Abschnitt 4.5: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 4.5.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Ein Blockdiagramm ist die Frequenzbereichsdarstellung eines Prozesses.
- 2) Ein pneumatisches Signal wird mit einer Linie mit Ausschnitten aus Sinusfunktionen dargestellt.
- 3) Ein elektrisches Signal wird durch eine gestrichelte Linie repräsentiert.

- 4) Eine R&ID-Beschriftung in einem runden Symbol mit einer einzelnen Linie durch dessen Mitte stellt eine Komponente in einem beliebigen lokalen zentralen Punkt dar.
- 5) Ein Instrument mit der Kennzeichnung TIC ist ein Regler der Dichteanzeige.
- 6) Ein Instrument mit der Kennzeichnung PIC ist ein Regler der Druckanzeige.
- 7) Ein Instrument mit der Kennzeichnung RI ist eine Strahlungsanzeige.
- 8) Ein Instrument mit der Kennzeichnung TDI ist eine Temperaturdifferenz-Anzeige.
- 9) Ein Instrument mit der Kennzeichnung JI ist eine Stromanzeige.
- 10) Ein R&ID sollte eine Legende zur Erklärung der verwendeten Symbole und Notationen enthalten.

Abschnitt 4.5.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mithilfe von Stift und Papier gelöst werden. Zum Zeichnen von bspw. Diagrammen kann auch eine entsprechende Software verwendet werden.

- 11) Entwerfen Sie das Prozessmodell (Beziehung zwischen U und Y) für die Blockdiagramme aus Abbildung 60.

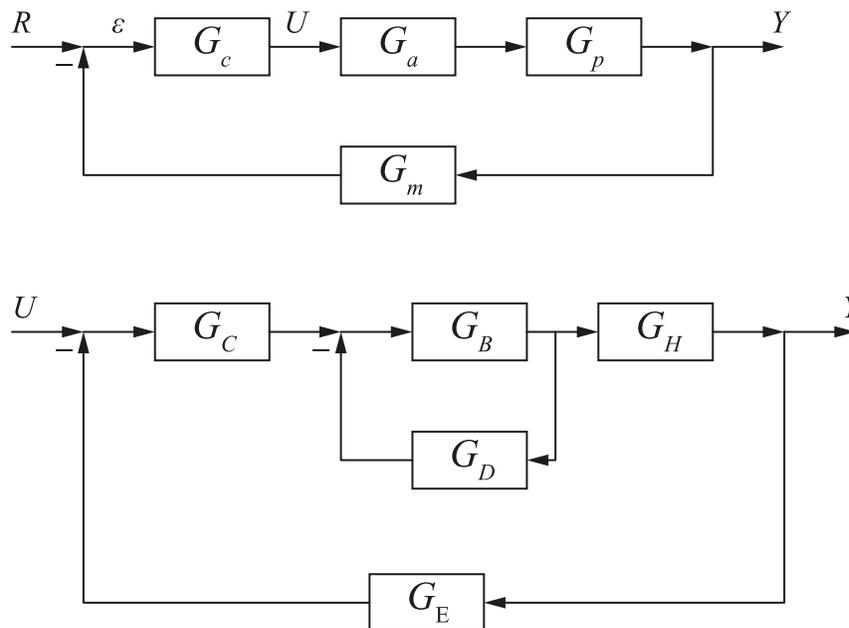


Abbildung 60: Blockdiagramme für Aufgabe 11

- 12) Zeichnen Sie die Verfahrensfließschemata für die nachfolgend beschriebenen Prozesse.
Hinweis: Kenntnisse im Bereich Verfahrenstechnik und dem physikalischen Verhalten von Systemen sind notwendig.

- a. Die Diethanolamin-Lösung (DEA-Lösung) wird durch ein Drosselventil in das Reaktionsgefäß geleitet und dort in drei aufeinanderfolgenden Wärmetauschern aufgeheizt. Die erhitzte Lösung wird in die erste Verdampfungskolonie eingeleitet, welche unter 80 kPa Vakuum bei einer Temperatur von 150 °C betrieben wird. Der Großteil des Wassers wird in diesem Schritt verdampft, wobei der Wasserdampf im ersten Wärmetauscher genutzt wird, um die einströmende Lösung zu erwärmen. Die konzentrierte DEA-Lösung wird über ein weiteres Drosselventil vom ersten in den zweiten Verdampfer geleitet, sodass der Druck auf 10 kPa reduziert werden kann. Der zweite Verdampfer ist ein Dünnschichtverdampfer, der durch den Hochdruckdampf beheizt wird. An dieser Stelle wird der Großteil des DEA verdampft. Die verbleibende Aufschlammung wird mittels einer Verdrängerpumpe aus der Verdampfungskolonie entfernt. Der DEA-Dampf wird verwendet, um das einströmende Medium im zweiten Wärmetauscher zu erwärmen. Der dritte Wärmetauscher in der Reihe wird durch einen Mitteldruckdampf erwärmt und dient der Gewährleistung einer ausreichenden Verdampfung in der ersten Verdampfungskolonie. Nach der Abgabe ihrer Wärme an die speisenden Medien der Wärmetauscher werden der Wasser- und DEA-Dampfstrom vollständig in zwei wassergekühlten Kondensatoren verflüssigt, bevor sie in eine T-Kreuzung gepumpt und im Gaswäscheprozess erneut eingesetzt werden.
- b. Eine konzentrierte Lösung aus 99 % Triethylenglykol ($C_6H_{14}O_4$) und 1 % Wasser wird häufig dazu verwendet, Feuchtigkeit bei 4,1 MPa aus Erdgas zu entfernen. Erdgas besteht zum Großteil aus Methan, kleinere Anteile machen Ethan, Propan, Kohlendioxid und Stickstoff aus. Das mit Wasser angereicherte Erdgas wird bei 40 °C in einer Bodenabsorberkolonne mit dem Triethylenglykol in Kontakt gebracht. Das getrocknete Gas kann anschließend über Pipelines auf den Markt transportiert werden. Die Triethylenglykol-Lösung, die den Absorber verlässt, ist mit Wasser verdünnt, muss also für einen erneuten Durchlauf aufbereitet werden. Zuerst wird sie bei einem Druck von 110 kPa durch eine Entspannungstrommel geleitet, um aufgelöste Gase zu extrahieren. Anschließend wird sie in einem Wärmetauscher durch das heiße aufbereitete Glykol erhitzt. Die verdünnte Lösung wird nun in eine gepackte Regenerationskolonne geleitet, wobei sie auf dem Weg nach unten

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

mit aufsteigendem Dampf beströmt wird, der das Wasser in der Glykol-Lösung verdampfen lässt. Der Aufkocher am unteren Ende der Kolonne nutzt Mitteldruckdampf, um die Triethylenglykol-Lösung auf 200 °C aufzuheizen. Am oberen Ende der Kolonne wird der Dampf (d. h. das aus der Triethylenglykol-Lösung verdampfte Wasser) in die Atmosphäre geleitet. Die heiße aufbereitete Lösung vom Boden der Regenerationskolonne wird im Wärmetauscher über die verdünnte Lösung aus dem Absorber gekühlt. Die Lösung wird dann durch einen Luftkühler zurück zur Absorberkolonne gepumpt, wo sie mit einer Temperatur von *ca.* 45 °C erneut eingesetzt wird.

- 13) Fertigen Sie mithilfe der Skizze des Verfahrensfließschemas in Abbildung 61 und der untenstehenden Prozessbeschreibung ein korrekt formatiertes Verfahrensfließschema mit allen notwendigen Komponenten und Informationen an. Folgender Prozess soll betrachtet werden: Ethylchlorid (C_2H_5Cl) wird in einem Rührkessel, der mit einer katalytischen Suspension aus flüssigem Ethylchlorid gefüllt ist, hergestellt. Die meiste Reaktionswärme wird durch die Verdampfung von 25 kmol/h des flüssigen Ethylchlorid absorbiert. Der Dampf verlässt den Rührkessel mit dem Strom des Reaktionsprodukts. Um eine zusätzliche Temperaturregelung implementieren zu können, ist der Reaktor nach außen isoliert. Das gesamte Ethylchlorid im Strom der Reaktionsprodukte wird kondensiert und genügend Ethylchlorid dem Rührkessel wieder zugeführt, um einen stationären Zustand zu erreichen. Das Abfallgas wird an die Fackelanlage weitergeleitet.

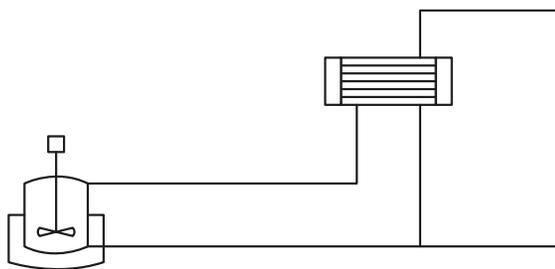


Abbildung 61: Skizze des Verfahrensfließschemas für Aufgabe 13

- 14) Evaluieren Sie die R&IDs in Abbildung 62. Wurden diese korrekt gezeichnet? Gibt es fehlende Elemente? Sind alle Ströme korrekt eingezeichnet?

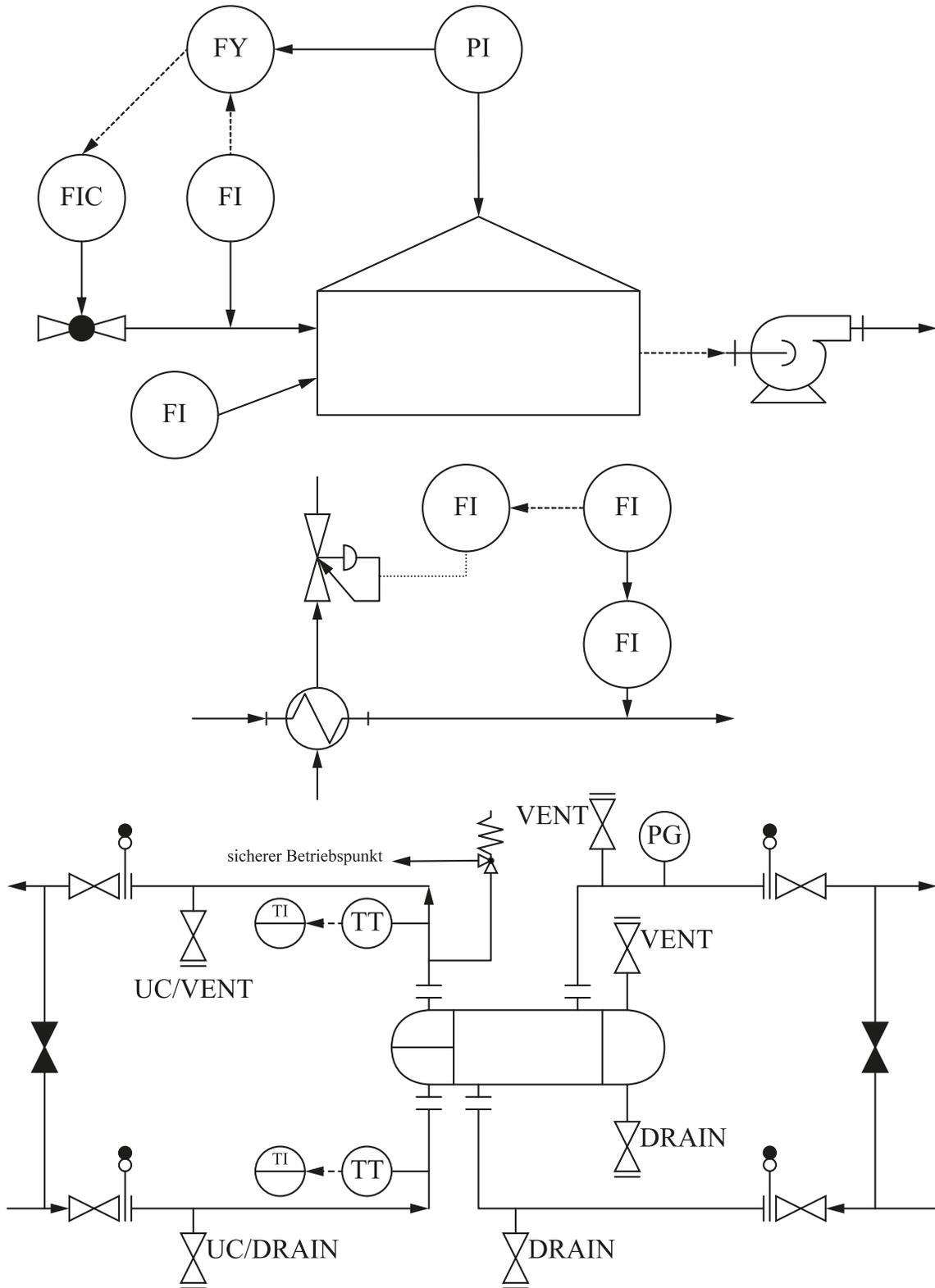


Abbildung 62: R&IDs für Aufgabe 14

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

15) Bestimmen Sie für das in Abbildung 63 gegebene R&ID, wo der Regler lokalisiert ist und welche Signale benötigt werden.

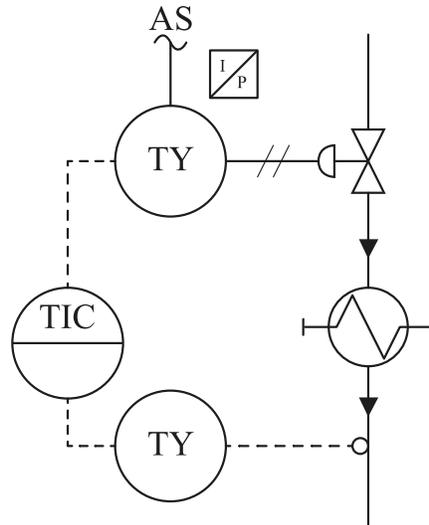


Abbildung 63: R&ID für Aufgabe 15

16) Beantworten Sie für den in Abbildung 64 dargestellten Prozess folgende Fragen:

- Welche Art von Alarm wird durch den Regler ausgelöst?
- Wie wird der Füllstand gemessen? Welche Art von Signal wird erzeugt?
- Welcher Ventiltyp wird zur Regelung des Füllstands genutzt?
- Was bedeutet der Doppelstrich bei der Kennzeichnung des Instruments LI-135?

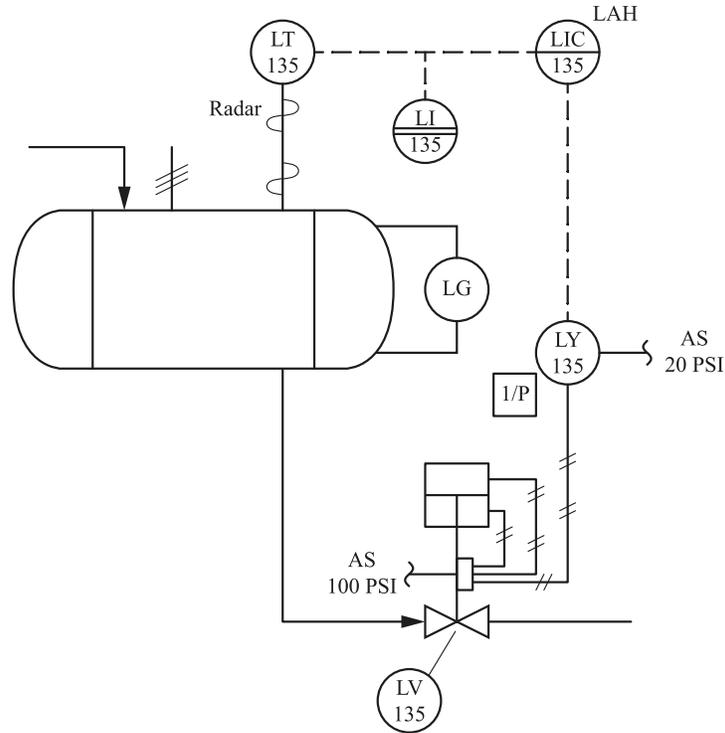


Abbildung 64: R&ID für Aufgabe 16

17) Nehmen Sie an, Sie produzieren Ahornsirup. Das R&ID ist zusammen mit den aktuellen Werten in Abbildung 65 dargestellt. Bestimmen Sie, ob Messfehler vorliegen.

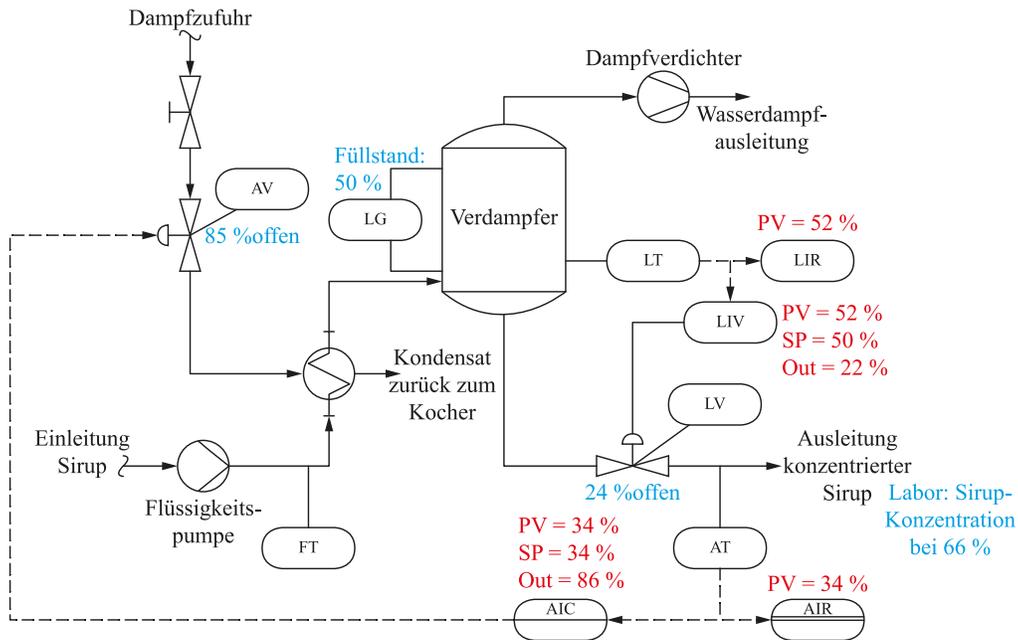


Abbildung 65: Ahornsirup R&ID für Aufgabe 17

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 4.5.3: Computergestützte Aufgaben

Die folgenden Probleme sollen mithilfe eines Computers und entsprechender Softwarepakete wie z. B. MATLAB® oder Excel® gelöst werden.

- 18) Betrachten Sie einen komplexen Prozess und zeichnen Sie für diesen das R&ID. Stellen Sie sicher, dass Sie auch alle relevanten Sensoren und Regler berücksichtigen.
- 19) Erstellen Sie aus dem in Aufgabe 18) angefertigten R&ID das vereinfachte Verfahrensfliesschema für den Prozess.

Kapitel 5: Regelungstechnik und Automatisierungsstrategien

Nach der Betrachtung verschiedener Methoden und Modelle, die in der Automatisierungstechnik verwendet werden können, ist es nun an der Zeit, die Implementierung dieser Methoden genauer zu beleuchten. Die **Regelungs-** bzw. **Automatisierungsstrategie** umfasst die Methoden, welche zur Regelung/Automatisierung von Prozessen verwendet werden, um das angestrebte Ziel zu erreichen. Die generellen Konzepte ähneln sich stark: Ziel ist es, ein System zu generieren, welches sich mit minimalem menschlichem Eingriff selbst ausführen kann. Abhängig von der Branche oder dem Einsatzbereich ist der eine oder der andere Begriff besser geeignet.

Es gibt viele verschiedene Ansätze zur Klassifizierung der verschiedenen Strategien. In der Praxis werden diese Strategien oftmals miteinander kombiniert, um schließlich eine allgemeine Regelungsstrategie zu erhalten. Die meistgenutzten Strategien sind:

1. **Steuerung:** Bei der Steuerung wird die Trajektorie vorgegeben und so implementiert. Das Objekt folgt dieser Trajektorie, ohne auf Veränderungen in der Umwelt oder seiner Umgebung zu reagieren. Gibt es also Veränderungen in der Umgebung, so kann das Objekt der Trajektorie u.U. nicht folgen.
2. **Regelung:** Bei der Regelung wird der aktuelle Wert des Systems immer gegen einen Referenzwert verglichen. Sollte es zu Abweichungen kommen, so werden diese mit einem Regler korrigiert. Dies erlaubt es dem System folglich Korrekturen vorzunehmen, die z. B. durch Unzulänglichkeiten in der Spezifikation, Änderungen in den Umgebungsbedingungen oder unerwartete Ereignisse hervorgerufen werden. In den meisten Regelungsstrategien ist dieses Konzept verankert.
3. **Vorsteuerung:** Vorsteuerung misst bekannte Störungen und korrigiert diese so, dass sie keinen Einfluss mehr auf das System haben. Diese Herangehensweise leitet aus zukünftigen Informationen über den Prozess Handlungen für die Gegenwart ab.
4. **Ereignisbasierte Regelung:** Ereignisbasierte Regelung reagiert nur, wenn bestimmte logische Bedingungen erfüllt sind. Sie wird häufig in sicherheitsrelevanten Systemen genutzt, um bspw. einen Alarm oder bestimmte Handlungen auszulösen. Beispielsweise kann so

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

ein Ventil geöffnet werden, wenn der Druck in einem Tank über ein Maximum steigt. Oftmals werden solche Systeme mithilfe von Automaten modelliert.

5. **Überwachende Regelung:** Bei der überwachenden Regelung wird kein Prozess, sondern eine weitere Regelschleife durch die Regelung überwacht. Diese Art der Regelung wird häufig in komplexen Industriesystemen eingesetzt, wo es mehrere Objekte oder Variablen zu überwachen gibt.

Abschnitt 5.1: Steuerung und Regelung

Da diese beiden Konzepte oftmals zusammen verwendet werden, ist es sinnvoll, ihre Wirkungsweise zu differenzieren und zu verstehen.

Abschnitt 5.1.1: Steuerung

Gegeben sei ein System gemäß Abbildung 66, wobei $u(t)$ als Eingangsvariable die Ausgangsvariable $y(t)$ beeinflusst. Das angestrebte Verhalten wird durch den Referenzwert bzw. Sollwert $r(t)$ spezifiziert. Der Pfad von $r(t)$ über $u(t)$ nach $y(t)$ heißt offene Schleife. Ziel ist es, eine Steuereinrichtung G_c so zu entwerfen, dass sie für eine gegebene Referenztrajektorie eine Folge von Werten für den Eingang $u(t)$ erzeugen kann, sodass der Ausgang $y(t)$ die gewünschten Werte, festgelegt durch $r(t)$, annimmt. Die Störung $e(t)$, die das System beeinflusst, wird meist als weißes gaußsches Rauschen angenommen.

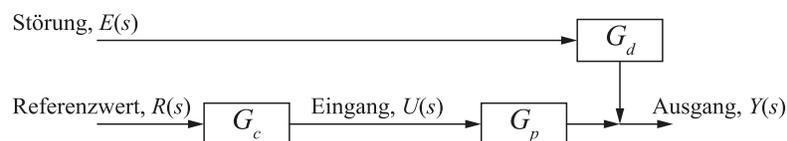


Abbildung 66: Blockdiagramm Steuerung

Ist eine Funktion G_p (meist als Strecke bezeichnet) gegeben, die den Eingang $u(t)$ in den Ausgang $y(t)$ überführt, so erlaubt eine Steuereinrichtung, die die Inverse der Strecke als Übertragungsfunktion hat, die Erreichung des Ziels $y(t) = r(t)$. In der Praxis ergeben sich dabei jedoch folgende Schwierigkeiten:

1. **Inverse des Modells nicht realisierbar:** Aufgrund von Totzeiten oder instabilen Nullstellen des Prozesses, kann es sein, dass die Inverse der Strecke G_p nicht realisierbar ist.

2. **Modellierungsfehler:** Es ist sehr wahrscheinlich, dass die Modellierung, die G_p zugrunde liegt, nicht exakt ist. Somit werden der Steuereinrichtung falsche Parameter übergeben, was zu falschen Ergebnissen führt.
3. **Störungen:** In der Realität wird durch Störungen verhindert, dass der Ausgang $y(t)$ den durch $r(t)$ vorgegebenen Wert erreicht. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu umgehen, ist die Implementierung einer Vorsteuerung, sodass die Störungen nach ihrer Messung ausgeglichen werden können. Dieser Ansatz löst das Problem jedoch nur, wenn die Störung bekannt, also messbar, ist.

Beispiel 23: Heizen eines Hauses – Teil 1: Steuerung

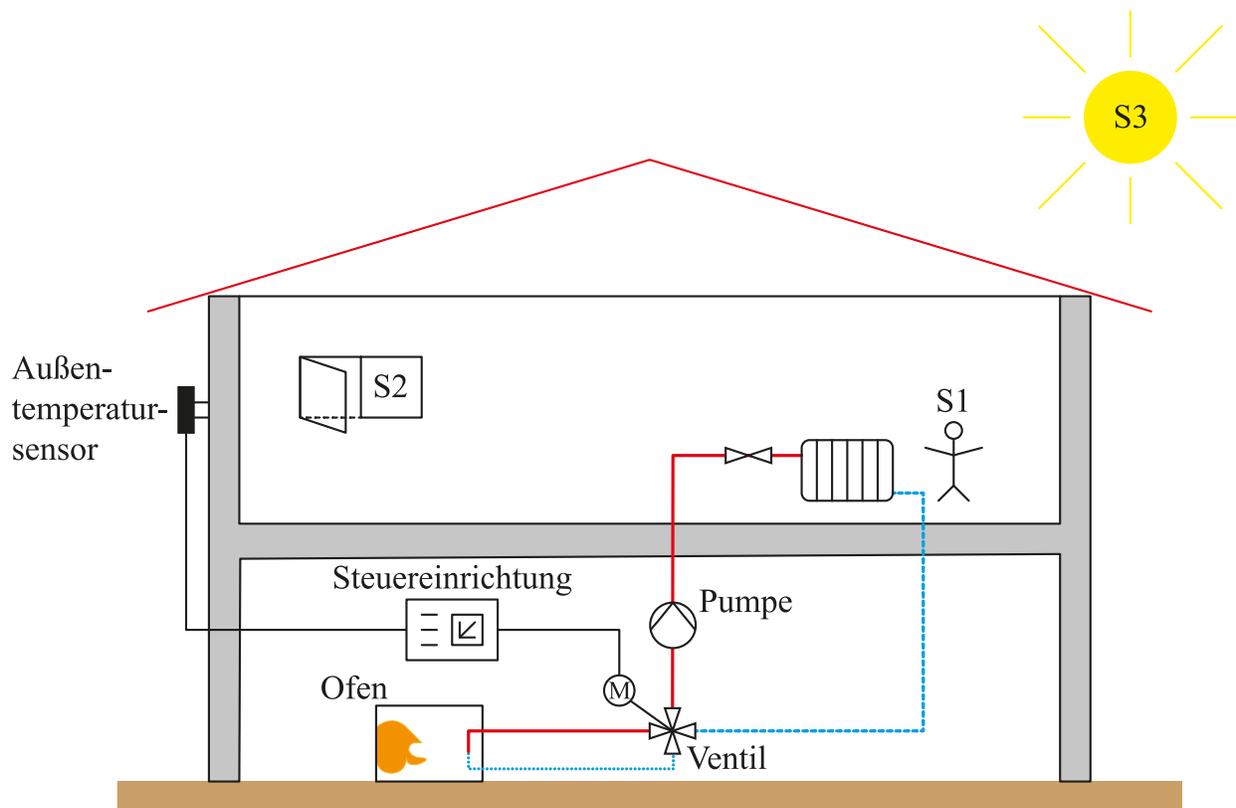


Abbildung 67: Temperatursteuerung in einem Haus

Abbildung 67 zeigt eine Schemazeichnung für die Temperatursteuerung in einem Haus, wobei die Thermostateinstellung für die Bestimmung der Raumtemperatur verwendet wird. Ist die Einstellung des Heizkörpers einmal vollzogen, werden keine weiteren Handlungen ausgelöst, sollten Störungen, wie eine Änderung der Außentemperatur, mehr Personen im Raum, ein geöffnetes Fenster oder die Sonne, die zu scheinen anfängt, auftreten. All diese genannten Störungen werden die Temperatur im Raum verändern, wobei jedoch keine automatische Anpassung an der Heizkörpereinstellung erfolgen wird. Von den gezeigten Störungen ist wahrscheinlich die

Außentemperaturänderung die mit der gravierendsten Auswirkung. Können wir, wie in Abbildung 67 gezeigt, eine Messung der Außentemperatur vornehmen, so können wir eine Vorsteuerung entwerfen, die die durch diese Variable hervorgerufene Störung beseitigt.

Abschnitt 5.1.2: Regelung

Bei der Regelung werden Informationen aus dem Prozess dazu verwendet, das Regelgesetz zu aktualisieren. Abbildung 68 zeigt den geschlossenen Regelkreis, wobei die Differenz zwischen dem Referenzsignal und dem aktuellen Ausgangswert als Eingangssignal für den Regler verwendet wird. Der Regelfehler $\varepsilon(t)$ ist definiert als die Differenz zwischen dem Referenzwert und dem gemessenen Ausgangswert. Dieser Fehler wird nun also in den Regler eingespeist. Um zu betonen, dass der Ausgang messbar sein muss, damit Regelung funktioniert, wird die Messübertragungsfunktion G_m explizit angegeben. In den meisten Fällen kann angenommen werden, dass G_m einen minimalen Einfluss auf das System hat und diese Übertragungsfunktion somit weggelassen werden kann.

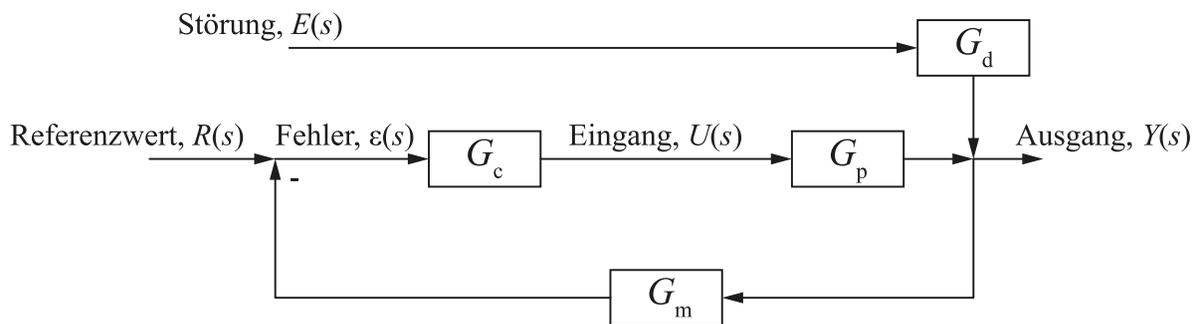


Abbildung 68: Regelung

Das Konzept der Regelung bietet im Vergleich zur Steuerung die folgenden Vorteile:

1. **Höhere Genauigkeit**, da unbekannte bzw. nichtmessbare Störungen oder unpräzise Modelle kompensiert werden können.
2. **Stabilität**, da die Regelung in der Lage ist, instabile Prozesse zu stabilisieren.

Bei der Regelung wird jedoch vorausgesetzt, dass die Ausgangsvariablen messbar sind, was zu höheren Kosten führen kann. Zudem kann ein unzureichendes Design des geschlossenen Regelkreises das System destabilisieren.

Beispiel 24: Heizen eines Hauses – Teil 2: Regelung

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Betrachten Sie dieselbe Situation wie in Beispiel 23, jedoch gemäß Abbildung 69 modifiziert, sodass die Temperatur im Raum nun gemessen und damit ein angemessener Regler entworfen werden kann. Basierend auf der Raumtemperatur kann der Regler das Ventil öffnen und damit den Wärmefluss in den Raum bestimmen. Wird das Ventil weiter geöffnet, bedeutet dies einen erhöhten Wärmefluss in den Raum und damit eine Erhöhung der Temperatur. Andersherum bedeutet das Schließen des Ventils einen verringerten Wärmestrom in den Raum und damit ein Abnehmen der Temperatur.

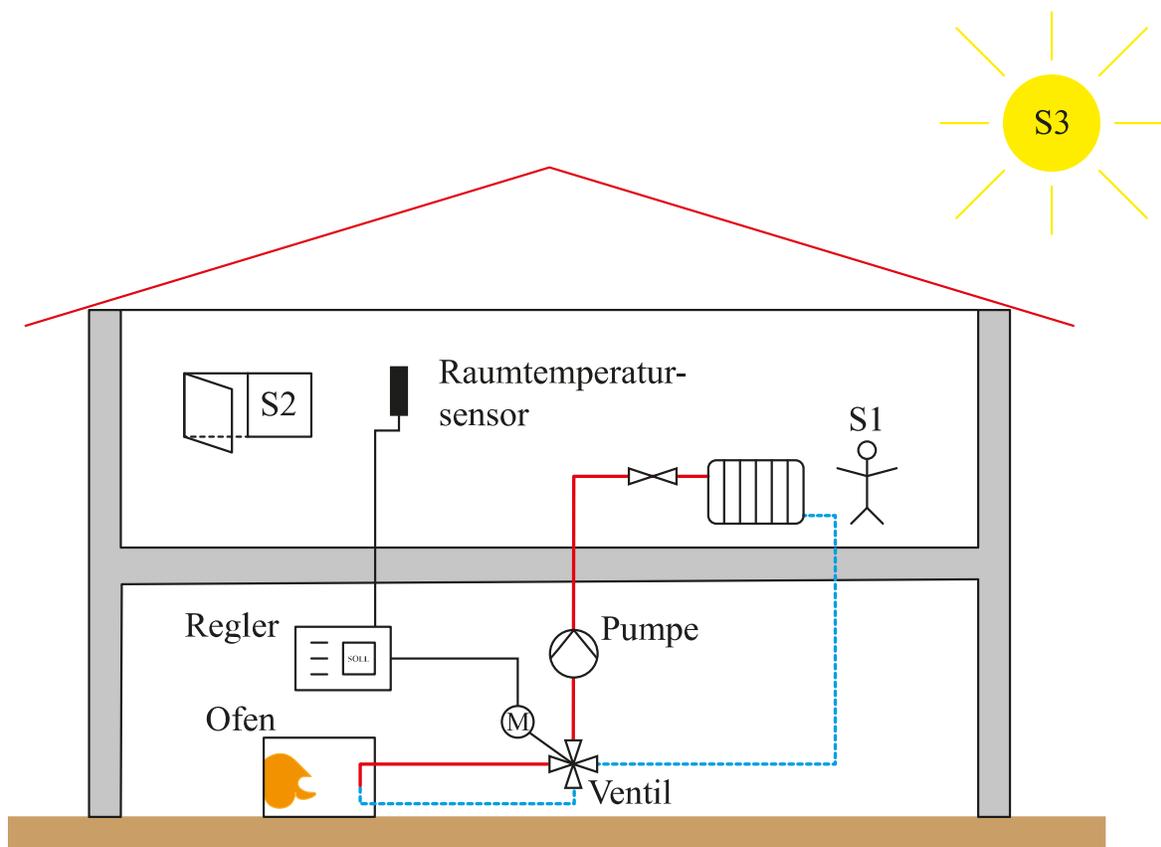


Abbildung 69: Temperaturregelung in einem Haus

Weiterhin können andere Störungen auftreten, die nicht einfach messbar sind. Ihr Einfluss kann jedoch durch den Regler verändert werden. Abbildung 69 zeigt Personen im Raum (S1), ein geöffnetes Fenster (S2) und direktes Sonnenlicht (S3). Da diese Faktoren die Raumtemperatur beeinflussen, wird ihr Einfluss durch den Raumtemperatursensor wahrgenommen. Die Messwerte beeinflussen den Regler derart, dass angemessene Veränderungen an der Ventilstellung vorgenommen werden, um die Temperatur auf dem gewünschten Niveau zu halten.

Im geschlossenen Regelkreis sollten diese Schlüsselfaktoren und Ideen berücksichtigt werden (Seborg, Edgar, Mellichamp, & Doyle, 2011):

- 1) Der geschlossene Regelkreis muss **stabil** sein, da das System sonst schlechtere Eigenschaften aufweist als zuvor.
- 2) Der Einfluss der **Störung** muss minimiert werden.
- 3) Der Regler sollte schnell und effektiv auf die Änderung von Referenzpunkten reagieren, d. h. das **Führungsverhalten des Regelkreises** muss gut sein.
- 4) Es sollte keine **bleibende Regelabweichung** entstehen, d. h. der Ausgang erreicht den angestrebten Wert.
- 5) Große **Steuersignale** sollten vermieden werden.
- 6) Der Regler sollte **robust** ausgelegt werden, d. h. kleine Abweichungen innerhalb des Prozesses dürfen nicht das gesamte System destabilisieren.

Beim Entwurf der Regelungsstrategie gibt es zwei typische Ansätze:

- 1) **Zustandsrückführung**: Der Regler ist eine Konstante K und alle Zustände sind zugänglich sowie messbar, d. h. $y_t = x_t$. Das Regelgesetz ergibt sich dann zu $u_t = -K x_t$.
- 2) **Proportional-Differenzierend-Integrierend (PID)-Regler**: Das Regelgesetz für diesen Regler ergibt sich zu

$$U(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \varepsilon(s) \quad (168)$$

wobei K_c , τ_I und τ_D Konstanten sind, die im Laufe der Auslegung bestimmt werden müssen. Es gibt verschiedene Formen von PID-Reglern, je nach Industriesektor, Ära oder Anwendungsgebiet. Oftmals wird jedoch der D -Anteil vernachlässigt, d. h. es gilt $\tau_D = 0$ und man erhält einen PI-Regler.

Neben diesen beiden Ansätzen gibt es noch einige nichtlineare Herangehensweisen, wie bspw.

Weitbereichsregelung oder den **Ansatz des quadratischen Fehlers**, um die allgemeinen Eigenschaften der Regelung zu verbessern.

Abschnitt 5.1.2.1: Zustandsrückführung

Eine Zustandsrückführung kann dann sinnvoll zur Anwendung gebracht werden, wenn es möglich ist, das Verhalten der Zustände zu bestimmen. Ein Regler mit Zustandsrückführung besteht aus zwei Teilen: dem **Beobachter** und dem eigentlichen **Regler**. Der Beobachter nutzt die Ausgänge des Prozesses zur Abschätzung der Zustände, wohingegen der Regler die (geschätzten)

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Zustände dazu verwendet, den Eingang zu bestimmen. Abbildung 70 zeigt das Diagramm für solch eine Zustandsrückführung mit Regler und Beobachter.

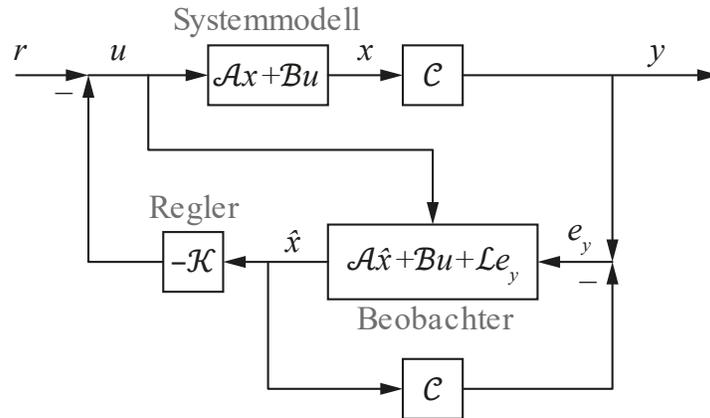


Abbildung 70: Regler mit Zustandsrückführung

Es ist möglich, verschiedene Beobachter zu entwerfen, wobei der jeweilige Ansatz vom Ziel des Entwurfsproblems abhängig ist. Der meistgenutzte Beobachter ist der **Luenberger-Beobachter**, der versucht, den Fehler in den geschätzten und tatsächlichen Zuständen zu minimieren. Für den Luenberger-Beobachter kann geschrieben werden

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \mathcal{A}\hat{x} + \mathcal{L}(\bar{y} - \hat{y}) + \mathcal{B}\bar{u} \\ \hat{y} &= \mathcal{C}\hat{x} + \mathcal{D}\bar{u}\end{aligned}\quad (169)$$

wobei \mathcal{L} die **Beobacherverstärkung** ist. \mathcal{L} ist eine Matrix geeigneter Größe und $\hat{\circ}$ beschreibt den Schätzwert der jeweiligen Größe. Umschreiben von Gleichung (169) ergibt

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= (\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})\hat{x} + \mathcal{L}\bar{y} + (\mathcal{B} - \mathcal{L}\mathcal{D})\bar{u} \\ \hat{y} &= \mathcal{C}\hat{x} + \mathcal{D}\bar{u}\end{aligned}\quad (170)$$

Definiert man den Fehler zu

$$\bar{e} = \bar{x} - \hat{x}\quad (171)$$

und leitet diese Gleichung (bzw. Differenz) ab, so ergibt sich

$$\dot{\bar{e}} = \dot{\bar{x}} - \dot{\hat{x}}\quad (172)$$

Setzt man nun die Gleichungen (30) und (170) in Gleichung (172) ein, so erhält man den Ausdruck

$$\begin{aligned}\dot{\bar{e}} &= \mathcal{A}\bar{x} + \mathcal{B}\bar{u} - (\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})\hat{x} - \mathcal{L}(\mathcal{C}\bar{x} + \mathcal{D}\bar{u}) - (\mathcal{B} - \mathcal{L}\mathcal{D})\bar{u} \\ &= (\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})\bar{e}\end{aligned}\quad (173)$$

Aus Gleichung (173), ist ersichtlich, dass der Term $\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C}$ stabil sein muss, d. h. die Eigenwerte von $\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C}$ stabil²¹ sein müssen, damit der Fehler gegen Null geht.

Nun, da die Zustände geschätzt werden können, ist es an der Zeit, einen **Zustandsregler** zu entwerfen. Angenommen, das Regelgesetz kann geschrieben werden als

$$\bar{u} = -\mathcal{K}\hat{x} \quad (174)^{22}$$

Vor der Betrachtung des allgemeinen Falls soll der Fall mit perfekter Informationslage analysiert werden. Hierbei wird angenommen, dass alle Zustände die nötigen Informationen liefern und dass es nicht notwendig ist, einen Beobachter zu entwerfen, d. h. $\mathcal{C} = \mathcal{J}$. Für die Zustände gilt damit $\bar{y} = \bar{x}$. Für diesen Fall kann das grundlegende Zustandsraummodell gemäß Gleichung (30) verwendet werden. Einsetzen von Gleichung (174) in Gleichung (30) und Umstellen ergibt

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \mathcal{A}\bar{x} - \mathcal{B}(\mathcal{K}\bar{x}) = (\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K})\bar{x} \\ \bar{y} &= \mathcal{C}\bar{x} + \mathcal{D}\bar{u} \end{aligned} \quad (175)$$

Es ist ersichtlich, dass die Stabilität des geschlossenen Regelkreises von der Lage der Eigenwerte der Matrix $\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K}$ abhängt.

Für den Fall, dass keine vollständigen Informationen über den Prozess vorliegen, müssen zwei Gleichungen berücksichtigt werden: zum einen die Beobachtergleichung und das tatsächliche/wahre Zustandsraummodell. Setzt man das Regelgesetz aus Gleichung (174) in die Beobachtergleichung (170) ein, so erhält man

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C} - \mathcal{B}\mathcal{K} + \mathcal{L}\mathcal{D}\mathcal{K})\hat{x} + \mathcal{L}\bar{y} \\ \hat{y} &= \mathcal{C}\hat{x} - \mathcal{D}\mathcal{K}\hat{x} \end{aligned} \quad (176)$$

Die Tatsache, dass beide Terme in der Gleichung vorkommen, wirft die Frage auf, ob der Regler und der Beobachter gleichzeitig entworfen werden müssen oder ob ein getrennter Entwurf möglich ist.

Das hier vorliegende lineare Zustandsraummodell in Kopplung mit dem linearen Beobachter ist vollständig separierbar (Beobachter und Regler getrennt entwerfen) und gewährleistet

²¹ Kontinuierlicher Bereich: $\text{Re}(\lambda) < 0$; diskreter Bereich: $\|\lambda\| < 1$

²² Oftmals wird der Zustandsschätzer durch den tatsächlichen Wert der Zustandsgröße ersetzt. Das ist sinnvoll, da in vielen Fällen alle Informationen über die Zustände vorliegen, da sie messbar sind.

Stabilität, wenn beide Komponenten stabil sind. Das lässt sich auch zeigen, indem das Regelgesetz umgeschrieben wird zu

$$\vec{u} = -\mathcal{K}(\vec{x} - \vec{e}) \quad (177)^{23}$$

Mit Gleichung (175) kann das tatsächliche Zustandsraummodell umgeschrieben werden zu

$$\dot{\vec{x}} = \mathcal{A}\vec{x} - \mathcal{B}\mathcal{K}(\vec{x} - \vec{e}) = (\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K})\vec{x} + \mathcal{B}\mathcal{K}\vec{e} \quad (178)$$

Kombiniert man diese Gleichung mit der Fehlergleichung (173), in eine einzige Gleichung, so sehen wir, dass sich das kombinierte System aus Fehlern und Zuständen in Matrix-Vektorschreibweise darstellen lässt als

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{x}} \\ \dot{\vec{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K} & \mathcal{B}\mathcal{K} \\ 0 & \mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x} \\ \vec{e} \end{bmatrix} \quad (179)$$

Das kombinierte System hat Dreiecksgestalt, d. h. die Eigenwerte können als Eigenwerte der Hauptdiagonalblöcke, d. h. der Matrizen $\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K}$ und $\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{K}$ abgelesen werden. Da die beiden Matrizen nicht miteinander in Verbindung stehen, ist also ein getrennter Entwurf mit anschließender Kombination der Ergebnisse möglich. Solange jeder einzelne Entwurf stabil ist, ist auch das Gesamtsystem stabil. Das Vorgehen heißt **Separationsansatz** und ist ein wirkungsvolles Mittel für den Entwurf von Systemen mit Zustandsrückführung.

Abschnitt 5.1.2.2: PID-Regelung

Eine weitere wichtige Klasse von Reglern ist die der PID-Regler, wobei P für den Proportional-, I für den Integral- und D für Differentialanteil steht. Diese Regler können effizient für viele industrielle Prozesse eingesetzt und für die jeweiligen Situationen in einem weiten Feld konfiguriert werden. Die allgemeine Form des PID-Reglers lautet

$$G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad (180)$$

wobei K_c der **Proportionalanteil** oder die **proportionale Reglerverstärkung**, τ_I der **Integralanteil** oder die **Nachstellzeit** und τ_D der **Differenzialanteil** oder die **Vorhaltzeit** ist. Eine weitere, typische Form des PID-Reglers ist gegeben durch

²³ Oft wird der geschätzte Zustandswert durch den wahren Zustandswert ersetzt. Wir werden zeigen, dass dies für viele Fälle sinnvoll ist, da wir durch Messung der Zustände vollständige Informationen über sie haben.

$$G_c = K_c + K_I \frac{1}{s} + K_D s \quad (181)$$

wobei K_I die **integrale Verstärkung** und K_D die **differenzierende Verstärkung** ist.

Häufig wird im industriellen Umfeld auf den PI-Regler zurückgegriffen, d. h. man vernachlässigt den D -Anteil, indem man $\tau_D = K_D = 0$ ansetzt. Im Folgenden sollen die drei wesentlichen Komponenten P , I und D untersucht, sowie der PID- und der PI-Regler genauer betrachtet werden.

Abschnitt 5.1.2.2.a: Proportionalanteil

Der Proportionalanteil K_c hat den größten Einfluss auf das allgemeine Verhalten des Reglers. Er repräsentiert den Anteil des aktuellen Fehlers zur gesamten Aktion des Reglers und kontrolliert somit die zwei wichtigsten Aspekte in der Regelung: Stabilität und Antwortgeschwindigkeit. Je größer der Betrag von K_c ist, desto schneller ist der Regler, doch desto größer ist auch die Neigung zur Instabilität. Ein Regler, der nur einen Proportionalanteil enthält, weist außerdem bei Beaufschlagung des Systems mit einem Sprung eine bleibende Regelabweichung auf:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s G_c G_p}{1 + G_c G_p} R_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s K_c G_p}{1 + K_c G_p} \frac{M_r}{s} = \frac{K_c K_p M_r}{1 + K_c K_p} \quad (182)$$

wobei R_s der Referenzwert ist, der einen Sprung der Höhe M_r vorgibt und K_p die Prozessverstärkung beschreibt. Es wird angenommen, dass die Gesamtübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises stabil ist. Aus Gleichung (182) ist leicht ersichtlich, dass der stationäre Endwert dieser Übertragungsfunktion nicht 1 ist. Der stationäre Endwert entspricht also nicht dem Referenzwert, deshalb werden P-Regler nicht so häufig verwendet.

Beispiel 25: Untersuchung des Proportionalanteils auf Stabilität und dynamisches Verhalten

Betrachten Sie das folgende System erster Ordnung

$$G_p = \frac{1.5}{20s + 1} e^{-10s} \quad (183)$$

welches mithilfe eines P-Reglers der Form $G_c = K_c$ geregelt wird. Die Untersuchung soll für $K_c = -0,25, 0, 0,5, 1$ und 2 erfolgen. Zeigen Sie, wie sich die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ändert, wenn ein Sprung mit Amplitude 2 auf den Referenzwert gegeben wird.

Lösung:

Abbildung 71 zeigt die Ergebnisse bei Veränderung von K_c . Ersichtlich ist, dass für keinen der betrachteten Fälle der Referenzwert erreicht wird, d. h. in allen Fällen gibt es eine bleibende

Regelabweichung. Für $K_c = 0$ bleibt der Prozess auf null, da keine Regelung implementiert wird. Für steigende Werte von K_c steigt der Betrag der Amplitude des Schwingens genauso wie die Zeit, bis der stationäre Endwert erreicht wird. Bei weiterer Erhöhung von K_c wird der Prozess instabil. Gleichermäßen ist der Prozess für $K_c < 0$ stabil, wobei auch hier eine Erhöhung des Werts schnell zu einem instabilen System führt.

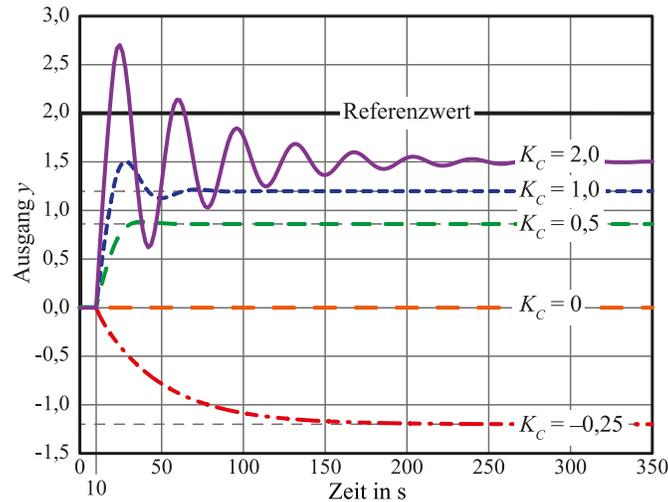


Abbildung 71: Effekt bei Variation von K_c für einen P-Regler

Abschnitt 5.1.2.2.b: Integralanteil

Der Integralanteil τ_I sorgt für zusätzliche Stabilität sowie die Entfernung von allen bleibenden Abweichungen im System. Er repräsentiert die Wirkung von Fehlern aus der Vergangenheit auf die aktuellen Maßnahmen des Reglers. Wird im Allgemeinen der Integralanteil mit einem Proportionalanteil kombiniert, ergibt sich ein PI-Regler. Ein Regler, der nur aus einem Integralanteil besteht, hat keine bleibende Regelabweichung, d. h. für die Sprungantwort gilt

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s G_c G_p}{1 + G_c G_p} R_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \frac{1}{\tau_I s} G_p}{1 + \frac{1}{\tau_I s} G_p} \frac{M_r}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{M_r G_p}{\tau_I s + G_p} = M_r \quad (184)$$

wobei R_s der Referenzwert ist, der einen Sprung der Höhe M_r vorgibt. Unter der Annahme, dass die Gesamtübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises stabil ist, kann aus Gleichung (184) abgelesen werden, dass die Verstärkung des geschlossenen Regelkreises gleich dem Sprung im Referenzwert ist. Das bedeutet, dass es keine bleibende Regelabweichung gibt.

Da der Integralanteil Effekte des Fehlers aus der Vergangenheit auf den aktuellen Regelzustand beschreibt, kann es in einer realen Implementierung zu sog. **Integratoraufwicklung** kommen. Dieser Effekt tritt dann auf, wenn der Ausgang des Reglers über der physikalischen Grenze des Aktors liegt. Da der Regler keine Informationen über die physikalischen Grenzen des Aktors hat, wird er das Stellsignal immer weiter erhöhen, da der rückgemeldete Fehler immer weiter steigt. Durch diese Maßnahme wird der Wert des Integralanteils sehr groß. Sollte der Fall eintreten, dass der Wert reduziert werden muss, so muss dies vom großen, physikalisch nicht möglichen, Anfangswert aus geschehen, was eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt. Die Totzeit zwischen dem Zeitpunkt, ab dem der Aktor theoretisch reagieren soll und der tatsächlichen Reaktion heißt Integratoraufwicklung. Dieser Effekt wird in Abbildung 72 gezeigt, wobei erkennbar ist, dass bei einer Veränderung des Referenzwerts bei 100 min der Prozess erst nach weiteren 20 min mit einer Veränderung reagiert, da der wahre Wert des Aktuators an seiner oberen Grenze in Sättigung bleibt. Integratoraufwicklung kann vermieden werden, indem die physikalischen Grenzen des Aktors an den Regler übergeben werden. So werden Werte größer als die physikalisch möglichen auf die physikalischen Grenzen gesetzt.

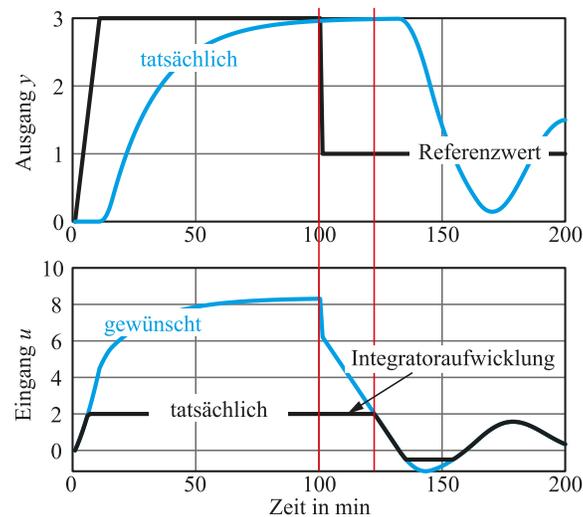


Abbildung 72: Integratoraufwicklung

Beispiel 26: Untersuchung des Integralanteils auf Stabilität und dynamisches Verhalten

Betrachten Sie das folgende System erster Ordnung

$$G_p = \frac{1.5}{20s + 1} e^{-10s}, \quad (185)$$

welches mit einem Proportionalregler $G_c = 1 / \tau_{IS}$ geregelt wird. Zeigen Sie für eine Veränderung von τ_I im Bereich von 20 bis 100 mit einer Schrittweite von 10, wie sich die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises auf einen Sprung der Amplitude 2 ändert.

Lösung:

Abbildung 73 zeigt die Ergebnisse. Es ist ersichtlich, dass für größer werdende τ_I der Effekt auf das System abnimmt. Beachten Sie, dass das System ohne Regelung stabil ist, d. h. es erreicht den gewünschten Referenzwert. Weiterhin hat das geregelte System, im Gegensatz zu einem rein mit P-Regler geregelten System, keine Abweichung vom Referenzwert.

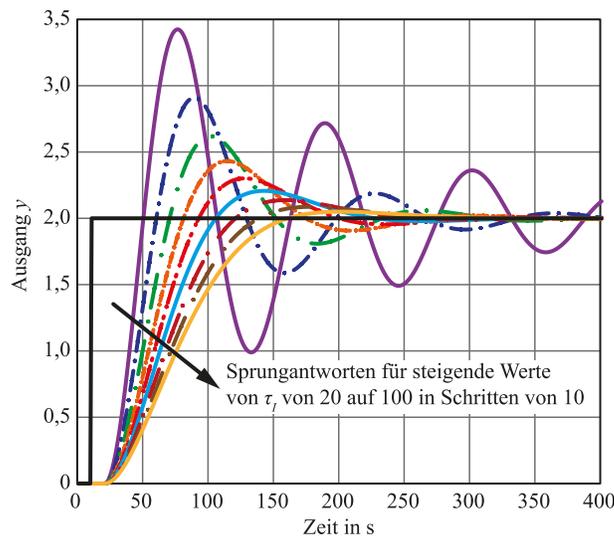


Abbildung 73: Effekt der Änderung von τ_I für einen I-Regler. Die schwarze Linie ist der Referenzwert.

Abschnitt 5.1.2.2.c: Differenzialanteil

Der Differenzialanteil τ_D trägt auch zur Stabilisierung des Systems bei. Im Gegensatz zum Integralanteil bezieht er sich jedoch auf den Einfluss zukünftiger (geschätzter) Fehlerwerte. Der Differenzialanteil wird meist mit einem Proportional- und einem Integralanteil kombiniert, da ein reiner D-Regler bei einem Sprung am Eingang nicht in der Lage ist, einem Referenzwert zu folgen:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sG_c G_p}{1 + G_c G_p} R_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\tau_D s G_p}{1 + \tau_D s G_p} \frac{M_r}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sM_r G_p}{1 + \tau_D s G_p} = 0 \quad (186)$$

wobei R_s der Referenzwert ist, der einen Sprung der Höhe M_r vorgibt. Unter der Annahme, dass die Gesamtübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises stabil ist, kann aus Gleichung (186) abgelesen werden, dass das System unabhängig vom Referenzwert zu null gehen wird, d. h.

es dem Referenzwert nicht folgen kann. Deshalb ist die Hauptaufgabe des Differenzialanteils die Ausregelung von Störungen, da für diesen Fall das Verhalten hilfreich ist, denn die Störung wird so zu null ausgeregelt.

Der Differenzialanteil, wie dargestellt, kann physikalisch nicht realisiert werden, da der Zähler größer ist als der Nenner. Um dieses Problem zu umgehen, wird der Differenzialanteil wie folgt umgeschrieben:

$$G_{c,real} = \tau_D \frac{N}{\left(1 + \frac{N}{s}\right)} \quad (187)$$

wobei N ein noch zu wählender Filterparameter ist. Für den Fall $N \rightarrow \infty$ ergibt sich die originäre Darstellung.

Die Nutzung eines Differenzialanteils fügt zwei potenzielle Probleme in die Regelungsstrategie ein: **Jitter** und **Ableitungssprünge**. Jitter bedeutet, dass das Fehlersignal stark um einen Mittelwert schwankt und somit bewirkt, dass der zukünftige (geschätzte) Fehler auch stark schwankt. Dies wiederum kann zu Schwankungen des Ausgangs des Reglers führen, die wiederum den Aktor negativ beeinflussen. Ein typisches Beispiel für Jitter zeigt Abbildung 74. Zur Vermeidung des Jitters wird ein Tiefpassfilter auf das Fehlersignal angewendet, der die hochfrequenten Anteile des Rauschens unterdrückt, bevor es zur Berechnung des Differenzialanteils verwendet wird. Ableitungssprünge treten immer dann auf, wenn sich das Referenzsignal plötzlich ändert, wie es z. B. bei der Sprungfunktion der Fall ist. Die Ableitung an der Sprungstelle geht gegen Unendlich. Abbildung 75 zeigt das typische Verhalten bei einem Ableitungssprung. Ändert sich der Referenzwert beispielsweise bei 10 s, gibt es im zugehörigen Signal des Aktors einen entsprechenden Ausschlag. In praktischen Anwendungen ist der Einfluss der Unstetigkeit in der Abweichung, bedingt durch Sättigungseffekte im Aktor, geringer als hier gezeigt. Trotz allem ist er vorhanden. Unstetigkeiten in der Ableitung können vermieden werden, wenn anstelle der Änderung im Fehler nur die Änderungen des Ausgangssignals betrachtet werden, d. h.

$$u_t = \tau_D s y_t \quad (188)$$

Da der Differenzialanteil für die Regelung, also $y_t \approx 0$, genutzt werden soll, ist dieser Ansatz valide.

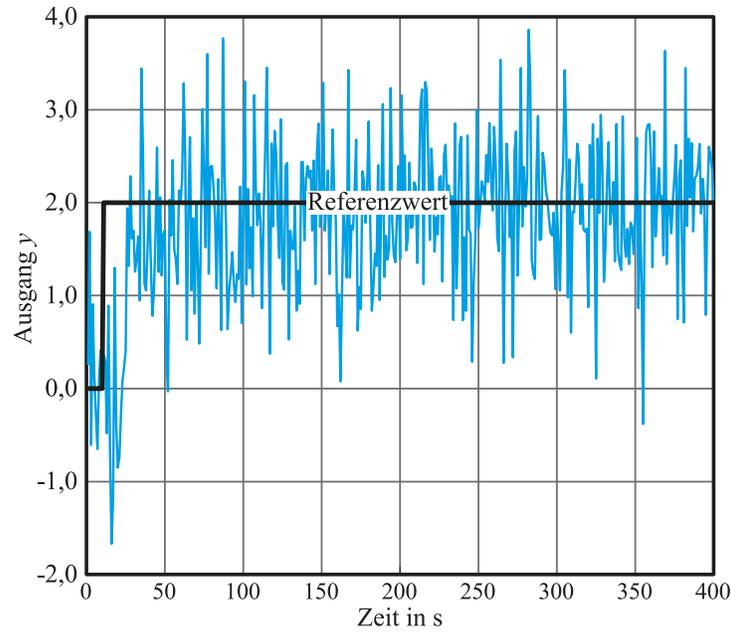


Abbildung 74: Jitter bei Verwendung eines Differenzialanteils

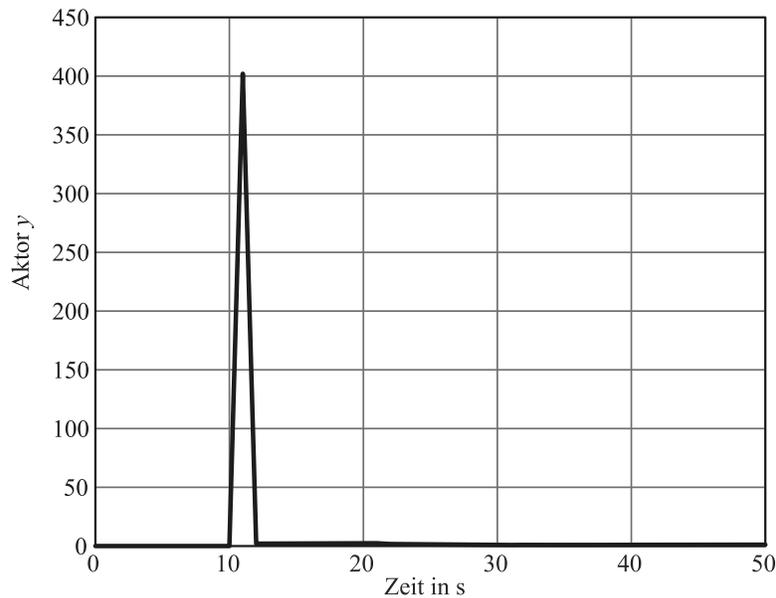


Abbildung 75: Ableitungssprung

Beispiel 27: Untersuchung des Differenzialanteils auf Stabilität und dynamisches Verhalten

Betrachten Sie das folgende System erster Ordnung

$$G_p = \frac{1.5}{20s + 1} e^{-10s} \quad (189)$$

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

welches mit einem Regler mit Differentialanteil $G_c = \tau_D s$ geregelt wird. Zeigen Sie, wie sich die Antwort des geschlossenen Regelkreises bei Veränderung von τ_D im Bereich von 1 bis 11 mit einer Schrittweite von 2 bei einer Störung durch weißes Rauschen der Amplitude 0,05 ändert.

Lösung:

Abbildung 76 zeigt das Ergebnis. Es ist ersichtlich, dass bei steigender Amplitude des Differentialanteils auch die Amplitude der Antwort ansteigt. Dies impliziert, dass der Differentialanteil nur die Amplitude der Antwort des geregelten Systems beeinflusst.

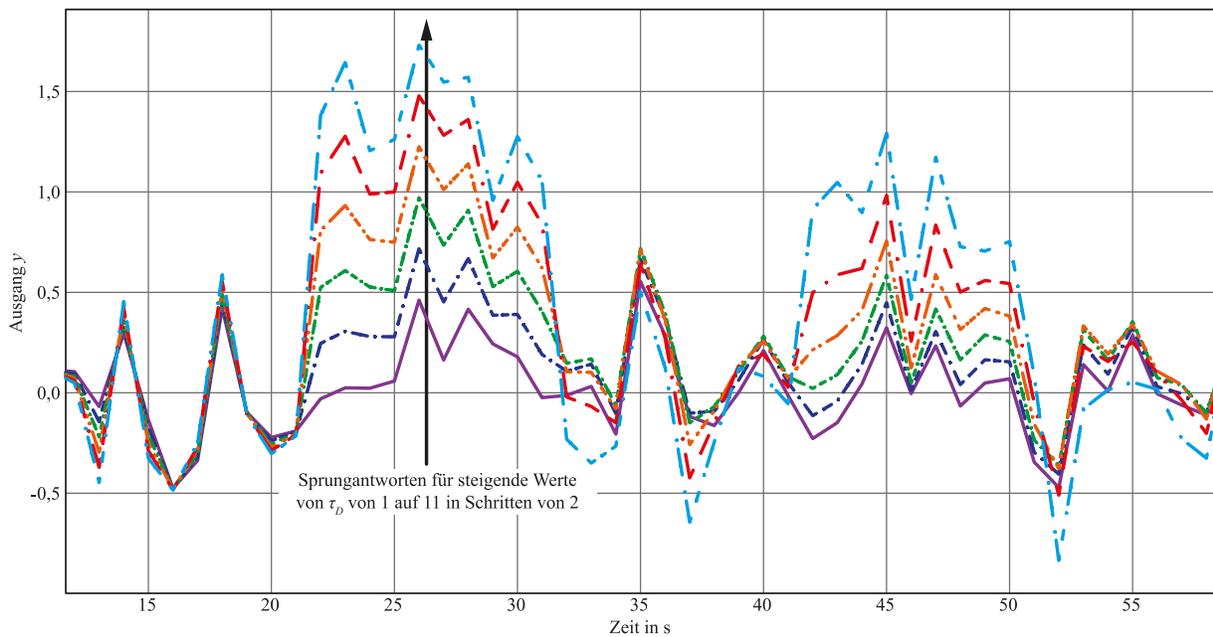


Abbildung 76: Effekt bei Veränderung von τ_D für einen D-Regler

Abschnitt 5.1.2.2.d: PI-Regler

Der PI-Regler ist einer der am häufigsten in der Industrie eingesetzten Regler. Er vereint den Proportionalanteil und den Integralanteil zu

$$G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \quad (190)$$

Das Verhalten des PI-Reglers ist identisch zu dem seiner Komponenten, d. h. der Proportionalanteil sorgt für die allgemeine Stabilität und Leistungsfähigkeit, wohingegen der Integralanteil die

Ausregelung von bleibenden Regelabweichungen bewirkt. Dieser Regler bezieht sich nur auf die vergangenen und aktuellen Informationen im Prozess und wie diese die Regelung beeinflussen.

PI-Regelung kann sowohl für Steuerung als auch für Regelung verwendet werden. Typische Anwendungsbereiche sind Regelungen von Temperaturen, Durchflüssen oder Füllständen. Große Verzögerungszeiten oder hochgradig nichtlineare Systeme können die Effizienz des PI-Reglers reduzieren.

Abschnitt 5.1.2.2.e: PID-Regler

Ein PID-Regler kann nach den bereits beschriebenen Methoden für seine drei Anteile angepasst werden. Solch ein Regler bezieht alle Prozessparameter bei der Voraussage und Berechnung der zukünftigen Trajektorie mit ein. Er wird oft in großen, komplexen Systemen eingesetzt, bei denen der zusätzliche Freiheitsgrad für die Stabilisierung genutzt werden soll. Systeme, deren Ausgang oder Referenzwert starken Schwankungen bzw. Rauschen unterworfen ist, müssen vor Verwendung eines PID-Reglers gefiltert werden, um unerwünschte Effekte zu vermeiden.

Abschnitt 5.1.2.2.f: Diskretisierung eines PID-Reglers

Da viele Regelalgorithmen in Computern implementiert werden, ist es oftmals hilfreich, den PID-Regler in seiner diskreten Form darzustellen. Zur Diskretisierung des PID-Reglers wird $s = 1 - z^{-1}$ in Gleichung (180) eingesetzt:

$$u_k = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I (1 - z^{-1})} + \tau_D (1 - z^{-1}) \right) \varepsilon_k \quad (191)$$

Umsortieren von Gleichung (191) ergibt

$$u_k = \frac{K_c}{(1 - z^{-1})} \left((1 - z^{-1}) + \frac{1}{\tau_I} + \tau_D (1 - z^{-1})^2 \right) \varepsilon_k \quad (192)$$

Gleichung (192) wird oft als **Positionsform** des PID-Reglers bezeichnet. Umsortieren von Gleichung (192) in

$$(1 - z^{-1}) u_k = \Delta u_k = K_c \left((1 - z^{-1}) + \frac{1}{\tau_I} + \tau_D (1 - z^{-1})^2 \right) \varepsilon_k \quad (193)$$

ergibt eine weitere oft genutzte PID-Gleichung, die sogenannte **Geschwindigkeitsform** des diskretisierten PID-Reglers. In industriellen Anwendungen ist es möglich, beide Formen anzutreffen.

Obwohl die Formen keinen Einfluss auf den Reglerentwurf haben, werden sie Einfluss auf das Verständnis der erhaltenen Parameter haben.

Abschnitt 5.1.2.3: Controller Tuning

Having established the different types of controllers that *can* be used and understood some of behaviour of the parameters on the overall control system, the remaining question is how do we correlate a given set of performance criteria (for example, the objectives of control previously mentioned) and the different controller parameters. One easy approach would be to use some simulation software to obtain the desired parameter values using a trial-and-error method. As one *can* easily see, this approach could take very long and not necessarily provide the optimal parameter values. Instead, various correlations or approaches have been developed that will allow for the performance of a controller to be specified. In this section, we will consider the methods for tuning state-space controllers and PID controllers. Irrespective of the approach used, there will always be a need to simulate the resulting control system to make sure that there are no issues with the performance. Furthermore, it should be noted that for certain applications, there exist, specific controller tuning rules that provide optimal performance for the problem at hand, for example, level controllers are often tuned using special rules that seek to minimise large deviations from the set-point.

The general approach to controller tuning can be summarised by Abbildung 77. Before starting the tuning procedure, it is required that the process be understood or modelled, that the performance criteria be clearly specified, and that the control strategies of interest be known. The first step will be to determine the initial controller parameters, followed by a simulation (or actual implementation, if the system can handle repeated perturbations). Based on the test and a comparison with the desired performance, new controller parameters can be obtained and new tests performed. This would be repeated until either the desired criteria are satisfied or the time available has run out. At this point, it may happen that the process understanding is found to be deficient and additional information would need to be sought. If the controller has not been implemented on the real system during the initial controller testing, then it will be necessary to repeat this procedure once more on the actual system. Very often, it will be found that the performance may not be as expected given the differences between the simulated and actual processes. However, following this procedure will minimise the risk of the occurrence of such a situation.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

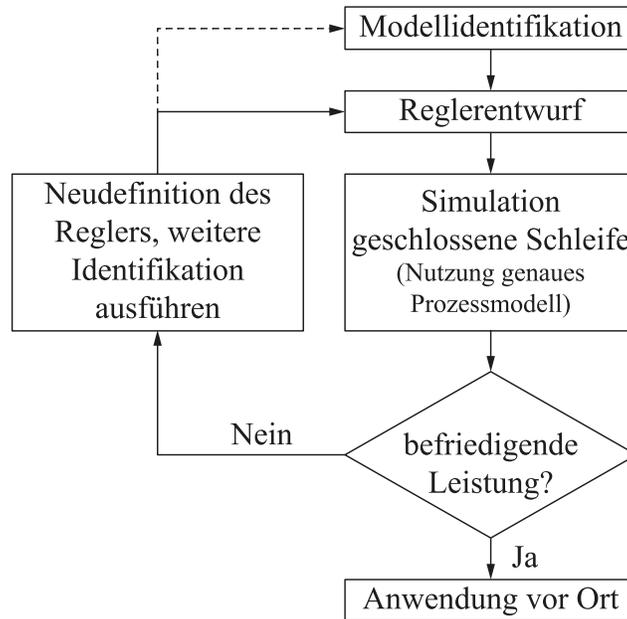


Abbildung 77: Arbeitsfluss Reglerentwurf

Abschnitt 5.1.2.3.a: Tuning a State-Space Controller

A state-space controller is often tuned using pole placement, which involves selecting the desired poles of the closed-loop transfer function and designing a controller that *can* achieve this.

When placing the poles or eigenvalues of the closed-loop transfer function using a state-space approach, both the controller and observer will need to have their poles placed. The general rule of thumb is that the poles of the observer should be 10 to 20 times faster than the poles of the controller. Pole placement can be achieved using two different methods: **characteristic polynomial** and **Ackerman's Formula**. The approaches work for both continuous and discrete controllers. It should be noted that for multi-input systems, the computed value of \mathcal{K} is not necessarily unique.

The general problem statement is: given the desired eigenvalues $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ and the system $\{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}\}$, determine the state feedback controller gain \mathcal{K} . For the characteristic polynomial approach, perform the following steps:

- 1) Compute $\bar{\Delta}(s) = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i) = s^n + \alpha'_1 s^{n-1} + \dots + \alpha'_{n-1} s + \alpha'_n$.
- 2) Compute $\Delta(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n$, which is the characteristic polynomial of \mathcal{A} .

$$3) \text{ Compute } \bar{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} -\alpha'_1 & \cdots & -\alpha'_{n-1} & -\alpha'_n \\ 1 & & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$4) \text{ Compute } \bar{\mathcal{C}} = [\bar{\mathcal{B}} \quad \bar{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{B}} \quad \cdots \quad \bar{\mathcal{A}}^{n-1}\bar{\mathcal{B}}] \text{ and } \bar{\mathcal{C}}' = [\bar{\mathcal{B}} \quad \bar{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{B}} \quad \cdots \quad \bar{\mathcal{A}}^{n-1}\bar{\mathcal{B}}].$$

$$5) \mathcal{K} = [\alpha'_1 - \alpha_1 \quad \cdots \quad \alpha'_n - \alpha_n] \bar{\mathcal{C}}' \bar{\mathcal{C}}^{-1}.$$

Similarly, Ackerman's formula, uses the following steps to place the poles:

$$1) \text{ Compute } \bar{\Delta}(s) = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i) = s^n + \alpha'_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha'_{n-1} s + \alpha'_n.$$

$$2) \text{ Compute } \Delta(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n, \text{ which is the characteristic polynomial of } \mathcal{A}.$$

$$3) \text{ Compute } \bar{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} -\alpha'_1 & \cdots & -\alpha'_{n-1} & -\alpha'_n \\ 1 & & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$4) \text{ Compute } \bar{\mathcal{C}} = [\bar{\mathcal{B}} \quad \bar{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{B}} \quad \cdots \quad \bar{\mathcal{A}}^{n-1}\bar{\mathcal{B}}] \text{ and } \bar{\mathcal{C}}' = [\bar{\mathcal{B}} \quad \bar{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{B}} \quad \cdots \quad \bar{\mathcal{A}}^{n-1}\bar{\mathcal{B}}].$$

$$5) \mathcal{K} = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]_{1 \times n} \bar{\mathcal{C}}^{-1} \bar{\Delta}(\mathcal{A}).$$

It is also possible to design the observer using Ackerman's formula which gives

$$\mathcal{L} = \bar{\Delta}(\mathcal{A}) \mathcal{O}^{-1} [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]_{1 \times n}^T \quad (194)$$

When using pole placement, the following points should be borne in mind:

- 1) The magnitude of \mathcal{K} gives the amount of effort required to control the process. The further the desired poles are from the actual poles of the system, the larger the controller gain \mathcal{K} .
- 2) For multi-input systems, \mathcal{K} is not unique.
- 3) $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ and $(\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K}, \mathcal{B})$ are controllable. However, due to pole-zero cancellations, the resulting system may not be observable.
- 4) Discrete systems *can* be controlled in the same manner, *mutatis mutandi*.

Abschnitt 5.1.2.3.b: Anpassung eines PID-Reglers

Beim Entwurf eines PID-Reglers gibt es viele verschiedene Ansätze zur Bestimmung der initialen Reglerparameter. In der praktischen Anwendung werden die Parameter zuerst grob

gewählt und dann einer Feinabstimmung für den Betrieb unterzogen. Hierbei haben sich zwei wesentliche Ansätze im Bereich der Regleranpassung herausgestellt: **modellbasiert** und **struktur-**
basiert.

Bei der modellbasierten Regleranpassung wird ein Modell des Systems vorausgesetzt und das Verhalten des geregelten Systems spezifiziert. Mithilfe dieser Informationen kann die resultierende Form der Regler-Übertragungsfunktion bestimmt werden. Durch Vergleich der so ermittelten Übertragungsfunktion mit der Standarddarstellung des PID-Reglers können mathematische Zusammenhänge für die Konstanten ermittelt werden. Der bekannteste Ansatz auf Basis eines Modells ist der *internal model control* (IMC) Rahmen. Der Hauptvorteil dieses Ansatzes ist, dass er dem Entwickler erlaubt, das gewünschte Verhalten des geschlossenen Regelkreises zu spezifizieren, wohingegen der Nachteil ist, dass für diesen Ansatz ein ziemlich genaues Modell des Prozesses benötigt wird. Die Spezifikation der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises erlaubt es, durch Verändern der Geschwindigkeit des Systems (Zeitkonstanten) die Robustheit zu steigern. Je schneller das System auf Änderungen reagiert, desto weniger robust ist das resultierende geregelte System. In many cases, the simplified IMC (SIMC) rules provide better control performance for industrial systems. The SIMC rules take into consideration additional factors, such as disturbances in the input and faster response for systems with large time constants. SIMC rules recommend PI controllers for first-order systems and PID controllers for second-order systems.

Bei der strukturbasierten Regleranpassung werden die Struktur (oder der Typ) des Reglers, das Ziel (Eliminierung von Störungen und Sollwertverfolgung) sowie die Metrik für die Bewertung guter Regelung spezifiziert. Die Minimierung dieser Metrik erlaubt die Bestimmung der Parameter des Reglers. Für die meistgenutzte strukturbasierte Auslegung wird die integrierte zeitgemittelte Fehler-Metrik (ITAE-Metrik) verwendet. Die Verwendung dieser Metrik bestraft persistente Fehler (kleine Fehler, die über langen Zeitraum anliegen) und erlaubt einen eher konservativen Ansatz zur Regelung. Vorteilhaft an dieser Methode ist, dass kein Modell des Systems vorliegen muss, nachteilig ist, dass der Entwickler keinen Einfluss auf die Antwort des geschlossenen Regelkreises hat und dass das System nicht robust gegenüber Veränderungen im Prozess ist.

Tabelle 26 und Tabelle 27 zeigen Methoden zur Regleranpassung für PT_1 -Glieder. Table 28 presents the SIMC tuning method for a second-order transfer function. It should be noted that the PID controller has the following series form:

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$G_c = \tilde{K}_c \left(1 + \frac{1}{\tilde{\tau}_I s} \right) (1 + \tilde{\tau}_D s) \quad (195)$$

where the controller parameters with the tilde ($\tilde{\circ}$) have the same meaning as the corresponding controller parameters without a tilde.

Tabelle 26: PI-Reglerparameter für PT₁-Glieder mit Totzeit

Methode zum Reglerentwurf		K_c	τ_I
Strukturbasiert	ITAE (Steuerung)	$\frac{0,586}{K} \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0,916}$	$\frac{\tau}{1,03 - 0,165 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)}$
	ITAE (Regelung)	$\frac{0,859}{K} \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0,977}$	$\frac{\tau}{0,674 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{0,680}}$
Modellbasiert	SIMC (τ_c so gewählt, dass $\tau_c / \theta > 0,8$ und $\tau_c > \tau / 10$)	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta + \tau_c}$	$\min(\tau, 4(\tau_c + \theta))$

Tabelle 27: PID-Reglerparameter für PT₁-Glieder mit Totzeit

Methode zum Reglerentwurf		K_c	τ_I	τ_D
S Strukturbasiert	ITAE (Steuerung)	$\frac{0,965}{K} \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0,85}$	$\frac{\tau}{0,796 - 0,147 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)}$	$0,308 \tau \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{0,929}$
	ITAE (Regelung)	$\frac{1,357}{K} \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0,947}$	$\frac{\tau}{0,842 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{0,738}}$	$0,381 \tau \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{0,995}$
Modellbasiert	IMC (τ_c so gewählt, dass $\tau_c / \theta > 0,8$ und $\tau_c > \tau / 10$)	$\frac{1}{K} \left(\frac{2 \frac{\tau}{\theta} + 1}{2 \frac{\tau_c}{\theta} + 1} \right)$	$\frac{\theta}{2} + \tau$	$\frac{\tau}{2 \left(\frac{\tau}{\theta} \right) + 1}$

Table 28: PID controller constants for a second-order-plus-deadtime models

Methode zum Reglerentwurf	\tilde{K}_c	$\tilde{\tau}_I$	$\tilde{\tau}_D$
---------------------------	---------------	------------------	------------------

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Modellbasiert	SIMC			
	$G_p = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$ mit $\tau_1 > \tau_2$	$\frac{1}{K} \left(\frac{\tau_1}{\theta + \tau_c} \right)$	$\min(\tau_1, 4(\theta + \tau_c))$	τ_2

Beispiel 28: Entwurf eines PI-Reglers

Betrachten Sie das folgende System erster Ordnung

$$G_p = \frac{1.5}{20s + 1} e^{-10s} \quad (196)$$

Bestimmen Sie die Reglerparameter für einen PI-Regler, mithilfe der IMC-Methode.

Lösung:

Verstärkung: $K = 1,5$

Zeitkonstante: $\tau = 20$

Totzeit: $\theta = 10$

Für die IMC-Methode ist es notwendig auch τ_c , was die Zeitkonstante des geregelten Systems darstellt, zu spezifizieren. Je kleiner ihr Wert, desto schneller ist die Antwort des Systems, doch desto weniger robust ist das Gesamtsystem. Die Beschränkungen, die bei dieser Methode gegeben sind, beinhalten, dass $\tau_c > 0,8\theta = 8$ und $\tau_c > 0,1\tau = 2$. Für dieses Beispiel wird der Wert von τ_c auf 10 gesetzt, womit er beide Beschränkungen erfüllt.

Somit können die Reglerparameter mithilfe von Tabelle 26 bestimmt werden:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta + \tau_c} = \frac{1}{1.5} \left(\frac{20}{10 + 10} \right) = \frac{2}{3} \quad (197)$$

$$\tau_I = \tau = 20 \quad (198)$$

Das resultierende Verhalten des geschlossenen Regelkreises ist in Abbildung 78 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass der Prozess nahezu exakt so auf den Sprung antwortet wie erwartet.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

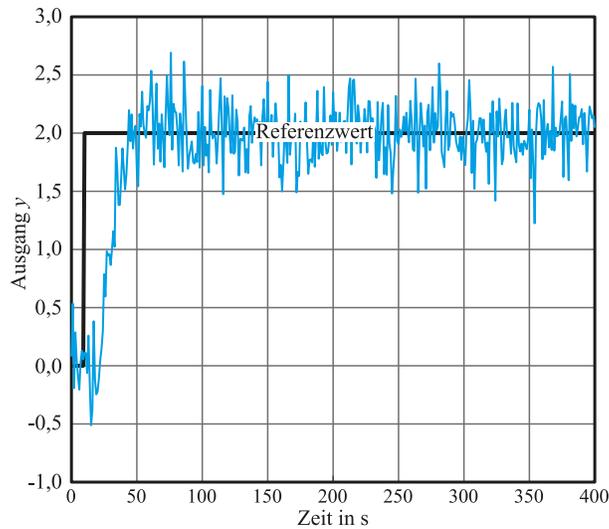


Abbildung 78: Verhalten des geschlossenen Regelkreises mit PI-Regler

Abschnitt 5.1.2.4: Regler-Leistungsfähigkeit

Nachdem ein Regler entworfen wurde, ist es oftmals nötig, die Leistungsfähigkeit des Reglers zu evaluieren und zu prüfen, ob er die vorgegebenen Ziele erfüllt. Wie bei allen Messungen wird auch die Leistungsfähigkeit gegen eine vorher festgelegte (engineering-related) Spezifikation geprüft. Im Gegensatz zu den Spezifikationen von Geräten enthält die Spezifikation von Reglern den Faktor Zeit. Dies kann explizit durch Antwortzeiten oder implizit durch Statistiken wie über die Standardabweichung erfolgen. Die Leistungsfähigkeit eines Reglers kann auf zwei unterschiedliche Arten gemessen werden: zum einen kann untersucht werden, wie der Regler auf Änderungen im Referenzwert reagiert (sog. Steuerungsantwort) oder man untersucht das Verhalten des Reglers in Bezug auf Störungen, also nach der sog. Regel-Antwort.

Da das Ziel der ersten Überprüfung ist, herauszufinden, wie gut der Regler auf Änderungen im Referenzpunkt reagiert, kann leicht eine angemessene Untersuchungsmethode gefunden werden. In einer ersten Näherung kann der geschlossene Regelkreis als PT_2 -Glied mit Totzeit angenommen werden. Damit wäre also die Antwort des Systems auf einen Sprung die Sprungantwort eines PT_2 -Glieds. Hier werden dann die Parameter einer Sprungantwort (Anstiegszeit, maximales Überschwingen und Einschwingzeit) untersucht (vgl. Abbildung 79). Die **Anstiegszeit** τ_r ist definiert als die Zeit, bis der Prozess zum ersten Mal den Referenzwert erreicht. Das **Überschwingen** ist wiederum definiert als das Verhältnis, wie weit der Prozess über (unter) den Referenzwert

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

schwingt, bezogen auf die Amplitude des Sprungs. Ist der zugrundeliegende Sprung negativ, so ist auch das Überschwingen negativ, d. h. es handelt sich um ein Unterschwingen. Das Verhältnis bleibt somit positiv. Die **Einschwingzeit** τ_s ist definiert als die Zeitspanne, bei der der Prozess zum letzten Mal außerhalb der 5 %-Grenze liegt. Auf jeder Seite des neuen stationären Zustands liegen also 2,5 % dieser Schranke. Die 2,5 % sind hierbei 2,5 % der Differenz ($y_{ss,2} - y_{ss,1}$), wobei y_{ss} der Wert des stationären Zustands ist und die numerischen Indizes den initialen und den finalen Zustand beschreiben. Im geschlossenen Regelkreis beträgt die Einschwingzeit ungefähr dreimal die Zeitkonstante.

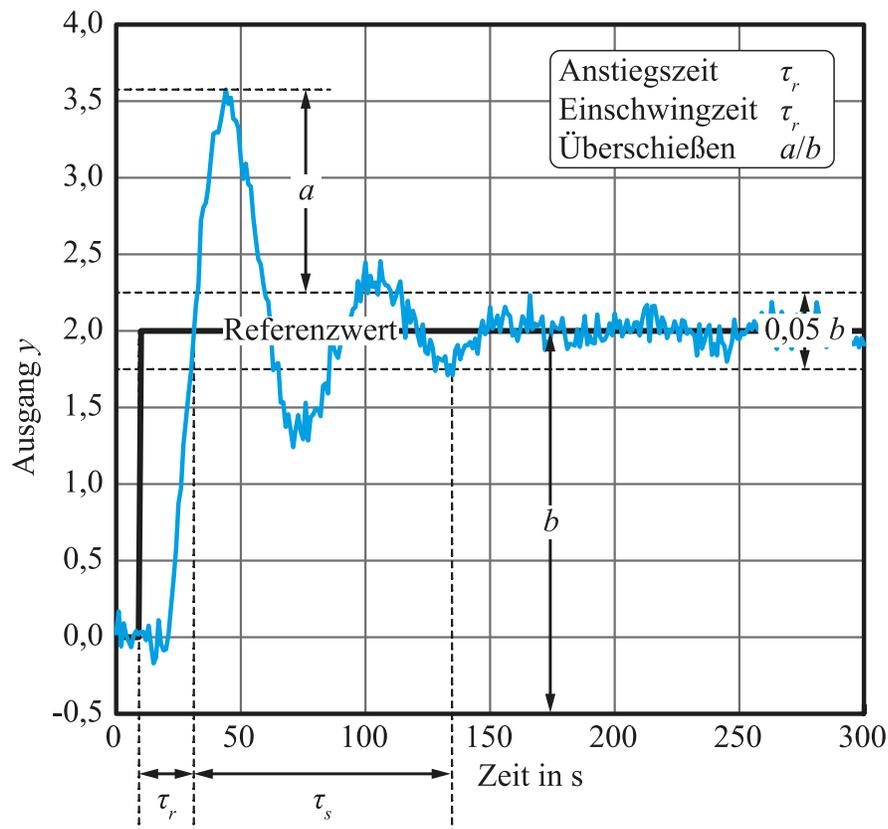


Abbildung 79: Maße für Leistungsfähigkeit der Steuerungsantwort

Bei der Methode der Regelungsantwort ist das Ziel nicht klar definiert. Anstelle dessen werden einige quantitative Methoden definiert, um die Leistungsfähigkeit zu beschreiben. Hierzu gehören u.a.

- 1) **Standardabweichung der manipulierten Variablen:** Dies ist der einfachste und gleichzeitig wichtigste Beitrag zur Quantifizierung der Regler-Leistung. Es ist jedoch schwierig, den gewünschten Weg im Voraus zu definieren, da er von der Art und Amplitude der

Störungen abhängt, die den Prozess beeinflussen. Was schlussendlich spezifiziert bzw. qualitativ beschrieben werden kann, ist der Abtausch zwischen Regelfehler und Reglung. Eine einfache Denkweise in Bezug auf einen Regler ist, dass er eine Variation von einer (meist der geregelten Variablen) auf eine andere (meist die manipulierte Variable) verschiebt. Da Störungen den Prozess beeinflussen, wird der Regler reagieren, und zwar, indem er die manipulierte Variable verändert. Die Antwort wird dann den Effekt der Störung mildern. Größere Störungen bedürfen eines größeren Regelaufwands als kleinere Störungen.

- 2) **Mittelwert der Ausgangsvariablen:** Diese Analyse kann genutzt werden, um zu evaluieren, wie gut der Regler den gegebenen Referenzwert unter der Wirkung von Störungen einhalten kann.
- 3) **Weiterführende Bewertung der Leistungsfähigkeit:** Es gibt weitere Methoden zur Bewertung der Leistungsfähigkeit des Reglers wie bspw. den Minimum-Varianz-Regler oder den Harris-Index, welcher angemessene Benchmarks für die Feststellung der Leistungsfähigkeit bietet.

Abschnitt 5.2: Regelung mit Vorsteuerung

Bei der Regelung mit Vorsteuerung wird eine messbare Störung als Eingang eines Reglers gewählt, sodass korrektive Maßnahmen bereits ergriffen werden können, bevor die Störung in den Regelkreis eingreift. In der Praxis ist der Entwurf eines solchen Reglers fast nicht möglich, da immer eine Totzeit zwischen der Messung der Störung und dem tatsächlichen Einfluss auf den Prozess auftritt. Ist die Totzeit zwischen Störung und Prozess kleiner als die zwischen Eingang und Prozess, so ist es nicht möglich, der Störung entgegenzuwirken, bevor sie das System beeinflusst. Abbildung 80 zeigt eine typische Regelkreis-Struktur mit Vorsteuerung.

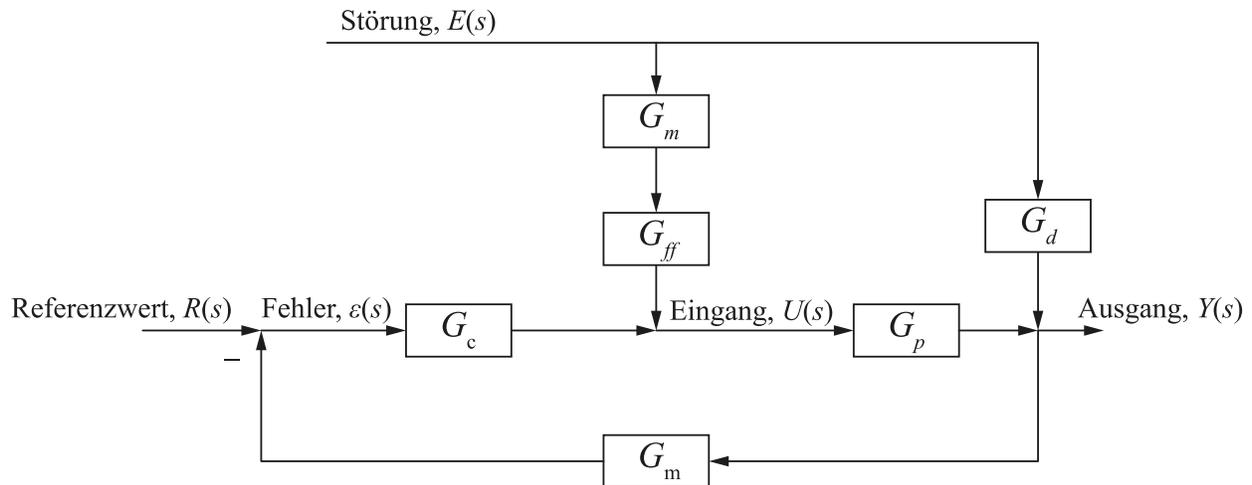


Abbildung 80: Blockdiagramm für einen Regelkreis mit Vorsteuerung

Eine spezielle Form der Vorsteuerung stellt die **Entkopplung** dar. Sie versucht zwei oder mehr interagierende Systeme zu separieren, sodass diese unabhängig durch ihre eigenen SISO-Strukturen geregelt werden können. Ein Regler mit Entkopplung behandelt die Ausgänge der anderen Regler wie eine Störung, die behandelt werden muss. Eine Entkopplungsregelung ist dann sinnvoll, wenn es sich um Systeme mit mehreren Variablen handelt, deren Verkopplung nicht zu komplex ist und die nicht stark nichtlinear sind.

Beim Entwurf einer Vorsteuerung ist das vornehmliche Ziel, einen Regler zu entwerfen, der eine Störung kompensiert, bevor sie ins System eingreifen kann. Mit dem Prozessmodell G_p und dem Modell der Störung G_d kann der Regler mit Vorsteuerung gemäß Abbildung 80 folgendermaßen berechnet werden:

$$G_{ff} = -\frac{G_d}{G_p} \quad (199)$$

In einer idealen Umgebung wird der Effekt einer gemessenen Störung exakt ausgeglet. In der Praxis kann so ein Regler jedoch aus zwei Gründen nicht implementiert werden:

1. **Totzeit:** Ist die Totzeit im Prozess größer als bei der Störung, so ist die gesamte Totzeit im Prozess negativ, d. h. es wäre Wissen über zukünftige Werte vonnöten. Da dies nicht möglich ist, kann diese nichtrealisierbare Totzeit im finalen Regler vernachlässigt werden.
2. **Instabile Nullstellen in G_p :** Enthält der Prozess instabile Nullstellen, so wird auch die entstehende Übertragungsfunktion instabil. Ein Entwurf eines Reglers ist so nicht möglich, weshalb im Ergebnis die instabilen Faktoren vernachlässigt werden.

Es gibt zwei typische Strukturen mit Vorsteuerung, die entworfen werden können:

- 1) **Statische Regler:** Hierbei werden nur die Verstärkungen des Prozesses betrachtet, d. h.

$$G_{ff} = -\frac{K_d}{K_p} \quad (200)$$

wobei K_d die Verstärkung der Störung und K_p die Verstärkung des Prozesses ist.

- 2) **Dynamische Regler:** Hier werden die dynamischen Anteile von Prozess und Störung berücksichtigt. Oftmals hat der Regler eine Lead-Lag-Struktur, d. h.,

$$G_{ff} = -\frac{K_d (\tau_p s + 1)}{K_p (\tau_d s + 1)} e^{-\theta_{ff} s} \quad (201)$$

wobei τ_p die Prozesszeitkonstante, τ_d die Zeitkonstante der Störung und $\theta_{ff} = \theta_d - \theta_p$ ist. Ist $\theta_{ff} < 0$, so wird der Term oft ignoriert. Idealerweise gilt $|\tau_p / \tau_d| < 1$, dies vermeidet große Spitzen bei der Benutzung des Reglers.

Beispiel 29: Entwurf eines Reglers mit Vorsteuerung

Entwerfen Sie für das folgende System sowohl einen dynamischen als auch einen statischen Regler mit Vorsteuerung. Vergleichen Sie die Leistungsfähigkeit beider Systeme. Die Parameter für das System sind:

$$G_p = \frac{-1,5(s-1)}{(s+1)(10s+1)} e^{-10s} \quad (202)$$

$$G_d = \frac{-0,5}{(5s+1)(7s+1)} e^{-5s} \quad (203)$$

$$G_c = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{20s} \right) \quad (204)$$

Nehmen Sie für die Simulation an, dass die gemessene Störung durch ein weißes gaußförmiges Rauschen der Amplitude 0,5 bedingt ist und ein Sprung des Referenzwerts um 2 Einheiten nach 100 s auftritt.

Lösung:

Für den statischen Ansatz ergibt sich gemäß Gleichung (200),

$$G_{ff,s} = -\frac{K_d}{K_p} = -\frac{-0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \quad (205)$$

Die Verstärkung ergibt sich für $s = 0$ und Evaluierung der entsprechenden Parameter.

Für den Entwurf des dynamischen Reglers mit Vorsteuerung ist es wichtig, dass die Übertragungsfunktionen in ihrer Standardform geschrieben werden, d. h. alle Pol- und Nullstellen sind in der Form $\tau s + 1$ dargestellt. Für das vorliegende Beispiel muss die Nullstelle der Prozess-Übertragungsfunktion umgeschrieben werden, sodass sich

$$G_p = \frac{1.5(-s+1)}{(s+1)(10s+1)} e^{-10s} \quad (206)$$

ergibt.

Für den dynamischen Ansatz erhalten wir mit Gleichung (199) den Regler zu

$$G_{ff,d} = -\frac{G_d}{G_p} = -\frac{\frac{-0.5}{(5s+1)(7s+1)} e^{-5s}}{\frac{1.5(s-1)}{(s+1)(10s+1)} e^{-10s}} = \frac{1}{3} \frac{(s+1)(10s+1)}{(5s+1)(7s+1)(s-1)} e^{5s} \quad (207)$$

Der so dargestellte Regler kann in dieser Form nicht realisiert werden, da er sowohl eine instabile Polstelle als auch eine Totzeit, die zukünftige Werte benötigt, enthält. Um einen realisierbaren dynamischen Regler mit Vorsteuerung zu erhalten, werden die instabile Polstelle und die Totzeit vernachlässigt. Damit ergibt sich die realisierbare Form des Reglers:

$$G_{ff,d} = \frac{1}{3} \frac{(s+1)(10s+1)}{(5s+1)(7s+1)} \quad (208)$$

Abbildung 81 zeigt die Effekte beider Regler mit Vorsteuerung auf den Prozess. Es ist ersichtlich, dass der Prozess ohne Regler mit Vorsteuerung größeren Schwankungen unterworfen ist. Durch Hinzufügen des statischen Reglers mit Vorsteuerung scheint der Einfluss der Oszillation verringert zu werden. Dennoch ist das Verhalten um den Referenzwert weiterhin zappelig. Der dynamische Regler mit Vorsteuerung ist in der Lage, den Jitter zu glätten und das Verhalten klarer zu machen.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

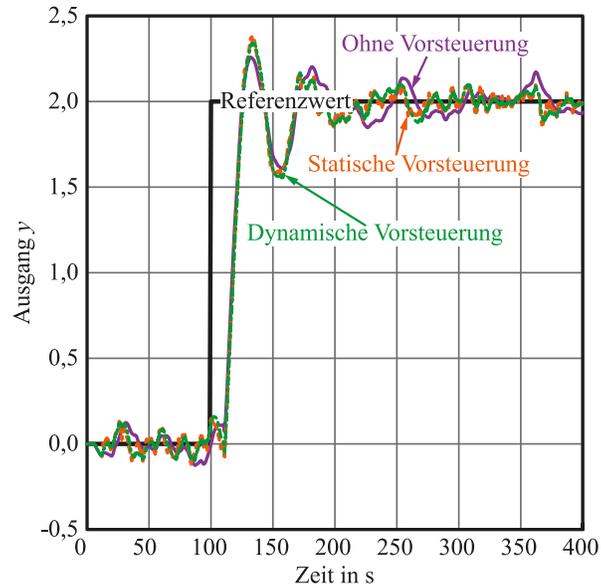


Abbildung 81: Effekt von Reglern mit Vorsteuerung auf einen Prozess

Abschnitt 5.3: Diskrete, ereignisbasierte Regelung

Bei der ereignisbasierten Regelung wird eine Regelung durch ein Ereignis oder eine Folge von Ereignissen ausgelöst. Dieses Prinzip findet häufig bei sicherheitsrelevanten Regelkreisen Anwendung. Beispielsweise wird ein Ventil zur Verhinderung von Überdruck oberhalb eines Schwellwerts geöffnet, sinkt der Druck unter den Referenzwert, so wird das Ventil wieder geschlossen.

Eine weitere Möglichkeit der Regelung ist **Verzahnung**. Hierfür müssen bestimmte Bedingungen erfüllt sein, bevor eine Handlung ausgeführt werden kann. Beispielsweise kann eine Mikrowelle erst eingeschaltet werden, wenn die Tür verschlossen und damit die Strahlungswirkung auf den Nutzer stark abgeschwächt ist. Verzahnung dient vor allem zum Schutz des Bedieners vor unerwünschten Handlungen/Folgen seiner Handlung. Es ist jedoch sehr kompliziert, diesen Mechanismus in einer adäquaten Weise zu programmieren/einzustellen.

Eine weitere Besonderheit der diskreten Regelung tritt auf, wenn binäre Signale zur Ansteuerung verwendet werden. So kann eine Motorsteuerung bspw. über einen Sensor realisiert werden, der bei Erreichen des gewählten Stockwerks den Signalpegel ändert und daraufhin den Motor anhält. Die genaue Höhe des Fahrstuhls muss dabei nichtkontinuierlich gemessen und überwacht werden, es genügt die Auswertung des Sensorsignals bei Erreichen des Stockwerks. Bei

dieser Art der Regelung werden zwei Typen unterschieden: **logische** Steuerung und **sequenzielle** Steuerung.

Logikbasierte Steuerungen (auch kombinatorische Steuerungen) generieren ihre Stellgrößen durch logische Operationen, d. h. Kombination von Signalen. Solche Signale können u.a. Systemausgänge (Sensorwerte wie Tür offen/geschlossen) oder Eingaben durch den Nutzer (z. B. Notausschalter gedrückt) sein. Am Beispiel eines Holzspalters lässt sich diese Art der Regelung gut nachvollziehen: Der Spalter fährt in Richtung Holz, wenn er eingeschaltet ist **und** der Nutzer beide Sicherheitshebel betätigt. Er wird sofort ausgeschaltet, wenn die Energieversorgung abbricht **oder** der Nutzer einen der Schalter loslässt.

In sequential control, individual control operations are performed in certain steps. Der Übergang zum nächsten Schritt erfolgt entweder nachdem eine bestimmte Zeitspanne verstrichen ist (zeitbasierte sequenzielle Regelung), wie bspw. bei einer automatischen Verkehrsampel oder durch Auftreten eines besonderen Ereignisses (ereignisbasierte sequenzielle Regelung), wie bspw. bei einer Verkehrsampel, die ihr Signal ändert, wenn ein Fußgänger den Knopf gedrückt hat. Im Gegensatz zu logikbasierten Reglern ist es nicht möglich, die manipulierte Variable eindeutig zu bestimmen, auch wenn alle Signalwerte bekannt sind, denn es muss auch bekannt sein, in welchem Ausführungsschritt sich der Prozess gerade befindet.

Abschnitt 5.4: Überwachungssteuerung

Ziel der Überwachungssteuerung ist der Entwurf von Reglern, die mit komplexen, interagierenden Systemen umgehen und gleichzeitig physikalische, prozesstechnische und ökonomische Beschränkungen sowie Änderungen der wirtschaftlichen Umgebungsbedingungen mit einbeziehen können. Diese Art der Steuerung gibt oftmals die Referenzwerte für unterlagerte Steuerungen (auch Slave) nach dem Master-Slave-System vor. Überwachungssteuerung wird eingesetzt, um große, oftmals sogar verteilte Systeme mit vielen Variablen zu kontrollieren. Die Regelkreisstrukturen reichen von einfachen eingebetteten Regelkreisen bis hin zu modellprädiktiven Regelkreisarchitekturen. Es gibt zwei wesentliche Regelungssysteme: **Kaskadenregelung** und **modellprädiktive Regelung**.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 5.4.1: Kaskadenregelung

Bei der kaskadierten Regelung werden mindestens zwei Regelschleifen ineinander verschachtelt. Die in Abbildung 82 gezeigte Architektur hat zum Ziel, die durch das Ventil gesteuerte Durchflussrate so genau wie möglich einzustellen, damit der Prozess in sehr engen Grenzen geregelt werden kann. Die **primäre Regelschleife** (auch **Masterregelschleife**) ist außen gelegen und setzt den Referenzwert für die innere (**sekundäre, Slave-**) Regelschleife. Für das Abstimmen des Reglers ist es sinnvoll, die innerste Schleife zuerst zu betrachten und sich dann sukzessive nach außen vorzuarbeiten, wobei die bereits angepassten Regler als Teil des dann zu betrachtenden Prozesses angesehen werden. Die Zeitkonstante des inneren Regelkreises sollte kleiner (schnellere Regelung) sein als die des äußeren Regelkreises. A common rule of thumb is that the ratio of closed-loop time constant of the primary loop and that of the secondary loop ($\tau_{c,p} / \tau_{c,s}$) should be between 4 and 10. Too small a ratio implies that the secondary loop will not have reached steady state and there will be interactions between the two loops leading to a loss of overall performance. Too large a ratio implies that the advantages of cascade control will be lost as it will slow down the overall response of the system. However, it will make it more robust to changes in the underlying process models.

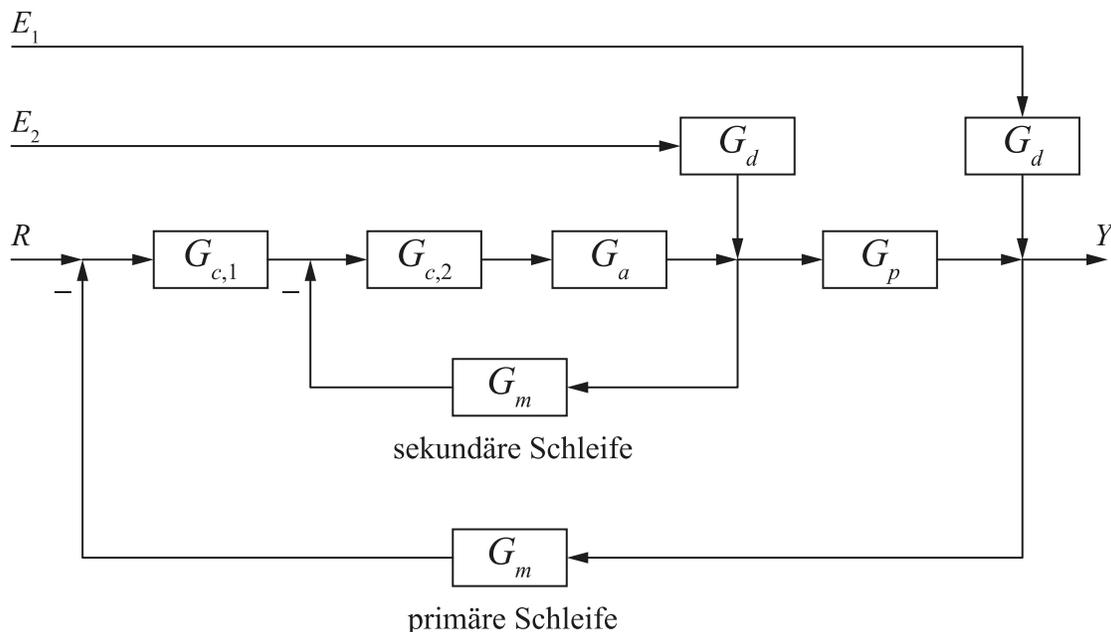


Abbildung 82: Blockdiagramm für Kaskadenregelung

Abschnitt 5.4.2: Modellprädiktive Regelung

Modellprädiktive Regelung ist eine fortgeschrittene Regelungsstrategie, die es erlaubt, neben Abweichungen vom Referenzwert auch diverse ökonomische und physikalische Beschränkungen zu berücksichtigen. Beispielsweise kann konkret der Fall behandelt werden, bei dem der Füllstand eines Behälters nicht über einen vorher bestimmten, ökonomisch sinnvollen, aber veränderlichen, Wert steigen darf. Um diese Beschränkungen gut handhaben zu können, ist neben der exakten Kenntnis der Parameter ein gutes Modell sowie ein guter technischer Entwurf vonnöten. Modellprädiktive Regelung arbeitet nach dem Prinzip der Optimierung der Regleraktionen über der Zeit. Dieser Zeitbereich, in dessen Verlauf die aus dem Modell vorhergesagten Parameter verwendet werden, wird auch Regelungshorizont genannt. Sämtliche Beschränkungen werden dann als notwendige Parameter auf die vorhergesagten Ergebnisse aufgeschlagen, der Regler startet die nächste Aktion und die Optimierung wird wiederholt. Dieses Vorgehen gewährleistet, dass der Einfluss von Störungen, Fehlern in der Prozessmodellierung und anderen Unsicherheiten im System keinen zu großen Einfluss auf die ganzheitlich betrachtete Leistungsfähigkeit des Systems hat.

Modellprädiktive Regelung kann ihre Vorteile dann ausspielen, wenn es um komplexe Prozesse geht, bei denen mehrere MIMO-Systeme stark miteinander verkoppelt sind. Die ursprüngliche Realisierung war für lineare Systeme konzipiert, es existieren aber auch Varianten für nicht-lineare Systeme.

Der entscheidende Nachteil bei der modellprädiktiven Regelung ist die Tatsache, dass ein sehr gutes, ständig zu aktualisierendes Modell als Grundlage dient. Liegt ein schlechtes Modell vor, so kann es passieren, dass das System divergiert und somit die Eigenschaften des Ansatzes verlorengehen.

Es gibt viele unterschiedliche Umsetzungen der modellprädiktiven Regelung. Die beliebteste Umsetzung in der Industrie ist der Dynamische Matrix-Regler-Ansatz (DMR), der hier im Detail erläutert wird. Die Zielfunktion für die modellprädiktive Regelung ist

$$\min_{\Delta \bar{u}} \left[(\bar{r} - \hat{y})^T \mathcal{Q} (\bar{r} - \hat{y}) + (\Delta \bar{u})^T \mathcal{R} (\Delta \bar{u}) \right]$$

vorbehaltlich

$$\hat{y} = \bar{y}^* + \mathcal{A} \Delta \bar{u}$$
(209)

wobei \vec{r} der Sollwertvektor, $\hat{\vec{y}}$ der Vektor der Prognoseprozesswerte mit Regelung, \mathcal{Q} die Prozessskalierungsmatrix, $\Delta\vec{u}$ der Vektor der Änderung der Regelungsgröße, \mathcal{R} die Eingangsskalierungsmatrix, \vec{y}^* der Vektor der Prozesswerte ohne Regelung und \mathcal{A} die dynamische Matrix ist. Desweiteren handelt es sich bei m um den Regelhorizont, bei p , um den Prognosehorizont, bei d um die Prozesstotzeit und bei n um die Einschwingzeit. Zu beachten ist, dass $1 \leq m \leq p - d$ und $p > d$.

Für die Lösung braucht man die Sprungantwort des Prozesses, das heißt,

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} a_i z^{-i} \Delta u_t \quad (210)$$

wobei a_i der Sprungantwortkoeffizient ist. Der Sprungantwortkoeffizient kann entweder durch Polynomdivision des Übertragungsfunktionsmodells oder über die Koeffizienten der Impulsantwort berechnet werden. Dabei stehen die Koeffizienten a_i der Sprungantwort in folgender Beziehung zu den Koeffizienten der Impulsantwort, h_j

$$a_i = \sum_{j=1}^i h_j \quad (211)$$

Weiter gilt, dass die Einschwingzeit definiert ist als der Zeitpunkt, zu dem der erste Koeffizient a_n innerhalb eines Bereichs zwischen dem 0,975-fachen bis 1,025-fachen Wert von a_{∞} liegt, wobei a_{∞} der Wert des stationären Zustands ist. Alle Sprungantwortkoeffizienten nach der Einschwingzeit n können als a_{n+1} angenommen werden. Die dynamische $p \times m$ -Matrix \mathcal{A} kann beschrieben werden als

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & a_1 \\ a_p & a_{p-1} & \cdots & a_{p-m+1} \end{bmatrix} \quad (212)$$

Für ein Eingrößensystem mit nur einer Eingangsvariable und einer Ausgangsvariable ist die Lösung für Gleichung (209)

$$\Delta\vec{u} = \vec{K}_c \vec{e} = (\mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} + \mathcal{R})^{-1} \mathcal{A}^T \mathcal{Q}^T (\vec{r} - \vec{y}^*) \quad (213)$$

wobei

$$y_{t+l}^* = y_t - \sum_{i=1}^n (a_i - a_{l+i}) \Delta u_{t-i} \quad (214)$$

Nach der Implementierung wird die erste Stellgröße Δu_1 vom Regler bestimmt. Beim nächsten Abtastzeitpunkt wird der obige Optimierungsprozess wiederholt, ein neuer optimaler Wert berechnet und die erste Regelungsaktion implementiert. Dadurch kann das System alle unerwarteten Prozessänderungen mitberücksichtigen.

Beispiel 30: Modellprädiktiver Reglerentwurf

Entwerfen Sie einen modellprädiktiven Regler für das folgende SISO-System:

$$G_p = \frac{2z^{-1}}{1 - 0,75z^{-1}} \quad (215)$$

Stellen Sie die erforderlichen Matrizen auf und führen Sie den ersten Schritt der Iteration aus. Nehmen Sie dafür an, dass $m = p = 3$. Sei $Q = J_p$ und $\mathcal{R} = J_3$, wobei J_n die $n \times n$ Einheitsmatrix ist. Weiterhin trete bei $t = 0$ eine sprunghafte Änderung auf, wobei sich der Prozess vorher in einem stationären Zustand befunden habe.

Lösung:

Zur Bestimmung des geforderten modellprädiktiven Reglers müssen wir zuerst das Sprungantwortmodell bestimmen. Dieses kann mithilfe der schriftlichen Division bestimmt werden, welche die Koeffizienten der Impulsantwort liefert, aus denen die Koeffizienten der Sprungantwort leicht berechnet werden können. Damit gilt:

$$\begin{array}{r} 2z^{-1} + 1,5z^{-2} + 1,125z^{-3} \\ 1 - 0,75z^{-1} \overline{) 2z^{-1}} \\ \underline{-2z^{-1} + 1,5z^{-2}} \\ 1,5z^{-2} \\ \underline{-1,5z^{-2} + 1,125z^{-3}} \\ 1,125z^{-3} \dots \end{array} \quad (216)$$

Es ist ersichtlich, dass $h_i = 2(0,75)^{i-1}$ für $i \geq 1$. Im Allgemeinen können die Koeffizienten der Impulsantwort für eine Übertragungsfunktion der Form

$$G_p = \frac{\beta z^{-d}}{1 - \alpha z^{-1}} \quad (217)$$

geschrieben werden als

$$h_i = \begin{cases} \beta \alpha^{i-d} & i \geq d \\ 0 & i < d \end{cases} \quad (218)$$

Die benötigten Koeffizienten für die Sprungantwort können nun mithilfe von Gleichung (211) berechnet werden:

$$a_i = \sum_{j=0}^i h_j = \sum_{j=1}^i 2(0,75^{j-1}) \quad (219)$$

Gleichung (219) stellt eine geometrische Reihe dar, welche allgemein als

$$a_i = \beta \left(\frac{1 - \alpha^{i-d+1}}{1 - \alpha} \right) = 2 \frac{(1 - 0,75^i)}{1 - 0,75} \quad (220)$$

dargestellt werden kann. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \frac{(1 - 0,75)}{1 - 0,75} = 2 \\ a_2 &= 2 \frac{(1 - 0,75^2)}{1 - 0,75} = 3,5 \\ a_3 &= 2 \frac{(1 - 0,75^3)}{1 - 0,75} = 4,625 \end{aligned} \quad (221)$$

Nebenbei bemerkt haben, da für dieses Beispiel $d = 1$ gilt, die Sprungantwortkoeffizienten für ein kleineres d einen Wert von null und können damit bei der Summenbildung ignoriert werden.

Im nächsten Schritt wird die Einschwingzeit berechnet. Für eine konvergierende geometrische Reihe (impliziert, dass der interessierende Prozess stabil ist) ist der Wert, gegen den die Reihe konvergiert, gegeben als

$$K_p = a_\infty = \frac{\beta}{1 - \alpha} = \frac{2}{1 - 0,75} = 8 \quad (222)$$

Somit ist die Einschwingzeit für den ersten Wert, ab dem der Prozess im Intervall $0,975 \cdot 8$ und $1,025 \cdot 8$ liegt, gegeben. Da der betrachtete Prozess keine Schwingungen aufweist, ist für uns nur die untere Schranke interessant. Da die Einschwingzeit mit dem Wert von i in Gleichung (220) übereinstimmt, erhalten wir die Gleichung

$$\beta \left(\frac{1 - \alpha^{n-d+1}}{1 - \alpha} \right) = \frac{0,975\beta}{1 - \alpha}, \quad (223)$$

welche nach n aufgelöst werden kann:

$$n = \frac{\ln 0,025}{\ln \alpha} + d - 1 \quad (224)$$

In unserem Fall ergibt dies

$$n = \frac{\ln 0,025}{\ln 0,75} + 1 - 1 = 12,8 = 13 \quad (225)$$

Beachten Sie, dass es sich bei n immer um eine ganze Zahl handelt, weshalb wir den erhaltenen Wert auf den dem Ergebnis nächsten ganzzahligen Wert aufrunden müssen.

Die 3×3 Dynamikmatrix \mathcal{A} ist dann

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & a_1 \\ a_p & a_{p-1} & \cdots & a_{p-m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3,5 & 2 & 0 \\ 4,625 & 3,5 & 2 \end{bmatrix} \quad (226)$$

Das ergibt

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} + \mathcal{R} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3,5 & 2 & 0 \\ 4,625 & 3,5 & 2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3,5 & 2 & 0 \\ 4,625 & 3,5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 38,640 & 625 & 23,1875 & 9,25 \\ 23,1875 & 17,25 & 7 \\ 9,25 & 7 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (227)$$

Die benötigte Inverse ergibt sich zu

$$\begin{aligned} (\mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} + \mathcal{R})^{-1} &= \begin{bmatrix} 38,640 & 625 & 23,1875 & 9,25 \\ 23,1875 & 17,25 & 7 \\ 9,25 & 7 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 0,134 & 046 & -0,184 & 200 & 0,009 & 896 \\ -0,184 & 200 & 0,387 & 349 & -0,201518 \\ 0,009 & 896 & -0,201 & 518 & 0,463 & 818 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (228)$$

Für die Reglerverstärkung erhalten wir den Ausdruck

$$\begin{aligned} \vec{K}_c &= (\mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} + \mathcal{R})^{-1} \mathcal{A}^T \mathcal{Q}^T \\ &= \begin{bmatrix} 0,134 & 046 & -0,184 & 200 & 0,009 & 896 \\ -0,184 & 200 & 0,387 & 349 & -0,201518 \\ 0,009 & 896 & -0,201 & 518 & 0,463 & 818 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3,5 & 2 & 0 \\ 4,625 & 3,5 & 2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,268 & 091 & 0,100 & 759 & -0,004 & 948 \\ -0,368 & 400 & 0,129 & 997 & 0,100 & 759 \\ 0,019 & 792 & -0,368 & 400 & 0,268 & 091 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (229)$$

Das Referenzsignal für die nächsten drei Abtastzeitpunkte ist dann

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (230)$$

Die vorhergesagte unregelte Position wird gleich dem Wert im stationären Zustand sein, d. h. null, da bisher keine Regelungen vorgenommen wurden. Dies impliziert, dass

$$\vec{y}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (231)$$

Somit ist die Regleraktion

$$\begin{aligned} \Delta \vec{u} &= \vec{K}_c \vec{e} = \vec{K}_c (\vec{r} - \vec{y}^*) \\ &= \begin{bmatrix} 0,268\,091 & 0,100\,759 & -0,004\,948 \\ -0,368\,400 & 0,129\,997 & 0,00\,759 \\ 0,019\,792 & -0,368\,400 & 0,268\,091 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-0 \\ 1-0 \\ 1-0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,363\,902 \\ -0,137\,644 \\ -0,080\,517 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (232)$$

Nur die erste Regleraktion $\Delta u_1 = 0,363\,902$ wird implementiert. Beim nächsten Abtastwert wird Gleichung (232) erneut mit den neuen Werten für r und y^* ausgewertet.

Für ein Mehrgrößensystem werden die Vektoren und Matrizen „Supervektoren“ und „Supermatrizen“, das heißt, dass ein Vektor aus vielen Vektoren besteht, zum Beispiel

$$\Delta \vec{u} = \begin{bmatrix} \Delta \vec{u}_1 \\ \vdots \\ \Delta \vec{u}_h \end{bmatrix} \quad (233)$$

wobei $\Delta \vec{u}_i$ der Eingangsvektor für die i -te Eingangsgröße ist. Nehmen wir ein MIMO-System mit s Ausgangsgrößen und h Eingangsgrößen. Dann ergibt sich die dynamische Matrix \mathcal{A} zu

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{11} & \cdots & \mathcal{A}_{1h} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathcal{A}_{s1} & \cdots & \mathcal{A}_{sh} \end{bmatrix} \quad (234)$$

wobei \mathcal{A}_{ij} die dynamische Matrix zwischen der j -ten Eingangsgröße und der i -ten Ausgangsgröße ist. Aus Gleichung (213) folgt, dass

$$y_{i,t+l}^* = y_{i,t} - \sum_{j=1}^h \sum_{k=1}^n (a_{ij,k} - a_{ij,l+k}) \Delta u_{j,t-k} \quad (235)$$

und

$$\Delta u_j = \sum_{i=1}^{ps} k_{ji} (r_i - y_i^*), \quad j = km + 1, k = 0, 1, \dots, h-1 \quad (236)$$

wobei $a_{ij,k}$ der k -te Koeffizient der Sprungantwort für den Prozess zwischen der j -ten Eingangsgröße und der i -ten Ausgangsgröße sowie $\Delta u_{j,t-k}$ die Regelungsgrößenänderung für die j -te Eingangsgröße und den Zeitpunkt $t - k$ ist.

Abschnitt 5.5: Erweiterte Prozesskontrollstrategien

Zusätzlich zu den bereits genannten Prozesskontrollstrategien existieren verschiedene nützliche Strategien, die mit den vorausgehend genannten kombiniert werden können, um ein besseres Ergebnis zu erzielen. Diese Methoden umfassen u.a. den **Smith-Prädiktor**, **Weitbereichsregelung**, **quadratische Regelung**, **ratio control**, **input-position control** und die **Charakterisierung von Nichtlinearitäten**.

Abschnitt 5.5.1: Smith-Prädiktor

Der Smith-Prädiktor ist ein Ansatz, der versucht, den Effekt der Totzeit auf die Regelungsstrategie zu minimieren. Er ist dann nützlich, wenn es im System eine große Totzeit gibt, die behandelt werden muss. Das Blockschaltbild für diesen Ansatz zeigt Abbildung 83.

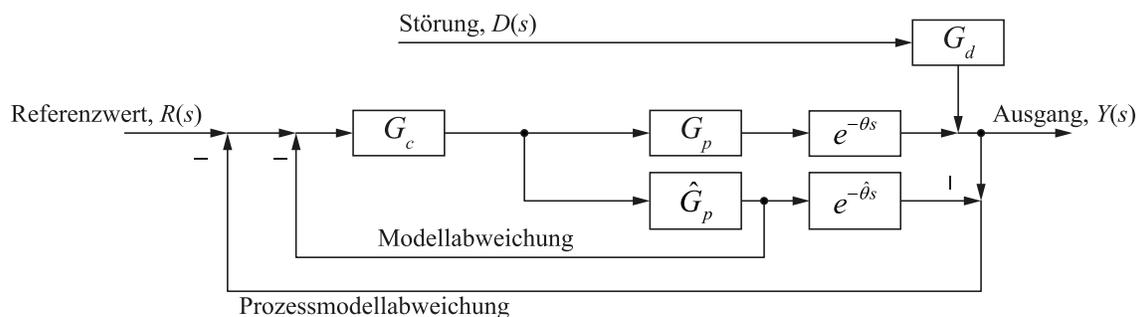


Abbildung 83: Blockdiagramm für Smith-Prädiktor

Abschnitt 5.5.2: Weitbereichsregelung und arbeitspunktabhängige Verstärkungseinstellung

Weitbereichsregelung bezieht sich auf die Idee, dass keine zusätzliche Regelung durchgeführt werden muss, sofern sich der Regelfehler in einem Band/Bereich um den Referenzwert befindet. Umgekehrt bedeutet dies, dass bei einem Regelfehler, der betragsmäßig außerhalb des Bandes liegt, die Regelung greift. Mathematisch ausgedrückt bedeutet das

$$u_t = \begin{cases} 0 & |\varepsilon_t| < K_{db} \\ G_c & \text{sonst} \end{cases} \quad (237)$$

wobei K_{db} die Totbereichs-Konstante ist. Der Totbereich kann entweder durch einen fixen Referenzwert (z. B. 5 °C um den Referenzwert) oder prozentual (z. B. 5% um den Referenzwert) definiert werden. Weitbereichsregelung ist dann sinnvoll, wenn keine feste bzw. starre Regelung vonnöten ist, d. h. kleine Abweichungen zulässig sind. Weitbereichsregelung wird oftmals zur Füllstandsmessung von Ausgleichsbehältern verwendet, da diese oftmals nur ein bestimmtes Niveau und keine exakten Werte halten müssen. Darüber hinaus kann der Regler außerhalb des Bandes sensitiver eingestellt werden, d. h. Abweichungen außerhalb des Bandes werden schneller korrigiert.

Ein allgemeinerer Ansatz bezüglich Weitbereichsregelung ist die **arbeitspunktabhängige Verstärkungseinstellung**, wobei die Reglerverstärkung abhängig vom Wert der **Scheduling-Variable** verändert wird. In den meisten Fällen wird der Bereich, in dem die Scheduling-Variable liegt, in verschiedene Regionen aufgeteilt. Jeder Region wird eine andere Reglerverstärkung zugeordnet. Mathematisch bedeutet das

$$u_t = G_c \begin{cases} K_{c,1} & s_t < K_{gs,1} \\ K_{c,2} & K_{gs,1} \leq s_t < K_{gs,2} \\ \vdots & \vdots \\ K_{c,n} & K_{gs,n} < s_t \end{cases} \quad (238)$$

wobei $K_{c,i}$ die Reglerverstärkung für die i -te Region, $K_{gs,i}$ die i -te Scheduling-Begrenzung und s_t die Scheduling-Variable ist. Dieser Ansatz erlaubt es, einen nichtlinearen Prozess mit einer Reihe linearer Regler zu regeln, was mit einem einzelnen Regler nicht möglich wäre.

Abschnitt 5.5.3: Quadratische Regelung

Quadratische Regelung ist sinnvoll für Anwendungen, bei denen große Abweichungen vom Referenzwert stärker bestraft werden sollen als solche nahe dem Referenzwert. Das Regelgesetz kann geschrieben werden als

$$u_t = K_c \operatorname{sgn}(e_t) e_t^2 \quad (239)$$

wobei *sgn* die Signumfunktion ist, die für einen Fehler e_t kleiner null -1 und für alle anderen Werte 1 zurückgibt. Für einen Fehler $e_t = 0$ nimmt *sgn* den Wert 0 an.

Abschnitt 5.5.4: Ratio Control

In certain systems, it may be desirable to keep two variables in a constant ratio, for example, in a mixing process, to keep the composition of the mixture constant, the ratio between the flowrates of the two inlets should be maintained constant. In such cases, we can implement **ratio control** to make sure that the ratio, R , is maintained at the desired value. A schematic of ratio control is shown in Figure 84. The ratio control is implemented by the multiplication block that takes the measured value of the solids and multiplies it by the desired ratio set by the VC controller.

When implementing ratio control, the ratio itself should not be controlled, but rather the ratio controller should set the setpoint for one of the variables using the ratio, for example, if $R = u_1 / u_2$, then we could set $u_2 = Ru_1$ and use this u_2 as the setpoint to the u_2 controller. In all cases, division should be avoided since if one of the variables becomes zero, this will then cause an error. As well, it should be noted that ratio control is implemented using the absolute values of the variables and not their deviational values as is common with other forms of control.

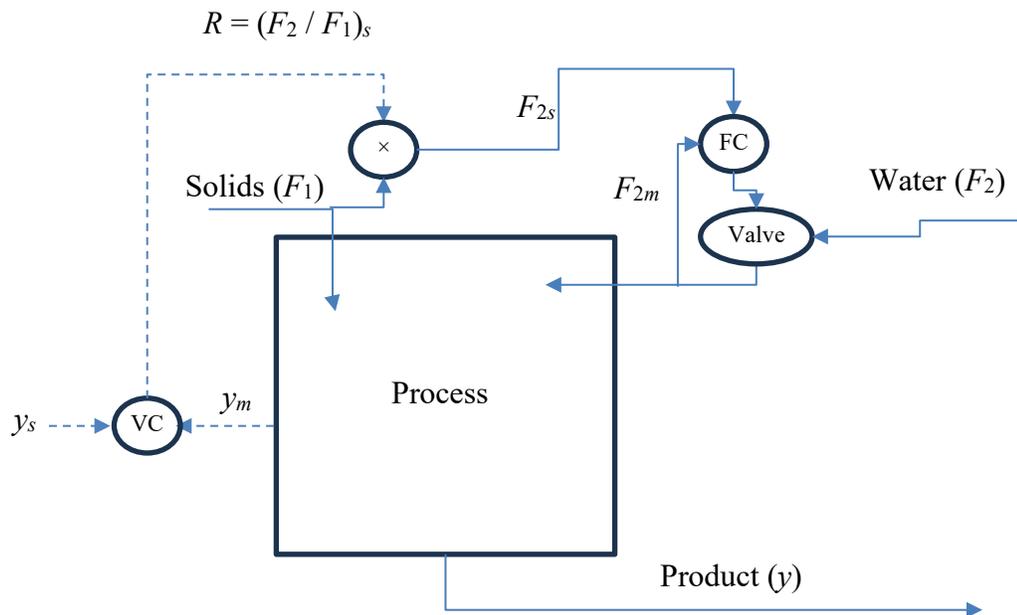


Figure 84: Ratio Control with Trim Feedback Control

Ratio control is useful when it is desired to control some intensive (amount-invariant) variable, such as composition, density, viscosity, or temperature, using extensive (amount-varying) variables, such as flowrates. Note that when implementing ratio control, we need to be able to scale all extensive variables by the same amount and keep all independent intensive variables constant. Thus, for example, a heat exchanger cannot be effectively controlled by ratio control, since it is not feasible to change the surface area during operation. One solution to the problem of keeping all independent intensive variables constant is to implement a form of feedback control on the ratio itself. Such control is often called feedback trim control. It is shown using dashed lines in Figure 84, where the ratio is set based on the measured and desired values for y . Another advantage of ratio control is that it does not require a model to implement meaning that we can obtain feedforward-like control without requiring any models of the system.

Abschnitt 5.5.5: Input-Position Control

Input-position control, also called valve-position control, allows controlling multi-input, single-output systems using more advanced methods. In this control strategy, it is normally assumed that there are two inputs: a fast-acting but expensive (or otherwise restricted) input, u_1 , and a slow-acting but cheap (or otherwise abundant) input, u_2 . An example would be cooling an

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

exothermic reactor using both coolant (expensive, but fast) and cooling water (abundant, but slow). In general, the cheap input is used for controlling the process, but the expensive input can be used to improve the speed of response. Basically, at steady state, it is assumed that the expensive input will attain some steady-state value u_{1s} , so that the overall process will be controlled by u_2 . A schematic of this control strategy is shown in Figure 85.

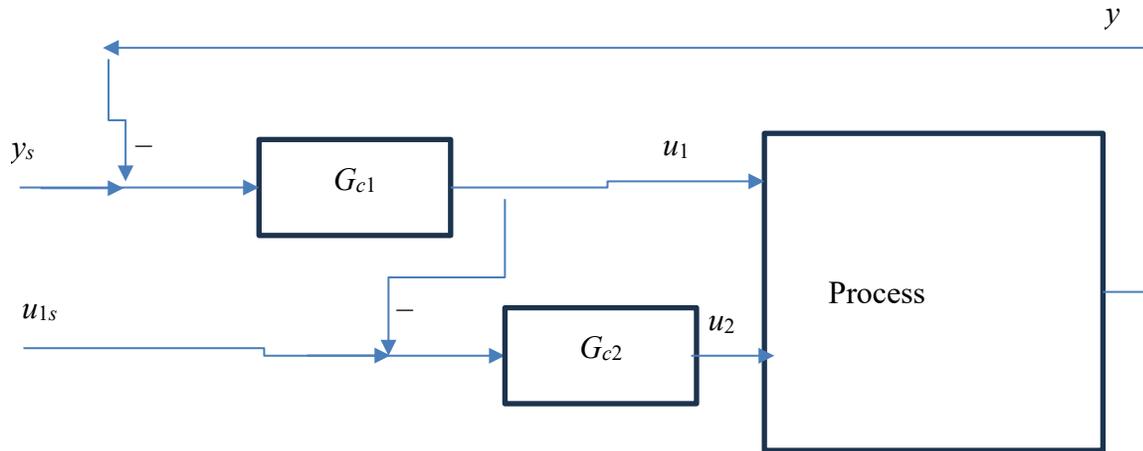


Figure 85: Input-Position Control

Since input-position control can be treated as a modification of cascade control, the fast loop given by u_1 is tuned first and then the slower loop given by u_2 . This also implies that the rule regarding time constants between the loops for cascade control should hold, that is, τ_{c2} / τ_{c1} should be between 4 and 10. In general, both controllers are designed as simple PI controllers without any anti-windup features.

Abschnitt 5.5.6: Charakterisierung von Nichtlinearitäten

Nichtlineare Charakterisierung erlaubt die vom Regler unabhängige Behandlung von Nichtlinearitäten im Aktor. Der Block für die nichtlineare Charakterisierung wandelt die lineare Ausgabe des Reglers in die nichtlineare Ausgabe des Aktors um. Gibt der Regler beispielsweise eine Durchflussrate an, so kann dieser Block die Durchflussrate in den korrespondierenden Wert umwandeln. Der Block ist oftmals ein Nachschlagewerk mit Interpolationen zwischen den

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

gegebenen Datenpunkten. Solche ein Ansatz erlaubt es, das System auf die Bereiche auszurichten, die stark nichtlinear sind.

Abschnitt 5.5.7: Bumpless Transfer

Bumpless transfer is the smooth transfer from one control mode or strategy to another without causing any visible, undesirable changes (bumps) in the process variables. This often arises from a mismatch between the requested input values in the two modes. In general, bumpless transfer is ensured using an appropriate anti-wind-up method. However, there is one case, where it may be necessary to take special action and that is when transferring from manual to automatic mode. In these cases, the automatic input value will not be exactly equal to the manual value meaning that it can lead to a bump in the output. The solution is to match the current manual value with the expected automatic value. As well, it may be helpful to reset the integration so that it equals zero at the moment of the switch.

Abschnitt 5.6: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 5.6.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Bei Steuerung wird im Regler das gemessene Ausgangssignal verwendet, um zu bestimmen, wie der Prozess geregelt werden muss.
- 2) Bei der Regelung ist es wichtig, den Ausgang messen zu können.
- 3) Eine fehlerhaft modellierte Strecke kann zu Abweichungen bei Steuerung führen.
- 4) Regelung sollte stabil, abweichungsfrei und robust sein.

- 5) Ein Zustandsraumregler bedingt die Messung von Zuständen.
- 6) Bei der Zustandsraumregelung impliziert das Separationsprinzip, dass der Entwurf von Beobachter und Regler getrennt stattfinden kann.
- 7) Ein P-Regler erlaubt Regelung ohne bleibende Abweichung.
- 8) Der Integralanteil berücksichtigt den Einfluss zukünftiger Werte auf das System.
- 9) Integratoraufwicklung tritt dann auf, wenn Änderungen des Störsignals die manipulierte Variable dazu bringen zu fluktuieren.
- 10) Unstetigkeiten in der Ableitung treten bei PID-Reglern dann auf, wenn es eine sprunghafte Änderung des Referenzwerts gibt.
- 11) Eine Erhöhung von K_c bei einem PI-Regler führt dazu, dass das System stabiler wird.
- 12) Der Proportionalanteil eines PID-Reglers berücksichtigt die aktuellen Werte des Regelfehlers.
- 13) Ein PI-Regler kann mittels der IMC-Methode angepasst werden.
- 14) Die Anstiegszeit eines geregelten Systems kann verwendet werden, um zu bestimmen, wie gut ein Regler die Störungen ausregelt.
- 15) Die Einschwingzeit ist definiert als das Dreifache der Zeitkonstante des geregelten Systems.
- 16) Für die reguläre Leistungsfähigkeit des Reglers ist es einfach die Werte zu spezifizieren.
- 17) Regelung mit Vorsteuerung versucht den Effekt nichtmessbarer Störungen auf das System zu minimieren.
- 18) Ein Entkoppler ist ein Typ von Regelung mit Vorsteuerung.
- 19) Bei der Regelung mit Vorsteuerung kann es notwendig sein, Terme wie Totzeit oder instabile Nullstellen zu entfernen.
- 20) Verzahnung tritt auf, wenn eine bestimmte Serie diskreter Ereignisse eingetreten sein muss, bevor eine Aktion ausgeführt werden kann.
- 21) Chargenregelung ist ein Beispiel für sequenzielle Regelung.
- 22) Überwachungssteuerung erlaubt den Aufbau eines Netzwerks aus Reglern, von denen jeder wiederum einen anderen Regler regeln kann.
- 23) Bei der Kaskadenregelung sollte der Master-Regler immer schneller sein als der Slave-Regler.
- 24) Modellprädiktive Regelung erlaubt die Berücksichtigung von Beschränkungen und ökonomischen Gesichtspunkten bei der Regelung des Prozesses.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

25) Modellprädiktive Regelung setzt gute Modelle voraus.

Abschnitt 5.6.2: Übungsaufgaben

26) Beschreiben Sie in Worten, wie die folgenden Regelungen funktionieren. Welche Methoden werden benutzt? Wie lauten die Ziele und was sind potenzielle Störungen?

- Ein Fahrstuhl erreicht das gewünschte Stockwerk.
- Temperaturregelung einer Heizung.
- Temperaturregelung in einem Kühl-/Gefrierschrank.
- Autofahrt auf der Autobahn.
- Autofahrt auf der Autobahn mit Tempomat.

27) Entwerfen Sie PI-Regler mithilfe der Gleichungen aus Tabelle 26 für die folgenden Prozesse:

a. $G_p = \frac{2}{30s+1} e^{-15s}$

b. $G_p = \frac{-2}{30s+1} e^{-15s}$

c. $G_p = \frac{2}{3s+1} e^{-150s}$

d. $G_p = \frac{-5}{s-0,5} e^{-15s}$

Nutzen Sie das kleinstmögliche τ_c .

Entwerfen Sie mithilfe der Gleichungen aus Tabelle 27: PID-Reglerparameter für PT1-Glieder mit Totzeit

Methode zum Reglerentwurf		Kc	τI	τD
S Strukturbasiert	ITAE (Steuerung)	$\frac{0,965}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0,85}$	$\frac{\tau}{0,796 - 0,147 \left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$	$0,308\tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,929}$
	ITAE (Regelung)	$\frac{1,357}{K} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0,947}$	$\frac{\tau}{0,842} \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,738}$	$0,381\tau \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,995}$
Modellbasiert	IMC (τ_c so gewählt, dass $\tau_c / \theta > 0,8$ und $\tau_c > \tau / 10$)	$\frac{1}{K} \left(\frac{2\frac{\tau}{\theta} + 1}{2\frac{\tau_c}{\theta} + 1} \right)$	$\frac{\theta}{2} + \tau$	$\frac{\tau}{2 \left(\frac{\tau}{\theta} \right) + 1}$

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 28) PID-Regler für die Prozesse aus Aufgabe 27). Nutzen Sie das kleinstmögliche τ_c .
- 29) Simulieren Sie die Regler aus Aufgabe 27) und 0 für eine Änderung des Referenzwerts von -2 und $+2$. Nehmen Sie dafür an, dass das System nicht durch Störungen beeinflusst wird. Erklären Sie Ihre Beobachtungen. Welchen Regler würden Sie für welchen Prozess einsetzen und warum?
- 30) Entwerfen Sie je einen dynamischen Regler mit Vorsteuerung für die folgenden Prozesse.

a. $G_p = \frac{2}{30s+1}e^{-15s}$, $G_d = \frac{-2}{15s+1}e^{-5s}$

b. $G_p = \frac{-2(5s-1)}{(30s+1)(25s+1)}e^{-15s}$, $G_d = \frac{2}{5s+1}e^{-20s}$

c. $G_p = \frac{2}{(3s+1)(10s+1)}e^{-s}$, $G_d = \frac{-2}{15s+1}e^{-5s}$

d. $G_p = \frac{2.5(2s-1)}{(10s+1)(20s+1)}e^{-20s}$, $G_d = \frac{5}{(10s+1)(20s+1)}e^{-30s}$

- 31) Entwerfen Sie einen statischen Regler mit Vorsteuerung für die Prozesse in Aufgabe 30). Simulieren und vergleichen Sie die Leistungsfähigkeit der beiden Reglertypen für eine Referenzwertänderung von $+2$. Nehmen Sie an, dass es sich um eine weiße gaußverteilte Störung handelt.
- 32) Betrachten Sie folgende kaskadierte Schleife mit den Übertragungsfunktionen

$$G_{p, \text{Slav}} = \frac{2}{3s+1}e^{-s}, G_{p, \text{Master}} = \frac{-2}{30s+1}e^{-20s} \quad (240)$$

Entwerfen Sie angemessene PI-Regler für diese Kaskade. Welche Aspekte sollten Sie im Entwurfsprozess besonders beachten? Simulieren Sie das System.

- 33) Betrachten Sie dieselbe Situation wie in Aufgabe 32), doch nun soll die Slave-Schleife zusätzlich keine Schwingungen aufweisen und den Referenzwert so schnell wie möglich erreichen. Entwerfen Sie für diese Forderungen mithilfe einer simulativen Anpassung die geeigneten Regler.
- 34) Sie sollen einen Regler für einen Prozess entwerfen, dessen experimentell bestimmtes Modell beschrieben wird durch

$$\hat{G}_p = \frac{1}{15s+1}e^{-10s} \quad (241)$$

Ihnen ist jedoch nicht bekannt, wie gut das experimentell bestimmte Modell die tatsächliche Situation wiedergibt. Entwerfen Sie mithilfe der IMC-Methode einen PID-Regler unter der Annahme, dass das experimentelle Modell korrekt ist. Da Sie wissen, dass das Modell höchstwahrscheinlich nicht fehlerfrei ist, sollten Sie ihr τ_c nicht zu klein wählen. Simulieren Sie Ihr Modell unter der Annahme, dass Gleichung (241) die Wirklichkeit korrekt wiedergibt. Ist ihr Regler zufriedenstellend, simulieren Sie den geschlossenen Regelkreis unter der Annahme, dass das wahre Prozessmodell gegeben ist durch

- Kleine Abweichung:** $G_p = \frac{1,1}{16s+1} e^{-11s}$
- Große Abweichung bei Verstärkung:** $G_p = \frac{2}{14s+1} e^{-9s}$
- Große Abweichung bei Zeitkonstante:** $G_p = \frac{1,05}{4s+1} e^{-10s}$
- Große Abweichung bei Totzeit:** $G_p = \frac{1}{14s+1} e^{-25s}$

Ist Ihr System instabil, entwerfen Sie einen neuen Regler, der Ihr System sowohl für das experimentelle als auch für das reale Modell stabilisiert. Welche Schlüsse können Sie aus dem Reglerentwurf ziehen?

35) Entwerfen Sie für das folgende System mit zwei Eingängen und zwei Ausgängen einen Entkoppler zwischen u_2 und y_1 . Die PID-Kopplungen sind y_1 mit u_1 und y_2 mit u_2 .

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{(10s+1)} e^{-15s} & \frac{-2}{(15s+1)(10s+1)} e^{-10s} \\ \frac{5(10s+1)}{(15s+1)(20s+1)} e^{-25s} & \frac{5}{(10s-1)} e^{-30s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (242)$$

36) Simulieren Sie das System aus Gleichung (242) mit und ohne Entkoppler. Was ist der Effekt des Entkopplers auf das System? Die PI-Regler sind gegeben mit

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{10} \left(1 + \frac{1}{25s} \right) (r_1 - y_1) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{5} \left(1 + \frac{1}{40s} \right) (r_2 - y_2) \end{aligned} \quad (243)$$

37) Nutzen Sie die DMC-Methode, um einen modellprädiktiven Regler für folgendes System zu entwerfen.

$$y_t = \frac{z^{-10}}{1 - 0,25z^{-1}} u_t \quad (244)$$

38) Nutzen Sie die DMC-Methode, um einen modellprädiktiven Regler für folgendes System zu entwerfen.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{10s+1} e^{-5s} & \frac{-2}{5s+1} e^{-15s} \\ \frac{5}{15s+1} e^{-10s} & \frac{4}{10s+1} e^{-10s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (245)$$

Die Abtastzeitpunkte liegen 1 s auseinander.

Kapitel 6: Boolesche Algebra

Boolesche Algebra ist die Algebra der binären Werte, also solcher Variablen, die nur zwei Werte (z. B. WAHR und FALSCH oder 1 und 0) annehmen können. Diese Algebra ist sehr hilfreich bei der Lösung von Problemen im Bereich der Logik und sie dient als Grundlage für viele Programmiersprachen. Eingeführt wurde diese Form der Algebra durch George Boole (1815-1864).

Ein Boolescher Ausdruck ist eine Gruppe elementarer Terme, die durch Konnektoren (auch Operatoren) miteinander verknüpft sind. In der Mathematik wird der Raum der Booleschen Algebra mit einem doppelt gestrichelten \mathbb{B} ($\mathbb{B}, U+1D359$) gekennzeichnet.

Abschnitt 6.1: Boolesche Operatoren

In der Booleschen Algebra existieren fünf Operatoren: **Konjunktion**, **Disjunktion**, **Negation**, **Implikation** und **Äquivalenz**. Eine Übersicht über diese Operatoren liefert Tabelle 29. Zu beachten ist, dass die Negation ein **unärer** Operator ist, d. h. es wird nur eine Variable benötigt, wohingegen die verbleibenden vier Operatoren sog. **binäre** Operatoren sind, d. h. es werden zwei Variablen benötigt. Beim Aufschreiben von Boolescher Logik wird die Konjunktion durch eine Multiplikation dargestellt, d. h. $a \wedge b = ab$ und die Disjunktion wird als Addition repräsentiert, d. h. $a \vee b = a + b$.

Tabelle 29: Boolesche Operatoren, wobei $a, b \in \mathbb{B}$

Operator	Symbol	Ausdruck	Alternative Formulierung	Wort-Repräsentation
Konjunktion	\wedge (U+2227)	$a \wedge b$	$a \cdot b$, ab , a AND b , a & b	UND
Disjunktion	\vee (U+2228)	$a \vee b$	$a + b$, a OR b , a b	ODER
Negation	\neg (U+00AC)	$\neg b$, b' \bar{b}	NOT b , $!b$	NICHT
Implikation	\rightarrow (U+2192)	$a \rightarrow b$	—	WENN-DANN
Äquivalenz	\leftrightarrow (U+2194)	$a \leftrightarrow b$	—	GENAU DANN WENN

Alle Booleschen Ausdrücke können mit den Operatoren \wedge , \vee , \neg sowie den Zahlen 0 und 1 geschrieben werden. Der Operator \wedge hat Vorrang vor \vee , d. h. es gilt für folgende Gleichung $a \vee b \wedge c = a \vee (b \wedge c)$.

Abschnitt 6.2: Boolesche Axiome und Sätze

Für den Booleschen Raum $\mathbb{B} = \{0, 1\}$ mit den Variablen a , b , und c sowie den Operatoren \wedge und \vee sind die folgenden Axiome erfüllt:

1) Abgeschlossenheit des Raums

a. $a \vee b \in \mathbb{B}$

b. $a \wedge b \in \mathbb{B}$

2) Vertauschbarkeit (Kommutativität)

a. $a \vee b = b \vee a$

b. $a \wedge b = b \wedge a$

3) Verteilbarkeit (Distributivität)

a. $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

b. $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

4) Identität

a. $a \vee 0 = a$

b. $a \wedge 1 = a$

5) Komplementbildung

a. $a \wedge \neg a = 0$

b. $a \vee \neg a = 1$

6) Auslöschung

a. $a \vee 1 = 1$

b. $a \wedge 0 = 0$

7) Ausklammerung (Assoziativität)

a. $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$

b. $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$

8) Idempotenz

a. $a \vee a = a$

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$b. a \wedge a = a$$

9) Involution

$$a. \neg\neg a = a$$

10) Absorption

$$a. a \wedge (a \vee c) = a$$

$$b. a \vee (a \wedge c) = a$$

Mit diesen Axiomen ist es möglich, die gesamte Boolesche Algebra aufzubauen.

Ein weiteres wichtiges Gesetz ist das de-morgansche Gesetz:

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b \quad (246)$$

$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b \quad (247)$$

Diese Gesetzmäßigkeit kann genutzt werden, um viele logische Ausdrücke zu vereinfachen or convert between two representations.

Abschnitt 6.3: Boolesche Funktionen

Eine Boolesche Funktion ist eine Funktion, bei der alle Variablen Boolesche Variablen sind. Diese Funktionen, wie bspw.

$$F = f(X_1, X_2), \text{ mit } X_1, X_2 \in \mathbb{B} \quad (248)$$

werden durch einen Großbuchstaben gekennzeichnet.

Eine **Wahrheitstabelle** zeigt die Werte des Ausdrucks für alle möglichen Kombinationen der Eingangsvariablen. Das impliziert, dass eine Wahrheitstabelle 2^N Zeilen hat, wobei N die Zahl der (Eingangs)Variablen darstellt. Für zwei Variablen ergeben sich also $2^2 = 4$ Zeilen, wohingegen bei vier Variablen $2^4 = 16$ Zeilen notwendig sind.

Die Wahrheitstabelle für den Booleschen UND-Operator zeigt Tabelle 30 (links). Nachdem der UND-Operator nur dann mit WAHR ausgewertet wird, wenn beide Variablen gleich 1 sind, gibt es nur eine Zeile, die den Wert WAHR zurückgibt. Die Wahrheitstabelle für den Booleschen ODER-Operator zeigt Tabelle 30 (rechts). Nachdem der ODER-Operator nur dann mit WAHR ausgewertet wird, wenn mindestens eine Variable gleich 1 ist, weisen drei Zeilen den Wert WAHR auf und nur die Zeile, in der beide Eingänge FALSCH sind, wird mit FALSCH ausgewertet.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Tabelle 30: Wahrheitstabellen für die Booleschen Operatoren UND (links) und ODER (rechts)

UND		
A	B	AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ODER		
A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Beispiel 31: Wahrheitstabelle

Wie lautet die Wahrheitstabelle für die Boolesche Funktion $F = AB'$?

Lösung:

Da es zwei Variablen (A und B) gibt, $N = 2$, wird eine Wahrheitstabelle mit $2^2 = 4$ Zeilen benötigt.

A	B	B'	F
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Es existieren zwei gebräuchliche Repräsentationen für Boolesche Funktionen: die **Konjunktive Normalform (KNF)** und die **Disjunktive Normalform (DNF)**.

Abschnitt 6.3.1: Disjunktive Normalform (DNF) und Minterme

Die disjunktive Normalform (DNF) ist die Repräsentation einer Booleschen Funktion, bei der alle Faktoren (oder Terme) Produkte von einzelnen Variablen sind, wie beispielsweise bei $F = ABC + B'CDE' + A'B'$ oder bei $F = BCDE + AB'E + HI' + C$. Mithilfe der Axiome können alle Funktionen in die disjunktive Normalform überführt werden.

Beispiel 32: Disjunktive Normalform

Welche der folgenden Booleschen Funktionen sind in disjunktiver Normalform?

1) $F = ABC + B'CDE'$

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

$$2) F = (A + B)C$$

$$3) F = ABC + B'(D + E)$$

$$4) F = BC + DE'?$$

Lösung:

Nur 1) und 4) sind in disjunktiver Normalform, da diese Repräsentationen eine Summe von Produkten einzelner Terme sind. In 2) und 3) gibt es ein Produkt mehrerer Variablen, nämlich A und B in 2), sowie D und E in 3).

Beispiel 33: Umwandlung in die disjunktive Normalform

Wandeln Sie die folgende Funktion in die disjunktive Normalform um: $F = (A + B)C$.

Lösung:

Mithilfe der Distributivitätseigenschaft erhalten wir die disjunktive Normalform:

$$F = (A + B)C = AC + BC$$

Ein **Minterm** beschreibt eine Zeile in der Wahrheitstabelle, deren Ergebniswert 1 ist. Das Symbol eines Minterms ist m_i , wobei i die Zeilennummer als Dezimalzahl angibt. Die kompakte disjunktive Normalform (KDNF) wird über den Ausdruck $\Sigma m(i, \dots)$ beschrieben, wobei i die Zeilennummer enthält, in der der Minterm steht. Sollen die Minterme in eine funktionale Repräsentation umgewandelt werden, so wird jede Variable, deren Wert 1 ist, in ihrer originären Form geschrieben und alle Variablen mit dem Wert 0 werden negiert dargestellt. Beispielsweise ergibt sich für m_2 , den Minterm mit dem binären Wert 010_2 , die Repräsentation $A'BC'$.

Beispiel 34: Kompakte disjunktive Normalform

Wie lautet die kompakte disjunktive Normalform der Funktion $F = (A + B)C$?

Lösung:

Zuerst benötigen wir eine Wahrheitstabelle. Mit dieser können leicht die Zeilen gefunden werden, die den Wert 1 enthalten.

A	B	C	F
0	0	0	0

A	B	C	F
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Die rot hervorgehobenen Zeilen sind die Zeilen, in denen die Funktion den Wert 1 annimmt. Die dezimale Darstellung der Zeilennummer ist leicht zu finden, indem die binäre Darstellung in den korrespondierenden Dezimalwert umgewandelt wird. Für die erste rot markierte Zeile (011) ergibt sich beispielsweise

$$011_2 = 2 + 1 = 3$$

und

$$101_2 = 2^2 + 1 = 5$$

$$111_2 = 2^2 + 2 + 1 = 7$$

Somit ergibt sich für die kompakte disjunktive Normalform

$$\Sigma m(3, 5, 7).$$

Bitte beachten Sie, dass die Reihenfolge der Booleschen Variablen von Bedeutung ist. Wird die Reihenfolge verändert, so verändert sich auch die kompakte disjunktive Normalform.

Abschnitt 6.3.2: Konjunktive Normalform (KNF) und Maxterme

Die konjunktive Normalform ist die Repräsentation einer Booleschen Funktion, bei der alle Faktoren Summen aus einzelnen Variablen sind, wie beispielsweise bei $F = (A + B + C)(B' + C + D)E'$ oder bei $F = (A + B)C$. Mithilfe der Axiome ist es auch hier möglich, alle Funktionen auf die konjunktive Normalform zu bringen.

Beispiel 35: Konjunktive Normalform

Welche der folgenden Booleschen Funktionen sind in konjunktiver Normalform?

1) $F = ABC + B'CDE'$

2) $F = (A + B)C$

3) $F = (A + B + C)B'(D + E)$

4) $F = BC + DE'$?

Lösung:

Nur 2) und 3) sind in konjunktiver Normalform, da diese Repräsentationen Produkte von Summen einzelner Variablen enthalten. In 1) und 4) liegt eine Summe aus Produkten mehrerer Variablen vor.

Beispiel 36: Umwandlung in die konjunktive Normalform

Wandeln Sie die Funktion $F = AC + BC$ in ihre konjunktive Normalform um.

Lösung:

Mithilfe der Distributivitätseigenschaft erhalten wir die konjunktive Normalform:

$$F = AC + BC = (A + B)C$$

Ein **Maxterm** beschreibt eine Zeile in der Wahrheitstabelle, deren Ergebniswert 0 ist. Das Symbol eines Maxterms ist M_i , wobei i den dezimalen Wert des Zeilenindex darstellt. Die kompakte konjunktive Normalform (KKNF) wird beschrieben durch den Ausdruck $\Pi M(i, \dots)$, wobei i den Zeilenwert des Maxterms als Dezimalzahl angibt. Sollen Maxterme in eine funktionale Repräsentation umgewandelt werden, so werden alle Variablen mit dem Wert 1 negiert und alle Variablen mit dem Wert 0 in ihrer originären Form geschrieben. Beispielweise ergibt sich für M_2 , den Maxterm des binären Werts 010₂, die Darstellung $A + B' + C$.

Beispiel 37: Kompakte konjunktive Normalform

Wie lautet die kompakte konjunktive Normalform der Funktion $F = (A + B)C$?

Lösung:

Zuerst benötigen wir eine Wahrheitstabelle. Mit dieser können leicht die Zeilen gefunden werden, die den Wert 0 enthalten.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0

A	B	C	F
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Die rot hervorgehobenen Zeilen sind die Zeilen, in denen die Funktion den Wert 0 annimmt. Die dezimale Darstellung der Zeilennummer ist leicht zu finden, indem die binäre Darstellung in den korrespondierenden Dezimalwert umgewandelt wird. Für die erste rot markierte Zeile (000) ergibt sich beispielsweise

$$000_2 = 0 + 0 + 0 = 0$$

und

$$001_2 = 0 + 0 + 1 = 1$$

$$010_2 = 0 + 2 + 0 = 2$$

$$100_2 = 2^2 + 0 + 0 = 4$$

$$110_2 = 2^2 + 2 + 0 = 6$$

Damit ergibt sich die kompakte konjunktive Normalform zu

$$\Pi M(0, 1, 2, 4, 6).$$

Wie bereits bei der disjunktiven Normalform ist auch bei der konjunktiven Normalform die Reihenfolge der Variablen von großer Bedeutung. Eine Vertauschung bedeutet eine Veränderung der konjunktiven Normalform. Es ist auch zu erkennen, dass sämtliche Terme der disjunktiven Normalform nicht in der konjunktiven Normalform enthalten sind.

Abschnitt 6.3.3: Don't-Care-Werte

Technisch gesehen kann es vorkommen, dass bestimmte logische Kombinationen nicht auftreten können. Diese werden dann durch einen * oder ein × in der Wahrheitstabelle gekennzeichnet. Die Entscheidung, welcher Wert (0 oder 1) besser geeignet ist, bleibt dann dem Ingenieur überlassen. Such cases are called **don't-care values**.

Beispiel 38: Don't-Cares

Wie lautet die Wahrheitstabelle der Funktion $F = AB$, wenn der Fall $A = B = 0$ nicht möglich ist?

Lösung:

Die Wahrheitstabelle lautet

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

A	B	F
0	0	×
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Abschnitt 6.3.4: Dualität

Dualität in der Booleschen Algebra hat die folgende Definition:

- Ersetzung aller AND durch OR.
- Ersetzung aller OR durch AND.
- Ersetzung aller 0 durch 1.
- Ersetzung aller 1 durch 0.

Dualität ist eine wichtige Eigenschaft, die bei Vereinfachungen oder Minimierung von Booleschen Ausdrücken zum Tragen kommt, denn oftmals ist es einfacher, mit dem Dualen des entsprechenden Ausdrucks zu arbeiten.

Beispiel 39: Duale Repräsentation einer Funktion

Wie lautet die duale Repräsentation der Funktion $F = (A + B)C$?

Lösung:

$$\begin{aligned}
 F &= (A + B)C \\
 F^D &= [(A + B)C]^D \\
 F^D &= [(A + B)]^D + C^D \\
 F^D &= AB + C
 \end{aligned}$$

Die duale Repräsentation einer Funktion wird oft durch ein hochgestelltes D gekennzeichnet.

Abschnitt 6.4: Minimierung einer Booleschen Funktion

Soll eine logische Funktion mittels Elektronik implementiert werden, so ist es wichtig, sie vorher zu minimieren, um nicht zu viele Anschlüsse zu verbrauchen. Oftmals braucht jede Boolesche Funktion nämlich einen eigenen Anschluss. Für die Minimierung haben sich drei Ansätze etabliert:

- 1) **Händisch** unter Ausnutzung der Axiome und Sätze der Booleschen Algebra;

- 2) Unter Ausnutzung sog. **Karnaugh-Veitch-Diagramme** und;
- 3) Über die Nutzung des **Quine-McCluskey-Algorithmus**, welcher für große Boolesche Funktionen mit oftmals mehr als 10 Variablen verwendet wird.

Im Allgemeinen ist das Karnaugh-Veitch-Diagramm (KV-Diagramm) die beste Methode zur Minimierung von Booleschen Funktionen.

Abschnitt 6.4.1: Karnaugh-Veitch-Diagramme

Ein Karnaugh-Veitch-Diagramm (auch Karnaugh-Plan) ist ein visueller Algorithmus zur Minimierung von Booleschen Funktionen, mit dem die größten Gruppen von 1ern und 0ern gefunden werden können. Für die minimale konjunktive Normalform werden Gruppen von 0ern gebildet, für die minimale disjunktive Normalform hingegen werden die 1er gruppiert. Die 1er und 0er können immer nur in Gruppen der Größe 2^n zusammengefasst werden wobei $n \in \mathbb{N}$ ist. Die Karnaugh-Pläne für 2, 3, 4 und 5 Variablen sind noch relativ einfach zu zeichnen.

Ein Karnaugh-Veitch-Diagramm für zwei Variablen ist in Abbildung 86 dargestellt. Das Diagramm ist so aufgebaut, dass eine Achse, die eine Variable und die andere Achse die andere Variable enthält. Für die disjunktive Normalform wird die maximale Anzahl an 1ern in Gruppen der Größen 2^n zusammengefasst.

$B \backslash A$	0	1
0	1	1
1	0	0

Abbildung 86: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = B'$

Ein Karnaugh-Veitch-Diagramm für drei Variablen ist in Abbildung 87 dargestellt. Hier werden auf der einen Achse eine Variable und auf der anderen Achse die beiden verbleibenden Variablen abgelegt. Die Anordnung der Variablen erfolgt so, dass sich benachbarte Felder immer nur um eine Stelle unterscheiden, d. h. es darf sich nur eine 0 oder 1 zwischen zwei Feldern ändern. Ist die Zeile bspw. 01, dann muss die nächste Zeile 11 sein, da nur ein Eintrag verändert werden sollte.

		C	
		0	1
A	B		
	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	0
1	0	0	1

Abbildung 87: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = \Sigma m(0, 3, 5)$

Ein Karnaugh-Veitch-Diagramm für vier Variablen ist in Abbildung 88 dargestellt. Jede Zeile und Spalte enthält nun zwei Variablen. Ein Karnaugh-Veitch-Diagramm für fünf Variablen ist in Abbildung 89 dargestellt. Sollen die Einträge mit dem Wert 1 betrachtet werden, ist es üblich, die Einträge mit dem Wert 0 wegzulassen.

		A			
		0	1	1	0
C	D				
	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1

Abbildung 88: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = A'BD + B'C'D' + C$

		<i>B</i>	0	1	1	0	
	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>C</i>	0	0	1	1
	0	0	1	1	1	1	
	0	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	1	
	1	0	1	1	1	1	

A $\frac{1}{0}$

Abbildung 89: Karnaugh-Veitch-Diagramm für die Funktion $F = \Pi M(2, 5, 7, 9, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 24, 25, 27)$

Der allgemeine Ablauf zum Auslesen der minimalen disjunktiven Normalform ist nachfolgend beschrieben:

1. Aufstellen des Karnaugh-Veitch-Diagramms.
2. Gruppierung der 1er in die größtmöglichen Gruppen.
3. Aufschreiben der zugehörigen disjunktiven Normalform für die eingekreisten 1er. Für jede Gruppe werden nur die Variablen berücksichtigt, deren Wert sich nicht verändert. Variablen mit dem Wert 0 werden negiert. So variiert im in Abbildung 88 eingekreisten Bereich der Wert von *A* zwischen 0 und 1, was bedeutet, dass er ignoriert wird. Die anderen Variablen bleiben konstant mit einem Wert von 0. Somit schreiben wir die negierte Form dieser Variablen, d. h. $B' C' D'$.

Der allgemeine Ablauf zum Auslesen der minimalen konjunktiven Normalform ist:

1. Aufstellen des Karnaugh-Veitch-Diagramms.
2. Gruppierung der 0er in die größtmöglichen Gruppen.
3. Aufschreiben für F' der zugehörigen DNF für die eingekreisten 0er. Für jede Gruppe werden nur die Variablen berücksichtigt, deren Wert sich nicht verändert. Variablen mit einem Wert von 0 werden negiert. So variiert im in Abbildung 88 eingekreisten Bereich der Wert von *A* zwischen 0 und 1, was bedeutet, dass er ignoriert wird. Die anderen Variablen bleiben konstant mit einem Wert von 0. Somit schreiben wir die negierte Form dieser Variablen, d. h. $B' C' D'$.
4. Umwandeln von F' in F .

Die Auswahl der Gruppen kann nach dem Zufallsprinzip erfolgen. Dies ist jedoch nicht zielführend, weil keine allgemeinen Aussagen über die Vollständigkeit der Minimierung getroffen werden können. Es muss also eine Möglichkeit gefunden werden, wie der Prozess der Minimierung möglichst algorithmisch ablaufen kann.

Bevor dieser Algorithmus aufgebaut werden kann, müssen einige essenzielle Begriffe definiert werden. Ein **Term** ist eine einzelne 1 oder eine Gruppe von 1ern. Ein **Primterm** beschreibt einen Term, der nicht mit weiteren Variablen kombiniert werden kann, d. h. eine 1 bildet einen Primterm, wenn es keine benachbarten 1er gibt. Zwei benachbarte 1er bilden einen Primterm, wenn sie nicht in eine Gruppe aus vier 1er zusammengestellt werden können, wohingegen vier benachbarte 1er einen Primterm bilden, wenn sie nicht in eine 8er-Gruppe zusammengefasst werden können. Abbildung 90 zeigt den Unterschied zwischen Term und Primterm. Sicher ist, dass eine disjunktive Normalform, die auch Nichtprimterme enthält, nicht minimal ist, doch es werden nicht notwendigerweise alle Primterme für eine minimale disjunktive Normalform benötigt. Ein **Kernprimterm** ist ein Minterm, der nur durch einen einzigen Primterm abgebildet wird. Alle Kernprimterme sind somit in minimaler disjunktiver Normalform. Somit ist das Ziel einer Minimierung, alle essenziellen Kernprimterme zu finden. Mit diesen Erkenntnissen kann der Algorithmus gemäß Abbildung 92 angewendet werden.

		AB				
		00	01	11	10	
C	D					
	0	0	1	1	0	0
	0	1	1	1	1	0
	1	1	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0

— Term

- - - Primterm

Abbildung 90: Term und Primterm

Beispiel 40: Karnaugh-Veitch-Diagramm

For the Karnaugh map shown in Abbildung 91, find the minimal sum-of-products form.

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

	A	0	1	1	0
	B	0	0	1	1
C	D	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0

Abbildung 91: Karnaugh map for Beispiel 40

Lösung

1) We start with the first 1 (cell: 0000). The largest group that we can find is four 1. This group is an essential prime implicant.

	A	0	1	1	0
	B	0	0	1	1
C	D	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0

2) The next unlooped 1 is in the cell 0010. This 1 can only be combined with the 1 in cell 0000. This group is also an essential prime implicant.

	A	0	1	1	0
	B	0	0	1	1
C	D	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0

3) The next free 1 is in cell 0111. Here we have two possibilities. We could make the loop with either cell 0101 or cell 1111. This implies that we have a prime implicant.

	A	0	1	1	0
	B	0	0	1	1
C	D	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0

4) The next free 1 is in cell 1011, which we can combine with cell 1111. This is the only possibility for combining this cell. Therefore, this group is also an essential prime implicant.

	A	0	1	1	0
	B	0	0	1	1
C	D	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0

5) The last step is to write the minimal sum-of-product form. First, we will write all the essential prime implicants, that is, $A'B'D'$, $A'C'$ and ACD . Then, we must select one of the remaining prime implicants ($A'BD$ or BCD). There is no difference between which of these two prime implicants we select. The minimal sum-of-products form is then

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

$$F = A'B'D' + A'C' + ACD + \{A'BD \text{ or } BCD\}$$

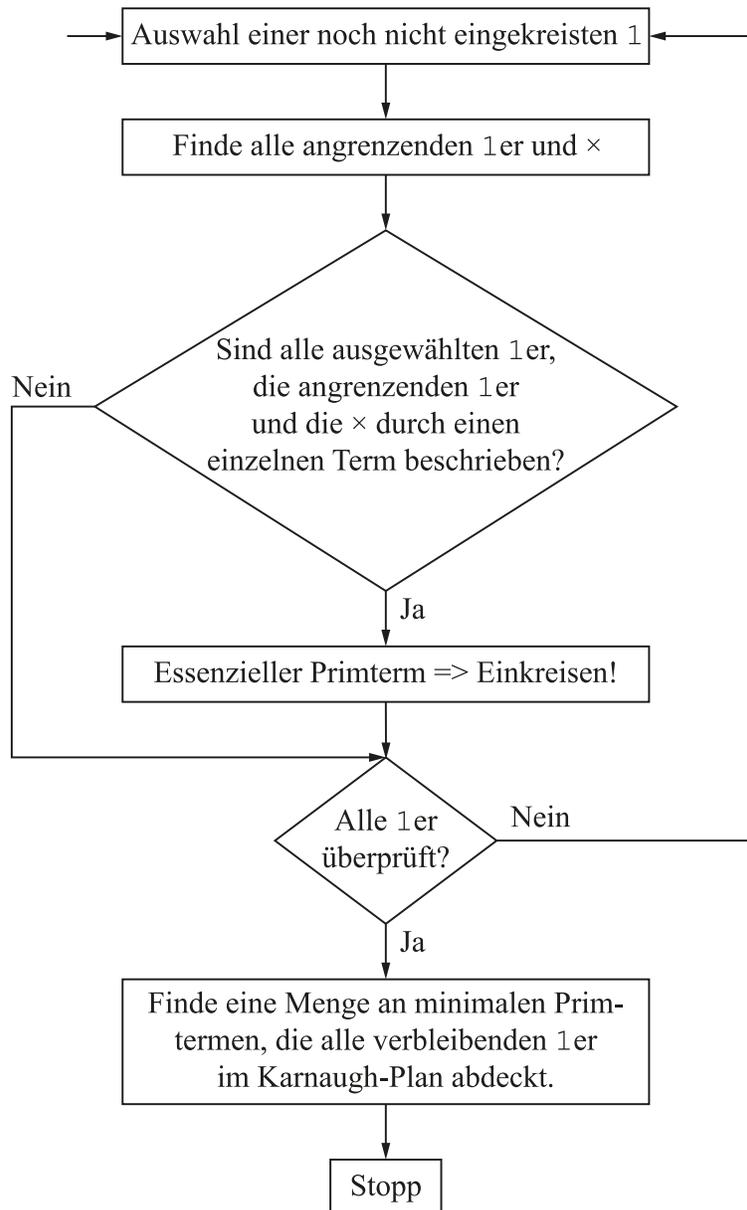


Abbildung 92: Algorithmus zur Minimierung eines Karnaugh-Veitch-Diagramms

Abschnitt 6.5: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne

technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 6.5.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Variablen in der Booleschen Algebra können die Werte -1 , 0 und 1 annehmen.
- 2) In der Booleschen Algebra wird die Konjunktion durch \wedge dargestellt.
- 3) In der Booleschen Algebra wird die Negation durch \vee dargestellt.
- 4) Die Booleschen Ausdrücke $\neg b$ und b' haben dieselbe Bedeutung.
- 5) Der Boolesche Operator \wedge ist ein unitärer Operator.
- 6) Wenn $a = 1$, $b = 0$ und $c = 1$, ergibt der Boolesche Ausdruck $a \vee b \wedge c$ „falsch“.
- 7) In der Booleschen Algebra gilt nicht das Ausklammerungsgesetz.
- 8) Boolesche Algebra befolgt das Verteilungsgesetz.
- 9) Das De-Morgansche Gesetz lautet $(A + B)' \equiv A'B'$.
- 10) Die Funktion $F = (A + B)C$ ist in disjunktiver Normalform.
- 11) Die Funktion $F = ABC + A'B'C'$ ist in disjunktiver Normalform.
- 12) Die Funktion $F = (A + B)C$ ist in konjunktiver Normalform.
- 13) Die Funktion $F = ABC + A'B'C'$ ist in konjunktiver Normalform.
- 14) Für die Funktion $F = \sum m(1, 3, 5)$ ist der Minterm m_2 gleich 1 .
- 15) Für die Funktion $F = \prod M(1, 3, 5)$ ist der Maxterm M_3 gleich 0 .
- 16) Das Duale von $F = A + BC$ ist $F^D = A(B + C)$.
- 17) Ein Don't-Care-Wert muss immer auf den Wert 1 gesetzt werden.
- 18) Alle Primterme sind in minimaler konjunktiver Normalform.
- 19) Alle Kernprimterme sind in minimaler konjunktiver Normalform.
- 20) Ein Karnaugh-Veitch-Diagramm kann für die Bestimmung der minimalen disjunktiven Normalform genutzt werden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 6.5.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mit einem einfachen, nicht programmierbaren und nicht grafikfähigen Taschenrechner mithilfe von Stift und Papier gelöst werden.

21) Vereinfachen Sie die Funktion $Z = (A + B)(A + BC)(B + BC)$. Zeigen Sie mithilfe einer Wahrheitstabelle, dass die originäre und die vereinfachte Funktion identisch sind.

22) Überführen Sie die folgenden Funktionen in ihre disjunktive Normalform:

a. $Z = (A + B)(A + C)(A + D)(BDC + E)$

b. $Z = (A + B + C)(B + C + D)(A + C)$

23) Überführen Sie die folgenden Funktionen in ihre konjunktive Normalform:

a. $Z = W + XYZ$

b. $Z = ABC + ADE + ABF$

24) Finden Sie die kompakte konjunktive Normalform der folgenden Funktionen:

a. $F(A, B, C) = A'$.

b. $F(A, B, C, D) = A'B' + A'B'(CD + CD')$.

25) Finden Sie die kompakte disjunktive Normalform der folgenden Funktionen:

a. $F(A, B, C) = (A' + B + C)(A + C)$.

b. $F(A, B, C, D) = A'B' + A'B(CD + CD')$.

26) Ermitteln Sie mithilfe eines Karnaugh-Veitch-Diagramms die minimale disjunktive Normalform der folgenden Funktionen:

a. $F(A, B, C, D) = A'B' + A'B(CD + CD')$.

b. $F(A, B, C, D) = \Sigma m(0, 1, 2, 3, 6, 7)$.

c. $F(A, B, C, D) = \Sigma m(0, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11)$.

d. $F(A, B, C, D) = \Sigma m(10, 12, 14)$.

27) Finden Sie für das Karnaugh-Veitch-Diagramm in Abbildung 93, alle Primterme sowie die Kernprimterme.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

		CD			
AB		00	01	11	10
00		1	0	0	0
01		1	1	0	0
11		0	1	0	0
10		0	1	1	0

Abbildung 93: Karnaugh-Veitch-Diagramm für Aufgabe 27

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

Kapitel 7: SPS-Programmierung

Die Nutzung einer SPS setzt voraus, dass die benötigten Informationen auf die SPS übertragen werden können. Hierfür gibt es zwei mögliche Ansätze. Zum einen kann *ad-hoc* gearbeitet werden, wobei dieser Ansatz von der SPS bzw. der Situation abhängt, oder man verfolgt einen standardisierten Ansatz. Der Standardansatz sollte hier den Vorzug erhalten, denn mit ihm ist es möglich, Informationen, z. B. Code, wiederzuverwenden, ohne dass es Probleme mit der Kompatibilität gibt. Die Norm für die SPS-Programmierung ist die IEC/EC 61131, sie soll nachfolgend ausführlicher beschrieben werden. Der Standard enthält fünf unterschiedliche Programmiersprachen und einen gemeinsamen Satz an Regeln, der auf alle Programmiersprachen anwendbar ist.

Abschnitt 7.1: Die gemeinsame IEC-Hierarchie

Das grundlegende Element der IEC 61131-3-Norm ist die **Programmorganisationseinheit**, kurz POE. Die POE stellt das kleinste alleinstehende Teil in einem SPS-Programm dar. Es gibt drei Typen von POEs, die zu unterscheiden sind:

- 1) **Funktion (FUN)**: Eine Funktion ist eine parametrisierbare POE ohne statische Variablen oder statische Informationen (*Speicher*), sodass dieselben Eingabeparameter immer dieselben Ausgabewerte erzeugen.
- 2) **Funktionsbaustein (FB)**: Ein Funktionsbaustein ist eine parametrisierbare POE mit statischen Variablen, d. h. *Speicher*. Bei Übergabe derselben Eingangsparameter kann es zu verschiedenen Ausgangswerten kommen, abhängig von den Funktionsbaustein-internen Variablen genauso wie von externen Werten.
- 3) **Programm (PROG)**: Ein Programm steht für das Hauptprogramm. Alle Variablen für das Programm sowie deren physische Adressen müssen spezifiziert werden. Ansonsten funktioniert ein Programm wie ein Funktionsbaustein.

Programme und Funktionsblöcke können Eingangs- und Ausgangsparameter haben, wohingegen Funktionen nur Eingangsparameter haben und der Ausgabewert durch den Funktionswert bestimmt ist. Im Allgemeinen besteht eine POE aus drei Teilen:

- 1) Deklaration des POE-Typs mit POE-Name (und Datentyp bei Funktionen); die Möglichkeiten sind:

- a. **Funktion**: `FUNCTION Name DataType ... END_FUNCTION`

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

b. **Funktionsbaustein:** FUNCTION_BLOCK Name ... END_FUNCTION_BLOCK

c. **Programm:** PROGRAM Name ... END_PROGRAM

- 2) Deklaration der Variablen
- 3) Rest der POE mit Anweisungen.

Bevor eine POE eingesetzt werden kann, muss jedem Programm eine Aufgabe zugeordnet werden.

Vor dem Einladen einer Aufgabe in die SPS müssen zuerst noch folgende Punkte definiert werden:

- 1) Welche **Ressourcen** werden benötigt? In der Norm sind Ressourcen als Zentrale Verarbeitungseinheit (ZVE, engl. CPU) oder besondere Prozessoren angegeben.
- 2) Wie und mit welcher Priorität wird das Programm ausgeführt?
- 3) Müssen Variablen physischen SPS-Adressen zugewiesen werden?
- 4) Müssen Referenzen zu anderen Programmen durch globale oder externe Variablen angelegt werden?

Die Priorität einer Aufgabe gibt an, wie diese ausgeführt werden muss. Es sind zwei wichtige Teile zur Definition der Priorisierung zu unterscheiden:

- 1) **Aufgabenplanung:** Aufgabenplanung beschäftigt sich vorrangig damit, wie das Programm ausgeführt wird. Die zwei Möglichkeiten sind **zyklisch** (kontinuierliche Ausführung des Programms) oder auf **Abruf** (Programm wird nur bei Benutzung ausgeführt).
- 2) **Prioritätstyp:** Der Prioritätstyp bezeichnet, ob das Programm unterbrochen werden darf oder nicht. Auch hier gibt es zwei Möglichkeiten: **unterbrechbar** und **nichtunterbrechbar**. Eine nichtunterbrechbare Aufgabe muss zuerst fertiggestellt werden, bevor eine andere Aufgabe ausgeführt werden kann. Eine unterbrechbare Aufgabe kann angehalten werden, wenn eine Aufgabe mit höherer Priorität ansteht. Dies wird in Abbildung 95 verdeutlicht. Zur Wichtung der Unterbrechung wird eine Prioritätsstufe definiert, welche von 0 (höchste Priorität) bis 3 (niedrigste Priorität) reicht.

Die Definition der oben genannten Komponenten erzeugt eine sog. **Konfiguration**. Abbildung 94 shows a visual representation of the components of a configuration and how these are combined together.

Die Hierarchie der Aufrufe sieht wie folgt aus: Ein Programm kann Funktionsbausteine und Funktionen aufrufen, ein Funktionsbaustein kann andere Funktionsbausteine und Funktionen aufrufen und eine Funktion kann lediglich andere Funktionen aufrufen. Rekursive Aufrufe können mit dieser Norm nicht implementiert werden. POEs können sich nicht selbst aufrufen, genauso wenig können sie als Ergebnis einer Kette von POEs aufgerufen werden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

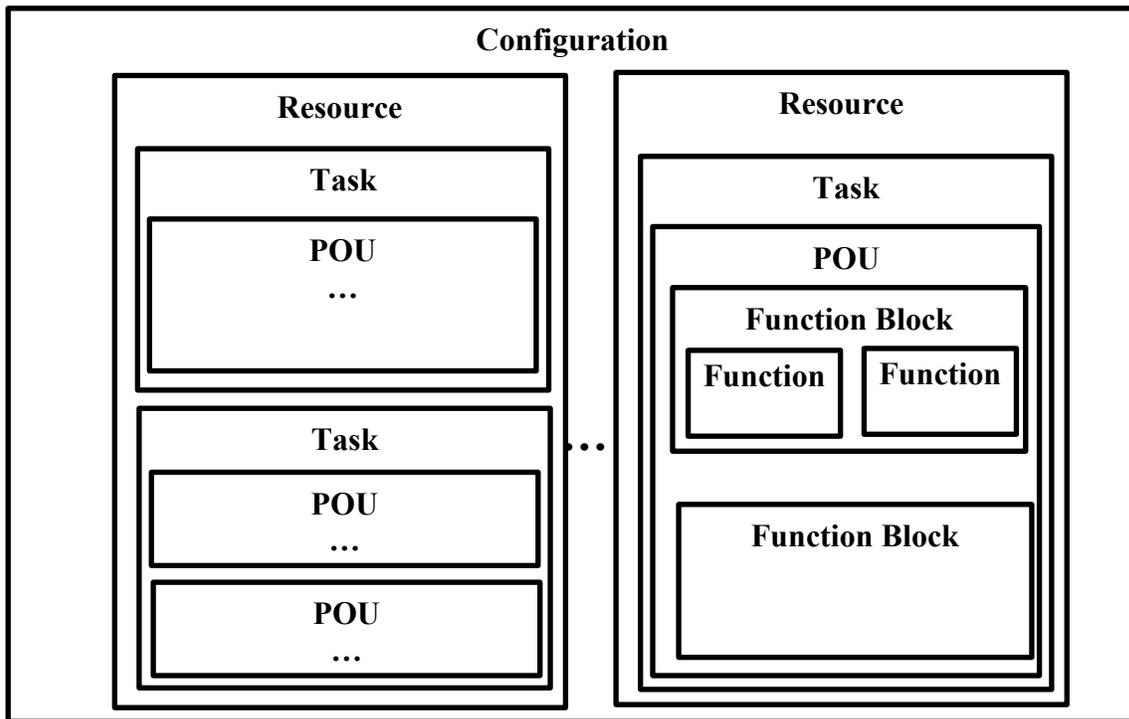


Abbildung 94: Visual representation of a configuration

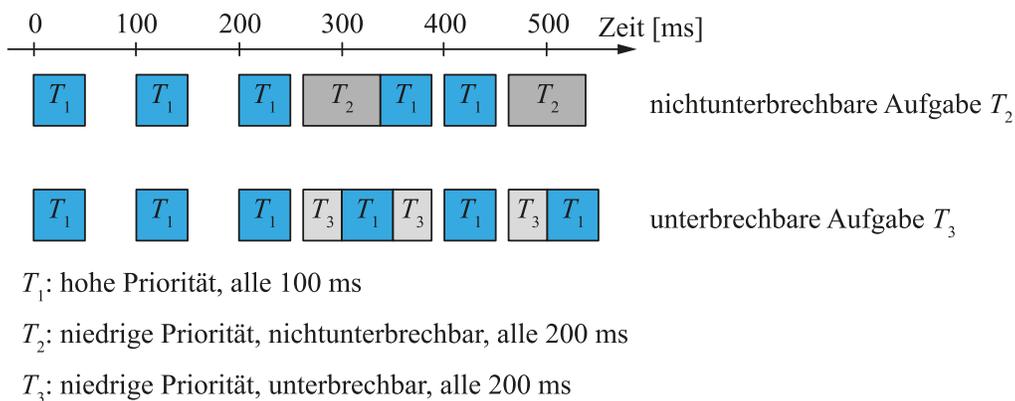


Abbildung 95: Unterbrechbare und nichtunterbrechbare Aufgabe

Abschnitt 7.2: Variablentypen

Die im IEC-Standard festgelegten Variablentypen sind:

- 1) **Variablen** (VAR): Diese allgemeinen Variablen können durch alle POEs verwendet werden.

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

- 2) **Eingangsvariablen** (`VAR_INPUT`): Der Aktualparameter wird nur mit seinem Wert an die POE übergeben, d. h. die Variable wird der POE nur als Kopie übergeben. Diese Art der Übergabe stellt sicher, dass die Variable außerhalb der POE nicht verändert werden kann. Das grundlegende Prinzip wird auch Aufruf nach Wert genannt.
- 3) **Ausgangsvariablen** (`VAR_OUTPUT`): Die Ausgangsvariable wird der aufrufenden POE als Wert zurückgegeben. Dieses Konzept heißt Rückgabe nach Wert und kann von allen POEs verwendet werden.
- 4) **Ein-/Ausgangsvariable** (`VAR_IN_OUT`): Der Aktualparameter wird der aufrufenden POE als **Zeiger** übergeben, d. h. der Speicherplatz der Variable wird so übergeben, dass alle Änderungen an der Variablen direkt gespeichert werden. Dieses Konzept heißt Aufruf nach Referenz und eignet sich gut für die effiziente Programmierung bei Variablen mit komplexen Datenstrukturen. Problematisch ist jedoch, dass der Speicherort der Variablen übergeben wird, d. h. (unbeabsichtigte) Änderungen beeinflussen die Variable auch außerhalb der aufrufenden Funktion. Diese Art Variable kann auch von allen POEs verwendet werden.
- 5) **externe Variable** (`VAR_EXTERNAL`): Dieser Variablentyp kann außerhalb der POE durch andere Variablen geändert werden. Eine externe Variable muss Lese- und Schreibrechte für globale Variablen anderer POEs in der eigenen POE definiert haben. Sie ist nur sichtbar für POEs, die die Variable unter `VAR_EXTERNAL` aufführen, alle anderen POEs haben keinen Zugriff. Der Bezeichner und der Variablentyp in `VAR_EXTERNAL` müssen mit der korrespondierenden Deklaration in `VAR_GLOBAL` im Programm übereinstimmen. Dieser Variablentyp kann nur von Programmen und Funktionsbausteinen verwendet werden.
- 6) **globale Variable** (`VAR_GLOBAL`): Eine global definierte Variable kann von mehreren POEs beschrieben und gelesen werden. Um dies zu gewährleisten, muss die Variable in den anderen POEs unter `VAR_EXTERNAL` exakt so spezifiziert sein wie in `VAR_GLOBAL` (Name und Typ).
- 7) **Zugriffvariable** (`VAR_ACCESS`): Zugriffvariablen sind globale Variablen der Konfiguration, die als Kommunikationsmedium/-kanal zwischen Komponenten (Ressourcen) der Konfigurationen arbeiten. Sie kann wie eine globale Variable innerhalb der POEs verwendet werden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 7.3: Variablen, Datentypen und andere gebräuchliche Elemente

Der IEC-Standard definiert gebräuchliche Elemente, die für alle Programme gültig sind. Hierbei handelt es sich nicht nur um Komponenten, sondern auch um Regeln, wie das Element verwendet werden kann.

Abschnitt 7.3.1: Einfache Elemente

Jedes SPS-Programm besteht aus grundlegenden Elementen, die als kleinste Einheit zusammengenommen die Deklarationen und Instruktionen aufbauen und somit ein komplettes Programm realisieren. Diese Basiselemente können in **Begrenzungszeichen**, **Schlüsselwörter**, **Literale** und **Bezeichner** unterteilt werden.

Abschnitt 7.3.1.1: Begrenzungszeichen

Begrenzungszeichen sind Symbole, die die einzelnen Komponenten voneinander trennen. Typische Begrenzungszeichen sind das Leerzeichen, +, das Komma und der Stern *. Tabelle 31 zeigt die im IEC-Standard definierten Begrenzungszeichen.

Tabelle 31: Begrenzungszeichen nach IEC 61131-3

Begrenzungszeichen	Bedeutung und Erläuterung
Leerzeichen	Es kann an beliebigen Stellen eingefügt werden, ausgenommen sind Schlüsselwörter, Literale, Bezeichner, direkt dargestellte Variablen oder Kombinationen von Begrenzungszeichen wie (* oder *). Im IEC 61131-3 gibt es keine gesonderte Spezifizierung von Tabulatoren, also werden diese wie Leerzeichen behandelt.
Zeilenende	Benötigt am Ende einer Anweisungszeile in der Anweisungsliste, genauso im strukturierten Text innerhalb einer Anweisung; nicht benötigt innerhalb von Kommentaren in der Anweisungsliste.
Anfang des Kommentars (*	Beginnt einen Kommentar (nicht schachtelbar)

Begrenzungszeichen	Bedeutung und Erläuterung
Ende des Kommentars *)	Beendet einen Kommentar
Plus +	<ol style="list-style-type: none"> 1. führendes Zeichen dezimaler Literale 2. im Exponenten von Gleitkommazahl-Literalen 3. Additionsoperator in Ausdrücken
Minus -	<ol style="list-style-type: none"> 1. führendes Zeichen für dezimale Literale 2. im Exponenten von Gleitkommazahl-Literalen 3. Negationsoperator 4. Jahr-Monat-Tag Trennzeichen bei Zeitliteralen
Raute #	<ol style="list-style-type: none"> 1. Basiszahlen-Trennzeichen in Literalen 2. Trennzeichen bei Zeitliteralen
Punkt .	<ol style="list-style-type: none"> 1. Integer/Bruch-Trennzeichen 2. Trennzeichen in hierarchischen Adressstrukturen von direkt dargestellten oder symbolischen Variablen 3. Trennzeichen zwischen Komponenten einer Datenstruktur (bei Zugriff auf die Struktur) 4. Trennzeichen für Komponenten einer FB-Instanz (bei Zugriff auf die Instanz)
e, E	Führendes Zeichen für Exponenten in Gleitkommazahlen
Anführungszeichen ' 	Anfang und Ende einer Zeichenkette
Dollar-Zeichen \$	Anfang von speziellen Symbolen in einer Zeichenkette
Präfix Zeitliterale t#, T#; d#, D#; d, D; h, H; m, M; s, S; ms, MS; date#, DATE#; time#, TIME#; time_of_day#; TIME_OF_DAY#; tod#, TOD#;	Einführende Zeichen für Zeitliterale, Kombinationen von tief- und hochgestellten Zeichen werden vorausgesetzt

Begrenzungszeichen	Bedeutung und Erläuterung
date_and_time#; DATE_AND_TIME#; dt#, DT#	
Doppelpunkt :	Trennzeichen für <ol style="list-style-type: none"> 1. Zeit innerhalb von Zeitliteralen 2. Definition von Datentypen in Variablendeklarationen 3. Definition von Datentypennamen 4. Schrittnamen 5. PROGRAM ... WITH ... 6. Funktionsname/Datentyp 7. Zugriffspfad: Daten/Type 8. Sprungmarke vor der nächsten Anweisung 9. Netzwerkname vor der nächsten Anweisung
Zuweisungsoperator :=	<ol style="list-style-type: none"> 1. Operator für initiale Variablenzuweisung 2. Verbinder für Eingänge (Zuweisung des Aktualparameters an Formalparameter beim Aufruf der POE) 3. Zuweisungsoperator
Runde Klammern (...)	Anfang und Ende von <ol style="list-style-type: none"> 1. Liste von Initialwerten, auch mehrere Initialwerte (mit Wiederholungsnummer) 2. Bereichsspezifizierung 3. Feldindex 4. Länge einer Folge 5. Operator in Anweisungsliste (Berechnungen) 6. Parameterliste beim Aufruf der POE 7. Hierarchie untergelagerter Ausdrücke
Eckige Klammern [...]	Anfang und Ende von <ol style="list-style-type: none"> 1. Feldindizes bei Aufruf des Feldes 2. Länge einer Zeichenkette (bei Deklaration)

Begrenzungszeichen	Bedeutung und Erläuterung
Komma ,	Trennzeichen für <ol style="list-style-type: none"> 1. Listen 2. Listen mit Initialwerten 3. Feldindizes 4. Variablennamen (mehrere Variablen desselben Typs vorhanden) 5. Parameterliste beim Aufruf der POE 6. Operatoren in Anweisungsliste 7. CASE-Liste
Semikolon ;	Ende von <ol style="list-style-type: none"> 1. Definition eines (Daten)Typs 2. Deklaration (einer Variablen) 3. Anweisung in strukturiertem Text
Punkt-Punkt . .	Trennzeichen für <ol style="list-style-type: none"> 1. Bereichsspezifikation 2. CASE-Zweige
Prozent %	Einführendes Zeichen für hierarchische Adressen für direkt dargestellte oder symbolische Variablen
Zuweisungsoperator =>	Festlegung des Ausgangs (Zuweisung eines Formalparameters zu einem Aktualparameter beim Aufruf eines PROGRAM)
Vergleich >, <; >=, <=; =, <>	Vergleichsoperator in Ausdrücken
Exponent **	Operator in Ausdrücken
Multiplikation *	Multiplikation in Ausdrücken
Division /	Division in Ausdrücken
Kaufmännisches und-Zeichen &	UND-Operator in Ausdrücken

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 7.3.1.2: Schlüsselwörter

Laut IEC 61131-3 sind Schlüsselwörter die elementaren Wörter. Normalerweise werden sie durch **fette** Schrift hervorgehoben. Als Standard-Bezeichner sind sie in der Norm nach Schreibweise und Bedeutung festgelegt. Sie können nicht als nutzerspezifische Variablen oder Namen verwendet werden. Groß- und Kleinschreibung spielt für die Deklaration der Schlüsselwörter keine Rolle. Zur besseren Übersicht sollen Schlüsselwörter im Folgenden nur mit Großbuchstaben dargestellt werden. Schlüsselwörter enthalten folgende Möglichkeiten:

1. Namen von elementaren Datentypen
2. Namen von standardisierten Strukturen
3. Namen von standardisierten Funktionsbausteinen
4. Namen für Eingangsvariablen von Standardfunktionen
5. Namen von Eingangs- und Ausgangsvariablen für Standard-Funktionsbausteine
6. Die Variablen EN und ENO in grafischen Programmiersprachen
7. Die Operatoren für die Sprache der Anweisungsliste
8. Die Elemente von strukturiertem Text
9. Die Elemente der Ablaufsprache

Tabelle 32 zeigt alle Schlüsselwörter des IEC-Standards.

Tabelle 32: Alle Schlüsselwörter des IEC-Standard

A		
ABS	ANY	ANY_MAGNITUDE
ACOS	ANY_BIT	ANY_NUM
ACTION	ANY_DATE	ANY_REAL ARRAY
ADD	ANY_DERIVED	ASIN
AND	ANY_ELEMENTARY	AT
ANDN	ANY_INT	ATAN
B		
BOOL	BY	BYTE
C		
CAL	CALCN	CD
CALC	CASE	CDT

CLK	COS	CU
CONCAT	CTD	CV
CONFIGURATION	CTU	
CONSTANT	CTUD	
D		
D	DINT	DT
DATE	DIV	DWORD
DATE_AND_TIME	DO	
DELETE	DS	
E		
ELSE	END_PROGRAM	EN
ESIF	END_REPEAT	ENO
END_ACTION	END_RESOURCE	EQ
END_CASE	END_STEP	ET
END_CONFIGURATION	END_STRUCT	EXIT
END_FOR	END_TRANSITION	EXP
END_FUNCTION	END_TYPE	EXPT
END_FUNCTION_BLOCK	END_VAR	
END_IF	END_WHILE	
F		
FALSE	FIND	FUNCTION
F_EDGE	FOR	FUNCTION_BLOCK
F_TRIG	FROM	
G		
GE	GT	
I		
IF	INITIAL_STEP	INT
IN	INSERT	INTERVAL
J		
JMP	JMPC	JMPCN

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

L		
L	LEN	LREAL
LD	LIMIT	LT
LDN	LINT	LWORD
LE	LN	
LEFT	LOG	
M		
MAX	MOD	MUX
MID	MOVE	
MIN	MUL	
N		
N	NEG	NOT
NE	NON_RETAIN	
O		
OF	OR	
ON	ORN	
P		
P	PROGRAM	PV
PRIORITY	PT	
Q		
Q	QU	
Q1	QD	
R		
R	RELEASE	RETCN
R1	REPEAT	RETURN
R_EDGE	REPLACE	RIGHT
R_TRIG	RESOURCE	ROL
READ_ONLY	RET	ROR
READ_WRITE	RETAIN	RS
REAL	RETC	

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

S		
S	SIN	STEP
S1	SINGLE	STN
SD	SINT	STRING
SEL	SL	STRUCT
SEMA	SQRT	SUB
SHL	SR	
SHR	ST	
T		
T	TIME_OF_DAY	TP
TAN	TO	TRANSITION
TASK	TOD	TRUE
THEN	TOF	TYPE
TIME	TON	
U		
UDINT	ULINT	USINT
UINT	UNTIL	
V		
VAR	VAR_EXTERNAL	VAR_IN_OUT
VAR_ACCESS	VAR_GLOBAL	VAR_OUTPUT
VAR_CONFIG	VAR_INPUT	VAR_TEMP
W		
WHILE	WORD	
WITH	WSTRING	
X		
XOR	XORN	

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 7.3.1.3: Literale

Literale werden verwendet, um den Wert einer Variablen (Konstante) darzustellen, wobei sie von den Datentypen der Variablen abhängig sind. Es wird zwischen den folgenden drei Basistypen unterschieden:

- 1) **Numerische Literale** geben den numerischen Wert einer Zahl als Bitfolge aus, genauso wie als Integer und Gleitkommazahlen.
- 2) **Zeichenketten-Literale** erzeugen den Wert einer Zeichenkette in Einzel- oder Doppelbyte-Repräsentation. Ein Zeichenketten-Literal ist bestimmt durch einfache Anführungszeichen (U+0027), bspw. beschreibt ' ' die leere Zeichenkette und 'Automatisierung! '. Soll ein reserviertes Symbol in einem Zeichenketten-Literal verwendet werden, so ist ein Dollarzeichen vor das reservierte Symbol zu setzen. Beispielsweise bedeutet '\$\$45 ' „\$45“. Weiterhin können einige nicht druckbare Zeichen durch das Dollarzeichen dargestellt werden. Die wichtigsten Sonderzeichenketten sind Tabelle 33 aufgeführt.
- 3) **Time Literals**, that give the value for time points, durations, and dates.

Tabelle 33: Spezielle Zeichenketten

Repräsentation mit Dollar-Zeichen	Repräsentation auf Bildschirm oder Drucker
\$nn	Zeigt „nn“ in Hexadezimal in ASCII
\$\$	\$
\$', \$"	' "
\$L, \$l	Zeilenumbruch (\$0A)
\$N, \$n	Neue Zeile
\$P, \$p	Neue Seite
\$R, \$r	Wagenrücklauf ²⁴ (\$0D)
\$T, \$t	Tabulator

²⁴ Dieser Begriff kommt aus der Zeit der Schreibmaschinen, wo der Schreibkopf mit dem Farbband auf einem Wagen befestigt war, der am Ende jeder Zeile an den Anfang der neuen Zeile geschoben werden musste.

Die Raute wird genutzt, um weiterführende Informationen über das verwendete Literal zu liefern. Beispielsweise impliziert `2#` eine Repräsentation als binäre Zahl. Zu beachten ist, dass die Raute nach der Zusatzinformation steht. Weitverbreitete Verwendungen der Raute sind:

1. **Binäre Repräsentation:** `2#`
2. **Hexadezimale Repräsentation:** `16#`
3. **Repräsentation einer Dauer:** `T#` oder `TIME#`
4. **Repräsentation eines Datums:** `D#` oder `DATE#`
5. **Repräsentation der aktuellen Tageszeit:** `TOD#` oder `TIME_OF_DAY#`
6. **Repräsentation von Datum und Zeit:** `DT#` oder `DATE_AND_TIME#`

Es ist möglich, jede definierte Datenstruktur mit der Raute zu verwenden. Numerische und Zeitlitterale können auch Unterstriche enthalten, um die Darstellung etwas übersichtlicher zu gestalten. Groß- und Kleinschreibung spielt auch hier keine Rolle.

Zeitlitterale haben einige besondere Eigenschaften. Es gibt verschiedene Arten von Zeitlitteralen, und zwar Dauern, Daten, aktuelle Tageszeiten und Datum und Zeit. Für jeden Fall gibt es eine eigene Darstellung mit spezifischen Regeln.

Zeitdauern werden durch `T#`. dargestellt. Nach der Raute werden die Dauern mit folgenden Einheiten dargestellt:

- 1) `d`: Tag
- 2) `h`: Stunden
- 3) `m`: Minuten
- 4) `s`: Sekunden
- 5) `ms`: Millisekunden

Jede Einheit wird durch einen Unterstrich getrennt, wobei er programmiertechnisch nicht nötig ist, aber die Lesbarkeit jedoch erhöht. Die Einheiten werden von links nach rechts immer kleiner, wobei die kleinste Einheit aus mit Dezimalzahlen dargestellt werden kann, bspw.: `T#1m_10s_100.7ms`. Der größte Wert kann überlaufen, d. h. die Darstellung `T#127m_19s` wird automatisch in eine angemessene Darstellungsform umgerechnet, d. h. `T#2h_7m_19s`. Negative Werte für Zeitdauern sind auch zulässig, z. B. `T#-22s_150ms`.

Daten werden durch `D#`. dargestellt. Nach der Raute kommt das Datum in wissenschaftlicher Notation (JJJJ-MM-TT), bspw. `D#2017-02-28`.

Die aktuelle Zeit wird durch `TOD#` dargestellt. Nach der Raute kommt die Zeit in der Notation `hh:mm:ss.Dezimalstelle`, also bspw. `TOD#12:45:25.21`. Zu beachten ist an dieser Stelle die englische Notation mit einem Punkt anstelle eines Kommas zur Trennung der Sekunden von der Dezimalstelle.

Das Datum und die Zeit werden mit `DT#` dargestellt. Nach der Raute wird das Datum in wissenschaftlicher Notation und nach einem Bindestrich die aktuelle Uhrzeit angegeben, also bspw. `DT#2017-05-30-2:30:12`.

Abschnitt 7.3.1.4: Bezeichner

Bezeichner sind alphanumerische Zeichenketten, die es dem Programmierer der SPS erlauben, individuelle Namen für Variablen, Programme und verwandte Elemente zu vergeben. Diese beinhalten Sprungadressen und Netzwerknamen, Konfigurationen, Ressourcen, Aufgaben, Laufzeitprogramme, Funktionen, Funktionsbausteine, Zugriffspfade, Variablen, abgeleitete Datentypen, Strukturen, Übergänge, Sprünge und Aktionsblöcke. Bezeichner müssen die nachfolgenden Regeln erfüllen:

- 1) Das erste Element darf keine Zahl sein (`X 1Prog`).
- 2) Nicht mehr als ein Unterstrich nacheinander (`X A__B` [zwei Unterstriche verwendet]).
- 3) Keine Begrenzer verwenden (`X w34$23`).

Nur die ersten sechs Zeichen werden beim Vergleich berücksichtigt. So kommt es, dass die Zeichenketten `TUI_123` and `TUI_125` identisch sind. Die Groß- und Kleinschreibung spielt keine Rolle, weshalb `TUI`, `tui` und `TuI` identisch sind.

Abschnitt 7.3.2: Variablen

Eine Variable repräsentiert den Ort eines physischen Speichers auf der SPS, an dem ein bestimmter Wert gespeichert wurde. Der Deklarationsblock einer Variablen wird durch `VAR_type` und `VAR_END` begrenzt. Es ist also möglich, den Typ einer Variablen festzulegen, wobei zu beachten ist, dass jede Variable in ihrer eigenen Zeile deklariert wird. Die zugrundeliegende Struktur enthält die folgenden Schlüsselkomponenten:

```
Variable_name : Data_type := Initial_value;
```

Die fettgedruckten Bestandteile müssen immer angegeben werden, während die Werte der kursiv geschriebenen Komponenten durch den Programmierer spezifiziert werden. Der Initialwert muss nicht angegeben werden, doch es ist immer besser, dies zu tun.

Abschnitt 7.3.3: Datentypen

Es ist zwischen elementaren und abgeleiteten Datentypen zu unterscheiden.

Abschnitt 7.3.3.1: Elementare Datentypen

Ein elementarer Datentyp ist ein „einfacher Datentype“, der bereits in der IEC-Norm vordefiniert ist. Die elementaren Datentypen sind durch ihre Datengröße (Anzahl an Bits) und den Wertebereich gekennzeichnet. Beide Werte werden durch die Norm definiert, dies geschieht jedoch nicht für Datum, Uhrzeit und Zeichenketten, hier kommt es auf die Implementierung an. Tabelle 34 zeigt die elementaren Datentypen mit ihren Initialwerten und dem Wertebereich. In der Norm IEC 61131-3 sind fünf Gruppen von elementaren Datentypen definiert, die durch die in Klammern angegebenen allgemeinen Datentypen referenziert werden können:

- 1) **Bitfolge und Boolescher Ausdruck** (ANY_BIT)
- 2) **(nicht) vorzeichenbehaftete Integer-Werte** (ANY_INT)
- 3) **Gleitkommazahlen** (ANY_REAL)
- 4) **Daten und Zeiten** (ANY_DATE)
- 5) **Zeichenketten und Dauern** (ANYSTRING, TIME)

Die generellen Datentypen ANY_INT und ANY_REAL können durch die gemeinsame Gruppe ANY_NUM repräsentiert werden.

Tabelle 34: Elementare Datentypen gemäß IEC 61131-3: Die führenden Buchstaben in den Datentypen haben folgende Bedeutung: D = Double, L = Long, S = Short und U = nicht vorzeichenbehaftet

Datentyp	Schlüsselwort	Bits	Bereich	Initialwert
BOOL	Boolesch	1	{0, 1}	0
BYTE	Bitfolge 8	8	[0, 16#FF]	0
WORD	Bitfolge 16	16	[0, 16#FFFF]	0
DWORD	Bitfolge 32	32	[0, 16#FFFF FFFF]	0
LWORD	Bitfolge 64	64	[0, 16#FFFF FFFF FFFF FFFF]	0
SINT	Kurzer Integer	8	[-128, +127]	0

Datentyp	Schlüsselwort	Bits	Bereich	Initialwert
INT	Integer	16	$[-32\,768, +32\,767]$	0
DINT	Doppelinteger	32	$[-2^{31}, +2^{31} - 1]$	0
LINT	Langer Integer	64	$[-2^{63}, +2^{63} - 1]$	0
USINT	Kurzer Integer	8	$[0, +255]$	0
UINT	Integer	16	$[0, +65\,535]$	0
UDINT	Doppelinteger	32	$[0, +2^{32} - 1]$	0
ULINT	Langer Integer	64	$[0, +2^{64} - 1]$	0
REAL	Gleitkomma	8	Vgl. IEC 60559	0
LREAL	Langes Gleitkomma	16	Vgl. IEC 60559	0
DATE	Datum	—	—	d#0001-01-01
TOD	Tageszeit	—	—	tod#00:00:00
DT	Datum mit Tageszeit	—	—	dt#0001-01-01-00:00:00
TIME	Dauer	—	—	t#0s
STRING	Zeichen	—	—	"
WSTRING	Zeichenkette	—	—	""

Bei elementaren Datentypen können der Initialwert und der Wertebereich definiert werden. Als Initialwert bezeichnet man den Wert, den die Variable als erstes annimmt, wohingegen der Wertebereich Aussagen über die möglichen Werte, die die Variablen annehmen können, zulässt.

Abschnitt 7.3.3.2: Felder

Felder sind Datenelemente identischen Typs, die sequenziell im Speicher abgelegt werden. Der Zugriff auf ein Element des Feldes erfolgt über einen Index, der in den Grenzen des Feldes lokalisiert ist. Hierbei wird das zu erreichende Feld durch den Wert des Index repräsentiert. Bei den heute üblichen SPS-Systemen ist bereits die Vorkehrung getroffen, dass der Aufruf mit einem Index außerhalb des Feldes zu einer Fehlermeldung führt. Die Definition des Feldes erfolgt mittels eckiger Klammern ([]), wobei die Dimensionen des Feldes durch Kommata getrennt sind. So ist bspw.

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

```
ARRAY [1..45] OF INT
```

ein eindimensionales Feld mit 45 Elementen vom Typ `INT`, wohingegen

```
ARRAY [1..50, 1..200] OF INT
```

ein zweidimensionales Feld mit 50 Elementen vom Typ `INT` in der einen und 50 Elementen gleichen Typs in der anderen Richtung ist.

Die Elemente innerhalb eines Feldes werden durch eckige Klammern adressiert. So ruft bspw. `TEST[3]` das dritte Element aus dem Feld `TEST` auf. Unterschiedliche Dimensionen werden auch hier durch Kommata getrennt.

Initialwerte können Feldern durch eckige Klammern übergeben werden. Soll ein Wert wiederholt werden, kann abkürzend die Struktur `Wiederhole(Wert)`, verwendet werden. So bedeutet z. B. `2(4)`, dass der Wert 4 zweimal geschrieben wird. Somit sind die beiden folgenden Definitionen von Feldern zueinander äquivalent:

```
TEST1 : ARRAY [1..5] OF INT := [1, 1, 1, 3, 3];
```

```
TEST1 : ARRAY[1..5] OF INT := [3(1), 2(3)];
```

Abschnitt 7.3.3.3: Datenstrukturen

Mit den Schlüsselwörtern `STRUCT` und `END_STRUCT` ist es möglich, neue hierarchische Datenstrukturen zu definieren. Diese können zufällige oder bereits abgeleitete Datentypen als Subelemente enthalten. Ist ein Subelement wiederum eine Struktur, so wird eine Hierarchie aus Strukturen aufgebaut, bei der das niedrigste Strukturlevel durch elementare oder abgeleitete Datentypen gebildet wird.

Wie in vielen anderen Programmiersprachen auch, wird auf die Komponenten einer Datenstruktur durch einen Punkt und den Namen der jeweiligen Struktur zugegriffen. Für den Fall des oben definierten Feldes `TEST` als Komponente sieht der Zugriff auf das dritte Element wie folgt aus: `VAR.TEST[3]`.

Abschnitt 7.3.3.4: Abgeleitete Datentypen

Ein **abgeleiteter Datentyp** ist ein vom Nutzer definierter Datentyp, der elementare Datentypen, Felder und Datenstrukturen enthalten kann. Diese Prozedur wird auch als **Ableitung** oder **Typdefinition** bezeichnet. Mit dieser Methode kann ein Programmierer das beste Datenmodell für

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

das ihm vorliegende Problem finden. Ein abgeleiteter Datentyp wird mit `TYPE` und `END_TYPE` definiert. Initialwerte werden durch `:=` zugewiesen, also bspw.

```
TYPE
  COLOUR : (rot, gelb, gruen);
  SENSOR : INT;
  MOTOR :
    STRUCT
      DREHZAHL : INT := 0;
      LEVEL : REAL := 0;
      MAX : BOOL := FALSE;
      FEHLER : BOOL := FALSE;
      BREMSE : BYTE := 16#FF;
    END_STRUCT;
END_TYPE;
```

Hierbei ist das Element `COLOUR` eine Aufzählung, die nur die Werte `rot`, `gelb` und `gruen` annehmen kann. `SENSOR` wird mit einem Integer definiert, wohingegen `MOTOR` eine Datenstruktur mit den folgenden Elementen beschreibt: `DREHZAHL` mit dem Initialwert 0, `LEVEL` ebenfalls mit Initialwert 0, `MAX` und `FEHLER` jeweils mit dem Initialwert `FALSE` und `BREMSE` mit dem hexadezimalen Anfangswert `FF`.

Abschnitt 7.4: Kontaktplan (KP)

Die Programmiersprache **Kontaktplan (KP)** ist aus der Anwendung von elektromechanischen Relais entstanden. Er beschreibt den elektrischen Stromfluss durch ein einzelnes Netzwerk, welches die POE beschreibt. Diese Programmiersprache wird vor allem in Zusammenhang mit Booleschen Signalen genutzt.

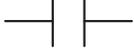
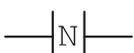
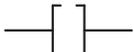
Der Kontaktplan besteht aus zwei vertikalen Schienen und horizontalen Sprossen, die die vertikalen Schienen verbinden. Es wird davon ausgegangen, dass der „Strom“ von der linken Schiene zur rechten Schiene fließt, indem er den Sprossen folgt. Der Kontaktplan wird also immer Sprosse für Sprosse von oben nach unten und in einer bestimmten Reihe von links nach rechts gelesen, sofern keine andere Reihenfolge vorgegeben ist. Es ist üblich, alle linken Sprossen mit einer Nummer zu versehen. Normalerweise sind die Nummern nicht fortlaufend, sondern steigen

in 5er- oder 10er-Einheiten an, sodass weitere Sprossen leicht hinzugefügt werden können. Schließlich wird der Kontaktplan häufig visuell in zwei Teile geteilt: einen linken Teil, der die Berechnungen zeigt, und einen rechten Teil, der der Speicherung oder Verwendung der Variablen dient. Diese Konvention erleichtert das Lesen des Kontaktplans.

Abschnitt 7.4.1: Komponenten eines Kontaktplans

Tabelle 35 zeigt die Komponenten in einem Kontaktplan.

Tabelle 35: Komponenten eines Kontaktplans

Name	Symbol	Kommentar
Sprosse		Leserichtung von links nach rechts.
Offener Kontakt	VarName 	Er kopiert den Wert von links nach rechts, wenn der Wert der Variable <code>VarName</code> WAHR ist, ansonsten wird FALSCH kopiert.
Geschlossener Kontakt	VarName 	Er kopiert den Wert von links nach rechts, wenn der Wert der Variable <code>VarName</code> FALSCH ist, sonst wird WAHR kopiert.
Kontakt mit positiver Flankenerkennung	VarName 	Er kopiert den Wert von links nach rechts genau dann, wenn ein Übergang von FALSCH nach WAHR in der Variable <code>VarName</code> stattgefunden hat. Ansonsten wird FALSCH kopiert.
Kontakt mit negativer Flankenerkennung	VarName 	Er kopiert den Wert von links nach rechts genau dann, wenn ein Übergang von WAHR nach FALSCH in der Variable <code>VarName</code> stattgefunden hat. Ansonsten wird FALSCH kopiert.
Spule ²⁵	VarName 	Sie kopiert den Wert der linken Seite in die Variable <code>VarName</code> .

²⁵ Der Wert von links wird immer nach rechts übergeben.

Name	Symbol	Kommentar
Negierte Spule ²⁵	$\text{VarName} \text{---} \left[\text{ / } \right] \text{---}$	Sie kopiert den negierten Wert der linken Seite in VarName.
Setzspule ²⁵	$\text{VarName} \text{---} \left[\text{ S } \right] \text{---}$	Sie kopiert WAHR in VarName, wenn die linke Seite WAHR ist. Ansonsten erfolgt keine Aktion.
Rücksetzspule ²⁵	$\text{VarName} \text{---} \left[\text{ R } \right] \text{---}$	Sie kopiert FALSCH in VarName, wenn die linke Seite WAHR ist. Ansonsten erfolgt keine Aktion.
Spule mit positiver Flankenerkennung ²⁵	$\text{VarName} \text{---} \left[\text{ P } \right] \text{---}$	Sie speichert WAHR in VarName genau dann, wenn auf der linken Seite der Übergang FALSCH → WAHR detektiert wurde. Ansonsten gibt es keine Aktion.
Spule mit negativer Flankenerkennung ²⁵	$\text{VarName} \text{---} \left[\text{ N } \right] \text{---}$	Sie speichert WAHR in VarName genau dann, wenn auf der linken Seite der Übergang WAHR → FALSCH detektiert wurde. Ansonsten gibt es keine Aktion.
Setz-Rücksetz-Block		Dieser Block kombiniert die Funktionen der Setz- und Rücksetzspule.
Rücksprung	$\text{---} \left\langle \text{RETURN} \right\rangle$	Er verlässt die POE und kehrt zurück zur ausführenden POE.
Bedingter Rücksprung	$\text{---} \left[\text{tnw} \right] \left\langle \text{RETURN} \right\rangle$	Ist der Zweig tnw^{26} wahr wird die POE verlassen und zur aufrufenden POE zurückgekehrt, ansonsten ohne Bedeutung
Sprung	$\text{---} \gg \text{NAME}$	Er bewirkt einen direkten Übergang zum Netzwerk mit dem Bezeichner NAME.

²⁶ tnw beschreibt eine Boolesche Variable, die angibt, ob der gegebene Zweig ausgeführt werden soll.

Name	Symbol	Kommentar
Bedingter Sprung		Für den bedingten Sprung wird die Bedingung tnw^{26} ausgewertet und falls diese WAHR ergibt, springt das Programm zum Baustein NAME.
Etikette		Es zeigt den Namen für einen Teil des Netzwerks an.

Abbildung 96 zeigt, wie die typischen Booleschen Operatoren im Kontaktplan implementiert werden können. Bei der UND-Verknüpfung werden die beiden Kontakte in Reihe geschaltet, während bei der ODER-Verknüpfung die beiden Kontakte parallelgeschaltet werden. Dies ergibt sich aus der Beobachtung, dass der Strom von links nach rechts fließt. Bei einer UND-Verknüpfung müssen beide Kontakte WAHR ergeben, damit der Strom fließt. Das bedeutet, dass beide in Reihe geschaltet sein müssen. Bei der ODER-Verknüpfung hingegen kann der Strom durch jeweils einen der beiden Pfade fließen. Daher sollten die Kontakte parallelgeschaltet werden.

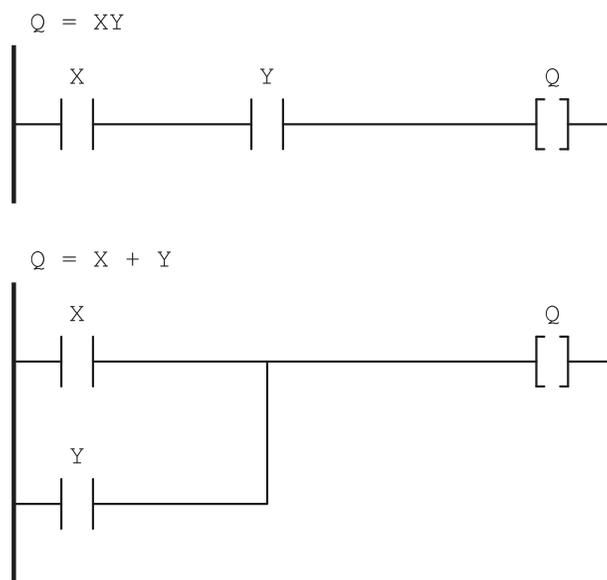


Abbildung 96: UND (oben) und ODER (unten) im Kontaktplan

Abschnitt 7.4.2: Funktionen und Kontaktplan

Da der Kontaktplan ursprünglich für logische (oder Boolesche) Systeme entworfen wurde, kann die Implementierung und Ausführung von komplexen Funktionen mit den einfachen Bausteinen des Kontaktplans schwierig sein. Um dieses Problem zu lösen, wurde die Möglichkeit geschaffen, Funktionsbausteine aus anderen Programmiersprachen einzufügen. Diese enthalten

immer zwei Boolesche Variablen (EN und ENO), sowie alle weiteren benötigten Parameter. Die Boolesche Variable EN (engl. enable in) bestimmt, ob die Funktion aufgerufen wird. Ist EN WAHR, so wird die Funktion aufgerufen. Die Boolesche Ausgangsvariable ENO (engl. enable out) wiederum bestimmt, ob das Programm erfolgreich ausgeführt wurde. Sie nimmt den Wert WAHR an, wenn kein Fehler detektiert wurde. Abbildung 97 zeigt die Implementierung einer Funktion als Kontaktplan.

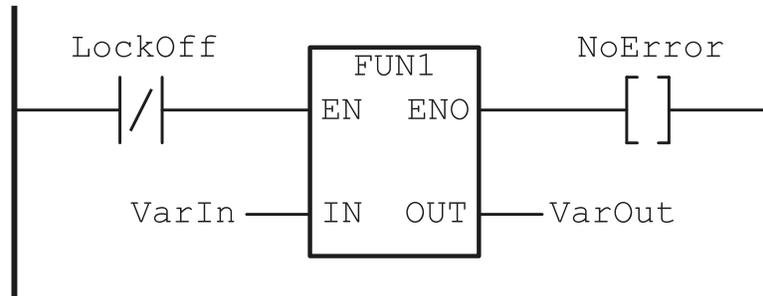


Abbildung 97: Aufruf einer Funktion im Kontaktplan

Abschnitt 7.4.3: Beispiele für die Nutzung des Kontaktplans

Beispiel 41: Kontaktplan

Bitte entwerfen Sie das zugehörige Kontaktplan-Diagramm für die folgende Boolesche Funktion:

$$Q = XY + XZ + YZ$$

Lösung

Soll die Boolesche Funktion als Kontaktplan implementiert werden, so muss diese zuerst in eine Minimalform gebracht werden. Die vorliegende Funktion Q kann leicht in

$$Q = XY + (X + Y)Z$$

überführt werden. Im Kontaktplan wird für jeden Term, der eine Disjunktion (+) darstellt, mindestens eine zusätzliche Zeile benötigt, da innerhalb einer Zeile multipliziert (UND-Verknüpfung) wird. Somit werden für die obige Funktion 3 Zeilen benötigt. Alle Werte gehen nicht negiert ein, d. h. der offene Kontakt kann für alle Kombinationen verwendet werden. Zur Speicherung des Ausgabewerts Q wird eine Spule benutzt. Abbildung 98 zeigt das Ergebnis.

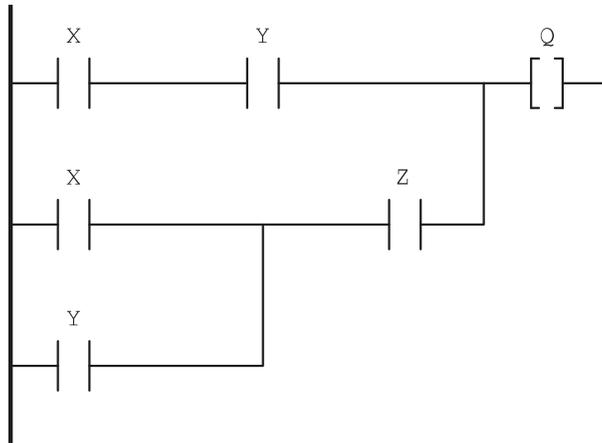


Abbildung 98: Kontaktplan für Beispiel 41

Beispiel 42: Kontaktplan für einen Ablauf

Betrachten Sie einen Tank, der mit zwei Komponenten gefüllt werden soll, die vor ihrer Weiterverarbeitung vermischt werden müssen. Der Ablauf lautet:

1. Sobald der Startknopf gedrückt wurde und bei Füllstandsensoren (L1 und L2) den Wert FALSCH ausgegeben haben, schalte Ventile 1 und 2 (V1 und V2) ein und gehe zu Schritt 2.
2. Sobald das Fluid Füllstandsensor 2 (L2) erreicht, d. h. dessen Wert auf WAHR umspringt, schließe beide Ventile und schalte den Mixer (M1) für fünf Minuten ein. Gehe zu Schritt 3.
3. Schalte den Mixer aus und warte eine Minute. Gehe zu Schritt 4.
4. Öffne das Bodenventil (V3) und lasse das Fluid ab. Gehe zu Schritt 5.
5. Sobald der untere Füllstandsensor 1 (L1) FALSCH meldet, d. h. der Tank leer ist, schließe das Bodenventil. Gehe zu Schritt 1.

Implementieren Sie den beschriebenen Ablauf mithilfe eines Kontaktplans.

Lösung

Um einen Ablauf als Kontaktplan zu implementieren, müssen wir boolesche Variablen definieren, die den Überblick darüber behalten, in welchem Schritt wir uns befinden. Da wir in diesem Beispiel fünf Schritte haben, ist es sinnvoll, die booleschen Schrittvariablen als S1, S2, S3, S4 und S5 zu definieren. S1 wird mit WAHR initialisiert, während alle anderen Variablen mit FALSCH initialisiert werden. Am Ende eines jeden Schrittes wird die aktuelle Schrittvariable zurückgesetzt (auf Null) und die nächste Schrittvariable gesetzt (auf Eins). Das Ein- und Ausschalten von Ventilen wird mit Hilfe der Setz- und Rücksetzspulen implementiert, während die

Verzögerung und der Timer mit Hilfe der eingebauten Zeitfunktion (TON) implementiert werden. Die Sprossennummern wurden in Vielfachen von 5 hinzugefügt. Schließlich ist zu bemerken, dass in diesem speziellen Ablauf jedes Setzen ein entsprechendes Rücksetzen hat. Dies ist ein Merkmal vieler Abläufe, das in den Ablaufplänen der SPS-Programmiersprache verdeutlicht wird. Das endgültige Programm in Kontaktplan in Abbildung 99 dargestellt.

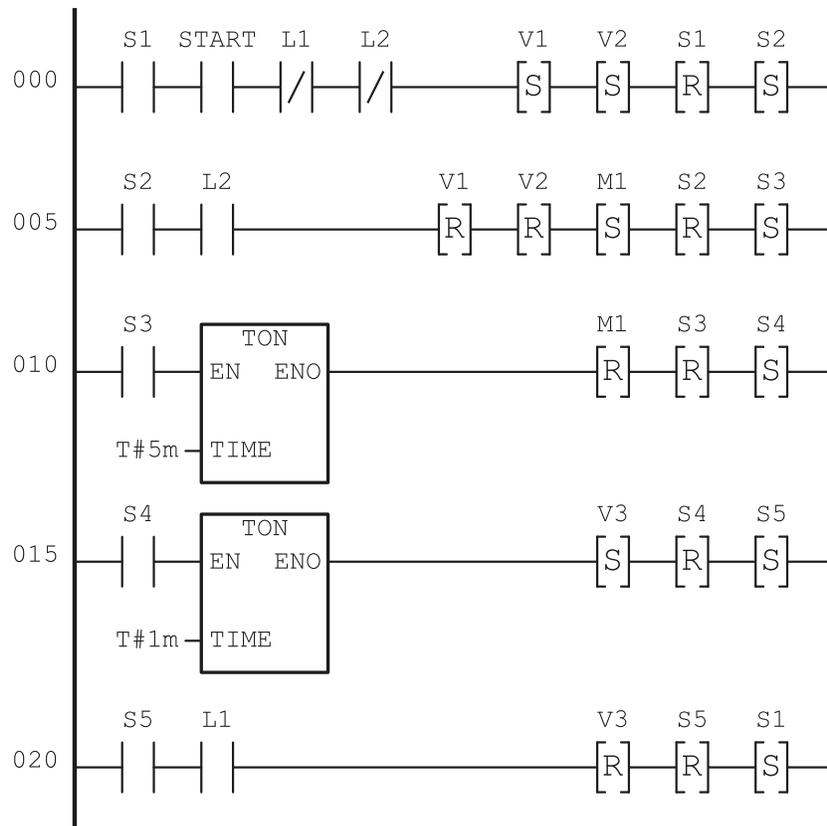


Abbildung 99: Kontaktplan für Beispiel 42

Abschnitt 7.4.4: Bemerkungen

Der Kontaktplan eignet sich gut für große Boolesche Netzwerke. Er ist hingegen nicht geeignet für sequenzielle oder Rezeptprogrammierung. Obwohl Sprünge definiert sind, ist es sinnvoll, diese nicht anzuwenden, da sie zu Inkonsistenz beim Ablauf des Programms führen können.

Abschnitt 7.5: Anweisungsliste (AL)

Die Programmierung mit einer **Anweisungsliste (AL)** ist der Assemblersprache sehr ähnlich. Sie enthält eine Liste von Anweisungen, von denen jede in einer eigenen Zeile steht. Die Anweisungen haben stets die Form:

```
Label: Operator/Function Operand(list) Comments
```

Die Sprungmarke `Label` gibt der Anweisung einen Namen, kann jedoch, genau wie der Doppelpunkt, weggelassen werden. `Operator` bzw. `Function` stellen die Operatoren/Funktionen in der Anweisungsliste dar. Der `Operand` ist null, eins oder er enthält mehrere Konstanten bzw. Variablen für den Operator oder Eingangsparameter für die Funktion, die voneinander durch ein Komma getrennt sind. Das `Kommentarfeld` ist optional und bietet Platz für die Beschreibung der Zeile in der Anweisungsliste. Optionale Teile sind *kursiv* dargestellt.

Abschnitt 7.5.1: Universeller Akkumulator

Die meisten Assembler-basierten Sprachen enthalten einen physikalischen Akkumulator im Prozessor. D. h. ein Wert wird in diesen Akkumulator geladen, zusätzliche Werte addiert oder subtrahiert und dann gespeichert. In der Anweisungsliste gibt es auch solch einen Akkumulator, dieser wird **aktuelles Ergebnis (AE)** genannt. Dieser ist jedoch kein Speicher mit permanent definierten Registerlängen, sondern vielmehr stellt der Compiler der Ausdrucksliste sicher, dass ein abstrakter Akkumulator mit der Speicherbreite des jeweiligen Datentyps verfügbar ist. Im Gegensatz zu anderen Assemblersprachen gibt es kein gesondertes Prozessorstatusbit, sondern das Ergebnis des Vergleichs wird als Boolesche 0 oder 1 in den Akkumulator geschrieben. Bedingte Sprünge und Aufrufe nutzen den aktuell gespeicherten Wert, um die Sprunganforderungen zu evaluieren. Dabei kann das aktuelle Ergebnis von beliebigem oder abgeleitetem Datentyp bzw. Funktionsbaustein sein. Die Datenbreite, also die Anzahl der Bits, des aktuellen Ergebnisses spielt dabei keine Rolle. Für die Anweisungsliste wird vorausgesetzt, dass zwei aufeinanderfolgende Operationen typkompatibel sind, d. h. der Datentyp des aktuellen Ergebnisses muss kompatibel sein zu dem der folgenden Anweisung.

In Tabelle 36 werden die Veränderungen am aktuellen Ergebnis durch verschiedene Operatoren dargestellt. *Unverändert* bedeutet hierbei, dass die Anweisung das Ergebnis der vorherigen Anweisung, ohne Veränderung an Wert und Datentyp gemacht zu haben, an die nachfolgende Anweisung weitergibt. *Undefiniert* hingegen sagt aus, dass die nachfolgende Operation das

aktuelle Ergebnis nicht verarbeiten kann. Die erste Anweisung eines Funktionsbausteins, der mittels `CAL` aufgerufen wird, kann nur Laden `LD`, Sprung `JMP` oder Rücksprung `RET` sein, da diese Anweisungen keines aktuellen Ergebnisses bedürfen.

Die IEC 61131-3-Norm selbst definiert keine Operatorgruppen. Zusätzlich ist das Verhalten und die Auswertung von aktuellen Ergebnissen nur teilweise in der Norm beschrieben. Für Operationen wie die `UND`-Verknüpfung ist das aktuelle Ergebnis vor und nach der Ausführung intuitiv einsichtig. Jedoch wird in der Norm beispielsweise offengelassen, wie das aktuelle Ergebnis nach einem unbedingten Sprung definiert ist.

Tabelle 36: Veränderungen im aktuellen Ergebnis durch verschiedene Operatorgruppen

Einfluss der Operatorgruppe auf das aktuelle Ergebnis	Abkürzung	Beispiel
Erzeugen	C	LD
Weiterverarbeiten	P	GT
Unverändert lassen	U	ST; JMPC
Undefiniert setzen	–	Unbedingter <code>CAL</code> -Block-Aufruf, da die nachfolgende Anweisung das aktuelle Ergebnis neu laden muss. Die Variable hat keinen eindeutig definierten Wert, nachdem sie durch den Funktionsblock zurückgegeben wurde.

Abschnitt 7.5.2: Operatoren

Tabelle 37 zeigt die für die Anweisungsliste definierten Operatoren. Die zugehörigen Modifikatoren können wie folgt definiert werden:

- N: Negation,
- (: Verschachtelung von Ebenen durch Klammerung,
- C: bedingte Ausführung eines Operators, wenn das aktuelle Ergebnis WAHR ist.

Diese Modifikatoren müssen zusammen mit einem Operator geschrieben werden, d. h. `ANDN` ist ein negiertes `AND`.

Tabelle 37: Operatoren für Anweisungsliste

Operator	Akzeptierbare Modifikatoren	Operand	Bedeutung
LD	N	ANY	Laden
ST	N	ANY	Speichern
S		BOOL	Setzen
R		BOOL	Rücksetzen
AND / &	N, (ANY	Boolesches UND
OR	N, (ANY	Boolesches ODER
XOR	N, (ANY	Boolesches exklusives ODER
ADD	(ANY	Addition
SUB	(ANY	Subtraktion
MUL	(ANY	Multiplikation
DIV	(ANY	Division
GT	(ANY	>
GE	(ANY	≥
EQ	(ANY	=
NE	(ANY	≠
LT	(ANY	<
LE	(ANY	≤
JMP	C, (LABEL	Sprung auf LABEL
CAL	C, (NAME	Aufruf von Funktion mit NAME.
RET	C, (Rücksprung aus Funktionsaufruf
)			Nutze die letzte verschobene Anweisung

Das aktuelle Ergebnis kann durch Nutzung der Klammeroperation mit dem Ergebnis einer Anweisungsfolge verknüpft werden. Mit dem Modifikator „(“ werden der assoziierte Operator, der Wert des aktuellen Ergebnisses und der Datentyp des aktuellen Ergebnisses zwischengespeichert. Der Datentyp und der Wert der folgenden Zeile werden in das aktuelle Ergebnis geladen. Erscheint der „)“ Operator, so werden die zwischengespeicherten Werte und der Datentyp basierend auf dem Operator und den Modifikatoren mit dem aktuellen Ergebnis verknüpft. Das Ergebnis ist dann im aktuellen Ergebnis gespeichert. Vorteilhaft ist, dass Ausdrücke in Klammern ineinander verschachtelt werden können.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Abschnitt 7.5.3: Funktionen in Anweisungsliste

Bei der Programmierung mit der Anweisungsliste werden Funktionen anhand ihres Namens aufgerufen. Die Übergabe der Parameter kann auf zwei Arten erfolgen: über Aktualparameter oder über Formalparameter. Bei den Aktualparametern ist der erste Parameter einer Funktion das aktuelle Ergebnis, das vorher geladen wurde. Daher ist der erste Operand nach dem Funktionsname tatsächlich der zweite Parameter der Funktion. Beim Ansatz über Formalparameter werden alle Parameter formal definiert. Tabelle 38 zeigt die zwei Möglichkeiten.

Tabelle 38: Zwei Möglichkeiten zum Aufruf der Funktion `LIMIT (MN, IN, MX)`

Möglichkeit 1: Aktualparameter		Möglichkeit 2: Formalparameter	
<code>LD</code>	<code>1</code>	<code>LIMIT (</code>	
<code>LIMIT</code>	<code>2, 3</code>	<code> MN := 1,</code>	
		<code> IN := 2,</code>	
		<code> MX := 3</code>	
		<code>)</code>	

Eine Funktion hat mindestens einen Ausgangsparameter – auch Funktionswert, der unter Nutzung des aktuellen Ergebnisses ausgegeben wird. Sollte die Funktion noch zusätzliche Parameter haben, können diese ausgegeben werden, indem Parameter-Zuweisungen verwendet werden. Ein Funktionsaufruf ohne Formalparameter findet in einer Zeile statt, wobei die originale Reihenfolge der Ausgangsdeklaration berücksichtigt werden muss. Formalparameterzuweisung wird zeilenweise vorgenommen und mit einer Klammerzeile abgeschlossen. Bei der Formalparameterzuweisung werden die Ausgangsparameter durch `=>` gekennzeichnet, also bspw. `ENO => AusgangsFehler`, was bedeutet, dass `ENO` ein Ausgangswert ist, der in `AusgangsFehler` gespeichert wird. Das Programmsystem weist den Funktionswert einer Variablen mit dem Namen der Funktion zu. Dieser Name wird automatisch deklariert, muss also nicht extra vom Nutzer im Deklarationsteil des aufrufenden Blocks angelegt werden.

Abschnitt 7.5.4: Aufruf von Funktionsbausteinen in Anweisungsliste

Funktionsbausteine werden mit dem `CAL`-Operator aufgerufen. In der IEC 61131-3 sind drei Methoden zum Aufruf von Funktionsbausteinen definiert:

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

1. Aufruf eines Funktionsbausteins mit geklammerter Liste an Eingangs- und Ausgangsparametern
2. Aufruf eines Funktionsbausteins mit vorher geladenen und gespeicherten Eingangsparametern
3. impliziter Aufruf eines Funktionsbausteins durch Nutzung der Eingänge als Operatoren

Die dritte Methode kann nur für standardisierte Funktionsbausteine verwendet werden, da das Programm den Namen der Eingänge des Funktionsbausteins als Operator nutzen muss. Für die Ausgangsparameter ist diese Methode nicht geeignet. In Tabelle 39 sind die drei Methoden für den Funktionsbaustein ZEIT1 (IN, PT) mit den Ausgangsvariablen Q und ET exemplarisch dargestellt.

Tabelle 39: Drei Methoden zum Aufruf des Funktionsbausteins ZEIT1 (IN, PT) ohne die Variablen Q und ET.

Methode 1	Methode 2	Methode 3
<pre> CAL ZEIT1 (IN := Frei, PT := t#500_ms, Q => Aus, ET => WERT) </pre>	<pre> LD t#500_ms ST ZEIT1.PT LD Frei ST ZEIT1.IN CAL ZEIT1 LD ZEIT1.Q ST Aus LD ZEIT1.ET ST WERT </pre>	<pre> LD t#500_ms ST ZEIT1.PT LD Frei IN ZEIT1 LD ZEIT1.Q ST Aus LD ZEIT1.ET ST WERT </pre>

Abschnitt 7.5.5: Beispiele

Beispiel 43: Berechnung des aktuellen Ergebnisses

Für die gegebenen Anweisungen soll nachvollzogen werden, wie Anweisungsliste die verschiedenen Register nutzt und aktualisiert. Werte in Grau sind die voreingestellten Initialwerte.

Anweisung	(* Kommentar *)	AE	X1	X2	W1	FB1.i1	FB1.o1
	Initialwerte	"STR"	0	1	10	1	103

Anweisung	(* Kommentar *)	AE	X1	X2	W1	FB1.i1	FB1.o1
LDN X1	Negierten Wert von X1 laden	1	0	1	10	1	103
AND X2	AE UND X2 → AE	1	0	1	10	1	103
S X1	Wenn AE = 1 dann: 1 → X1	1	1	1	10	1	103
R X2	Wenn AE = 1 dann: 0 → X2	1	1	0	10	1	103
JMPCN Lab1	Sprung zu Lab1 wenn AE = 0	1	1	0	10	1	103
LD W1	Lade Wert in W1 → AE	10	1	0	10	1	103
MUL W1	AE * W1 → AE	100	1	0	10	1	103
SQRT	Funktion: sqrt(AE) → AE	10	1	0	10	1	103
ST FB1.i1	Speichere AE → FB1.i1	10	1	0	10	10	103
CAL FB1	FB1: interne Berechnung	10	1	0	10	10	112
LD FB1.o1	Lade den Ausgang o1 aus FB1 → AE	112	1	0	10	10	112
ST W1	Speichere AE → W1	112	1	0	112	10	112
GT 90	(AE > 90)? → AE	1	1	0	112	10	112

Beispiel 44: Schreiben eines Anweisungsliste-Programms

Für die bereits mehrfach verwendete Funktion

$$Q = XY + XZ + YZ$$

soll das Programm als Anweisungsliste geschrieben werden.

Lösung

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Der einfachste Ansatz zum Schreiben eines Anweisungsliste-Programms ist, von links nach rechts zu gehen und die zugehörigen Anweisungen aufzuschreiben. Das Programm lautet dann

```
LD X
AND Y
OR ( X
AND Z
)
OR ( Y
AND Z
)
ST Q
```

Abschnitt 7.5.6: Bemerkungen

Die Programmierung mit der Anweisungsliste ist sehr gut geeignet für große Boolesche Netzwerke. Genau wie der Kontaktplan ist sie jedoch ungeeignet für die sequenzielle Programmierung oder Rezepturprogrammierung. Mit der Anweisungsliste-Programmierung können keine komplexen Programmflusskonzepte wie bspw. Schleifen implementiert werden. Schließlich sollten, obwohl definiert, Sprünge auch in der Anweisungsliste vermieden werden, da diese während des Programmablaufs zu Inkonsistenzen führen können.

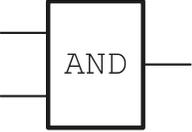
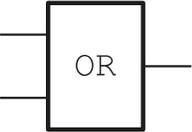
Abschnitt 7.6: Funktionsbausteinsprache (FB)

Die Programmierung mit Funktionsbausteinen ist eine grafische Modellierung mit Booleschen Operatoren und komplexer Funktionalität dargestellt durch Blöcke/Bausteine. Motiviert durch elektronische Schaltkreise fließen die Signale zwischen den Bausteinen und werden von Booleschen Eingängen in Boolesche Ausgänge transformiert. Obwohl diese Sprache auf elektrischen Schaltkreisen basiert, wurden abweichende Darstellungen für die UND- und ODER-Blöcke in die aktuellen Normen übernommen. In älteren Versionen deutscher Normen ist die Anlehnung an die elektrischen Schaltkreise deutlich erkennbar.

Abschnitt 7.6.1: Bausteine für die Funktionsbausteinsprache

Tabelle 40 stellt die wichtigsten Bausteine für die Funktionsbausteinsprache dar.

Tabelle 40: Bausteine für Funktionsbausteinsprache

Name	Symbol	Kommentar
UND		In älterer deutscher Literatur auch mit dem Symbol & zu finden.
ODER		In der älteren Literatur auch mit ≥ 1 zu finden.
Negation		Sie wird immer dort platziert, wo das Signal, das negiert werden soll, in den Block eintritt oder diesen verlässt.
Konnektor		Die Verbindung wird dort genutzt, wo ein Signal gespalten oder zusammengeführt werden soll.
Allgemeiner Baustein		In den allgemeinen Block können so viele Eingänge und Ausgänge hinein-/hinausgehen, wie durch den Block verlangt wird.
Steigende Flanke		Der Operator der steigenden Flanke wird innerhalb des Funktionsblocks neben die korrespondierende Variable gesetzt und zeigt an, dass es sich um einen Übergang mit steigender Flanke handelt.
Fallende Flanke		Der Operator der fallenden Flanke wird innerhalb des Funktionsblocks neben die korrespondierende Variable gesetzt und zeigt an, dass es sich um einen Übergang mit fallender Flanke handelt.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Name	Symbol	Kommentar
Rücksprung	$\leftarrow \langle \text{RETURN} \rangle$	Beim Rücksprung wird die POE verlassen und zur aufrufenden POE zurückgekehrt.
Bedingter Rücksprung	$\leftarrow \boxed{\text{snw}} \langle \text{RETURN} \rangle$	Ist die linke Verbindung mit snw^{27} WAHR, so wird die POE verlassen und zur aufrufenden POE zurückgekehrt. Für den Wert FALSCH gibt es keine Aktion.
Sprung	$\rightarrow \gg \text{NAME}$	Der Sprung geht direkt zum Netzwerk mit dem Bezeichner NAME.
Bedingter Sprung	$\rightarrow \boxed{\text{snw}} \gg \text{NAME}$	Ist die linke Verbindung snw^{27} WAHR, so wird zum Netzwerk mit dem Bezeichner NAME gesprungen. Für den Wert FALSCH gibt es keine Aktion.

Eingänge und Ausgänge werden bei der ersten Benutzung definiert. Abbildung 100 zeigt ein typisches Beispiel für ein Bausteindiagramm mit den üblichen Komponenten. Die Norm gibt im Allgemeinen keine genaue Methodik zur Benennung der Variablen vor, somit kann jede für sinnvoll erachtete Methodik genutzt werden.

²⁷ snw beschreibt ein Subnetzwerk, welches einen Booleschen Wert zurückgibt.

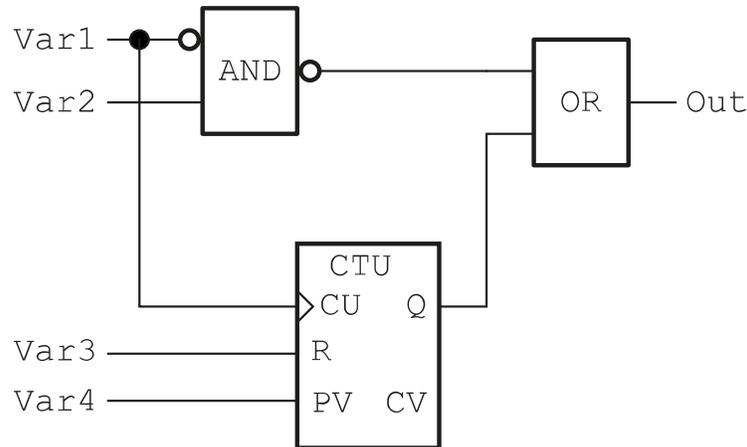


Abbildung 100: Beispieldiagramm für Funktionsbausteinsprache

Abschnitt 7.6.2: Rückführungen in Funktionsbausteinsprache

Funktionsbausteinsprache erlaubt es, einen Ausgang als neuen Eingang eines Netzwerks zu nutzen. Solch eine Variable heißt **Rückkopplungsvariable**. Wenn die Rückführung zu ersten Mal aktiv wird, wird der Initialwert verwendet, danach kann immer auf den letzten Wert zurückgegriffen werden. Abbildung 101 zeigt ein Beispiel mit Rückkopplung.

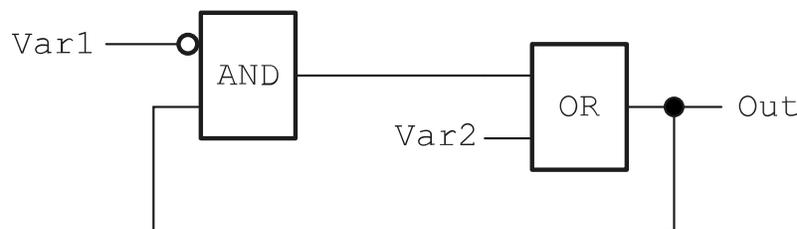


Abbildung 101: Allgemeine Rückführung in Funktionsbausteinsprache

Abschnitt 7.6.3: Beispiel

Beispiel 45: Erstellung des Funktionsbausteinsprache-Diagramms

Bitte erstellen Sie das Funktionsbausteinsprache-Diagramm für die folgende Boolesche Funktion:

$$Q = XY + XZ + YZ$$

Lösung

Abbildung 102 zeigt die Lösung.

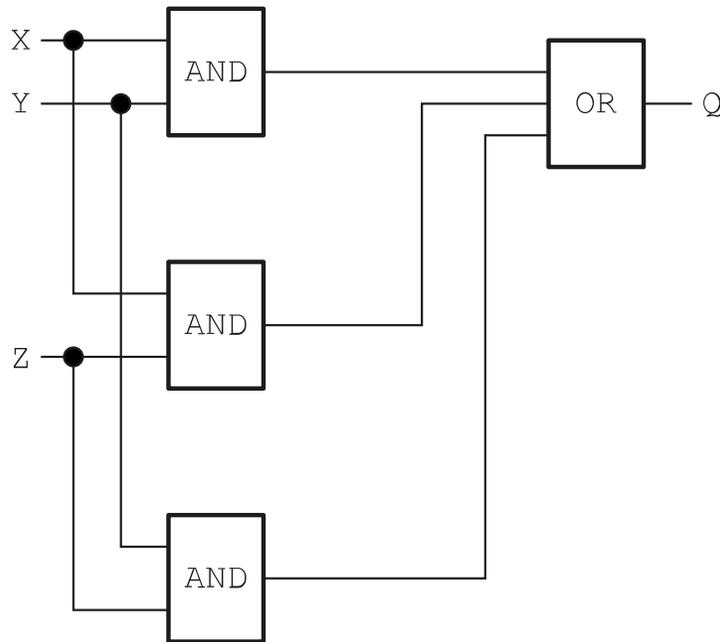


Abbildung 102: Die Funktion Q in Funktionsbausteinsprache

Abschnitt 7.6.4: Bemerkungen

Funktionsbausteinsprache sollte immer dann angewendet werden, wenn es einen Signalfluss zwischen verschiedenen Komponenten gibt, bspw. bei der Regelung von Systemen. Diese Sprache enthält auch keine komplexen Programmierungskonzepte wie Schleifen.

Abschnitt 7.7: Strukturierter Text (ST)

Strukturierter Text (ST) ist eine textbasierte Programmiersprache der IEC 61131-3 Norm. Sie wird als Hochsprache bezeichnet, da anstelle von Assembler-Kodierung wirkungsvolle Konstrukte mit abstrakteren Anweisungen verwendet werden. Im Strukturierten Text wird die Lösung einer bestimmten Programmieraufgabe in einzelne Schritte, sog. Anweisungen, unterteilt. Anweisungen werden verwendet, um Werte zu berechnen und zuzuweisen, den Befehlsfluss zu überwachen oder um POE aufzurufen bzw. zu verlassen.

Abschnitt 7.7.1: Übliche Befehle in Strukturiertem Text

In Tabelle 41 sind die wichtigsten Anweisungen für Strukturierten Text aufgeführt. Jeder Befehl wird dabei mit einem Semikolon (;) getrennt. Die Befehle können jedoch, im Gegensatz

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

zu den bereits vorgestellten textbasierten Sprachen, in einer Zeile hintereinandergeschrieben werden.

Die IF-Anweisung hat verschiedene Formen. Immer vorhanden sein müssen die Komponenten IF, THEN und END_IF, wobei IF den Block beginnt und END_IF diesen schließt. Weiterhin können ELSE und ELSEIF verwendet werden. Dabei wird der ELSE-Teil nur ausgeführt, wenn alle vorherigen Bedingungen mit FALSCH ausgewertet wurden. Der ELSEIF-Block wird nur dann ausgeführt, wenn alle vorherigen Bedingungen mit FALSCH und der zugehörige Boolesche Ausdruck mit WAHR ausgewertet wurden. Diese Anweisung kann so oft wie gewünscht wiederholt werden. Somit ergeben sich folgende mögliche Ausdrücke:

- 1) IF Ausdruck THEN Codeblock; END_IF;
- 2) IF Ausdruck THEN Codeblock; ELSE Codeblock; END_IF;
- 3) IF Ausdruck THEN Codeblock; ELSIF Ausdruck THEN Codeblock; ELSIF Ausdruck THEN Codeblock; ELSE Codeblock; END_IF;

Auch für die FOR-Anweisung gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die obligatorischen Komponenten sind hier das FOR, TO, DO und END_FOR. Die FOR-Anweisung öffnet den Block, der durch END_FOR beendet wird. Mit TO wird der Endwert festgelegt und DO beendet den Deklarationsteil der FOR-Schleife. Der optionale Teil ist das BY, welches die Schrittweite der FOR-Schleife vorgibt. Ist keine Schrittweite durch BY vorgegeben, so wird standardmäßig die Schrittweite eins angenommen. Die zwei möglichen Ausprägungen der FOR-Schleife sind

- 1) FOR Zähler := Ausdruck TO Ausdruck BY Ausdruck DO Codeblock; END_FOR;
- 2) FOR Zähler := Ausdruck TO Ausdruck DO Codeblock; END_FOR;

Tabelle 41: Befehle in Strukturiertem Text

Schlüsselwort	Beschreibung	Beispiel	Kommentare
:=	Zuweisung	d := 10;	Zuweisen des Werts auf der rechten Seite an die Variable auf der linken Seite

Schlüsselwort	Beschreibung	Beispiel	Kommentare
:=, =>	Aufruf und Nutzung von Funktionsbausteinen	FBNAME(Part1:=10, Part3=>20);	Aufrufen einer anderen POE vom Typ Funktionsbaustein und Zuweisen der benötigten Parameter := für Eingänge und => für Ausgänge
RETURN	Rücksprung	RETURN;	Rücksprung zur aufrufenden POE
IF ... THEN ELSE, ELSIF END_IF	Verzweigung	IF A>100 THEN f:=1; ELSIF d=e THEN f:=2; ELSE f:=4; END_IF	Auswahl von Alternativen durch Nutzung von boolescher Logik
CASE ... OF ELSE END_CASE	Mehrfache Auswahl/ Fallunterscheidung	CASE f OF 1: f:=11; 2: f:=14; ELSE f:=-1; END_CASE;	Auswahl eines Codeblocks basierend auf dem Wert des Ausdrucks f
FOR ... TO ... BY ... DO END_FOR	FOR-Schleife	FOR h:=1 TO 10 BY 2 DO f[h/2]:=h; END_FOR;	Wiederholte Ausführung eines Codeblocks mit Start- und Endbedingung
WHILE ... DO END_DO	WHILE-Schleife	WHILE m>1 DO n:=n/2; END_WHILE;	Wiederholte Ausführung eines Codeblocks mit Endbedingung
REPEAT ... UNTIL END_REPEAT	REPEAT-Schleife	REPEAT i:=i*j; UNTIL i>10000 END_REPEAT;	Wiederholte Ausführung eines Codeblocks mit Endbedingung

English version governs.

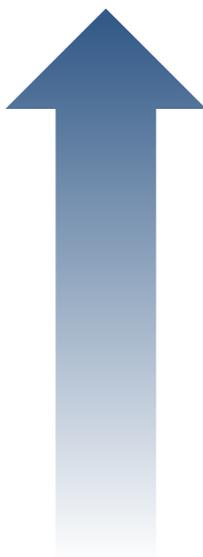
Die englische Version ist offiziell.

Schlüsselwort	Beschreibung	Beispiel	Kommentare
EXIT	Unterbrechung einer Schleife	EXIT;	Sofortiges Verlassen einer Schleife
;	Beendet Anweisung		Ende einer Anweisung

Abschnitt 7.7.2: Operatoren in Strukturiertem Text

In Tabelle 42 sind die Operatoren für Strukturierten Text nach Ihrer Priorität aufgelistet.

Tabelle 42: Operators and their Priority in Structured Text

Operator	Beschreibung	Priorität
(...)	Klammern	
Function(...)	Funktionsaufruf	
**	Exponent	
-, NOT	Negation, Boolesches Komplement	
*, /	Multiplikation, Division	
MOD	Modulo (Restklassenrechnung)	
+, -	Addition, Subtraktion	
>, <, ≤, ≥	Vergleichsoperatoren	
=	Gleichheit	
<>	Ungleichheit (≠)	
AND, &	Boolesches UND	
XOR	Boolesches exklusives ODER	
OR	Boolesches ODER	

Abschnitt 7.7.3: Aufruf von Funktionsbausteinen in Strukturiertem Text

Der Aufruf von Funktionsbausteinen in Strukturiertem Text erfolgt über den Namen des Funktionsbausteins, wobei die benötigten Parameter in Klammern notiert werden. Der Operator := wird genutzt, um den Wert der Aktualparameter zuzuweisen, => wird verwendet, um sämtliche Ausgangsvariablen zuzuweisen. Da es sich um explizite Zuweisungen handelt, ist die Reihenfolge dieser nicht relevant. Wird ein Parameter während des Aufrufs nicht initialisiert, so wird der Initialwert oder der letzte bekannte Wert verwendet.

Abschnitt 7.7.4: Beispiel

Beispiel 46: Strukturierter Text

Für das folgende System soll ein Programm in strukturiertem Text geschrieben werden: Wie in Abbildung 103 gezeigt, wird ein Tank mithilfe von Ventilen befüllt. Das Gewicht des Tanks wird mithilfe einer Waage bestimmt. Über den Funktionsbaustein wird das Gewicht des Tanks überwacht, um zu bestimmen, ob der Tank voll, leer oder etwas dazwischen ist. Der Block erzeugt einen einzelnen Befehl mit vier unterschiedlichen möglichen Werten:

- 1: Tank füllen
- 2: Stoppen des Füllvorgangs
- 3: Rührwerk starten
- 4: Tank entleeren

Je nach Bedarf werden die entsprechenden Ventile geöffnet oder geschlossen, um den Füllstand des Tanks zu regulieren. Das Rührwerk funktioniert nur dann, wenn der Tank gefüllt ist, ansonsten wird den Befehl ignoriert.

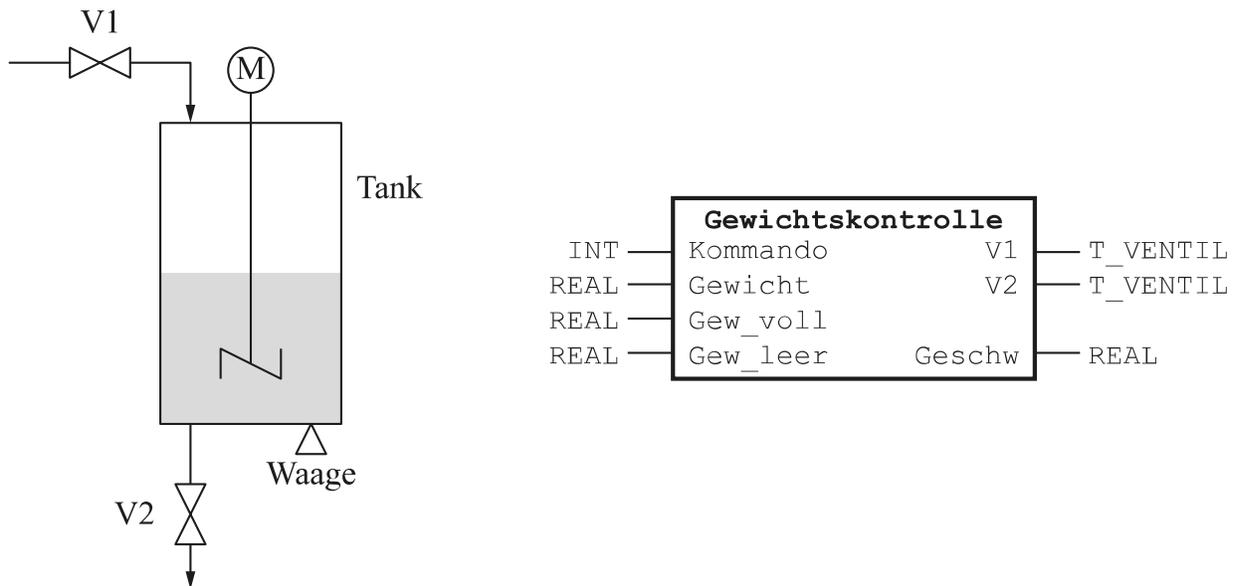


Abbildung 103: Tank System for the Structured-Text Example

Lösung

(*Tankzustände *)

```
TYPE T_STATE: (VOLL, NICHT_LEER, LEER); END_TYPE;
```

(*Ventilzustände*)

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

```

TYPE T_VENT. (EIN,AUS); END_TYPE;

FUNCTION_BLOCK Gewichtssteuerung
VAR_IN
Befehl: INT;
Gewicht: REAL;
Gew_voll,Gew_leer: REAL; (*gleicher Datentyp in einer Zeile*)
END_VAR
VAR_OUTPUT
V1: T_VENTIL := AUS;
V2: T_VENTIL := AUS;
Geschw: REAL := 0.0;
END_VAR
VAR
(*interne Variablen*)
Zust: T_STATE := LEER;
END_VAR
(*Bestimmung des Tankzustands: Vergleich mit Voll- und Leerge-
wicht*)
IF Gewicht >= Gew_voll THEN
Zust := VOLL;
ELSEIF Gewicht <= Gew_leer THEN
Zust := LEER;
ELSE
Zust := NICHT_LEER;
END_IF
(*Implementierung der Befehle 1: Füllen, 2: Stopp, 3: Rühren, 4:
Leeren*)
CASE Befehl OF
1: V2 := AUS;
V1 := SELECT(G := Zust := VOLL, IN0 := EIN, IN1 := AUS);
(*EIN nur wenn G falsch ist*)
2: V2 := AUS;

```

```
V1 := AUS;
4:= V1 := AUS;
V2 := EIN;
END_CASE;
(*Rührwerkgeschwindigkeit*)
Geschw := SELECT(G := Befehl = 3; IN0 := 0.0; IN1 := 100.0);
END_FUNCTION_BLOCK
```

Abschnitt 7.7.5: Bemerkungen

Die Vorteile des Strukturierten Texts (v. a. im Vergleich mit Anweisungsliste) sind

- kompakte Formulierung von Programmierungsaufgaben,
- klare Programmstruktur und
- wirkungsvolle Strukturen zur Flusskontrolle der Anweisungen.

Nachteilig sind jedoch, dass

- die Konvertierung des Programms in Maschinensprache nicht direkt beeinflusst werden kann, da sie durch einen Compiler vorgenommen wird und
- der höhere Abstraktionsgrad einen Verlust an Effizienz mit sich bringt, d. h. das übersetzte Programm ist länger und langsamer.

Abschnitt 7.8: Ablaufsprache (AS)

Die **Ablaufsprache (AS)** ist die zweite grafische Methode zur Programmierung einer SPS. Sie besteht aus einer Folge von Schritten und Übergängen, die vordefinierte Aufgaben ausführen und einen visuellen Überblick über den Prozessablauf bieten.

Abschnitt 7.8.1: Schritte und Übergänge

Ein **Schritt** kann entweder aktiv oder inaktiv sein. Er enthält eine Zahl an Anweisungen, die ausgeführt werden, solange der Schritt aktiv ist. Ein **Übergang** (auch: Transition) definiert unter Zuhilfenahme Boolescher Ausdrücke, wann ein Schritt inaktiv geschaltet wird. Haben die Verbindungen eine vordefinierte Richtung, so beschreiben sie, welcher Schritt bzw. welche Schritte als nächstes aktiviert werden sollen.

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Schritte werden, wie in Abbildung 104 dargestellt, durch ein Rechteck repräsentiert. Ein allgemeiner Schrittblock wird durch ein einfach umrandetes Rechteck dargestellt (links in Abbildung 104), wohingegen der Startschritt (rechts in Abbildung 104) mit einem doppelt umrandeten Rechteck gekennzeichnet ist.



Abbildung 104: Schritte in Ablaufsprache: allgemeiner Schritt (links) und Startschritt (rechts)

Die Übergangsbedingungen werden durch eine horizontale Linie mit Bezeichner dargestellt. Der zugehörige Boolesche Ausdruck, oftmals als **Wache** bezeichnet, gibt die Voraussetzungen für das Auftreten des Übergangs an. Die Wache kann, wie in Abbildung 105 dargestellt, in allen anderen SPS-Programmiersprachen beschrieben werden. Die meistgenutzten Sprachen sind jedoch Strukturierter Text, Funktionsbausteinsprache oder der Kontaktplan. Die Wache wird in vielen Fällen auch ignoriert.

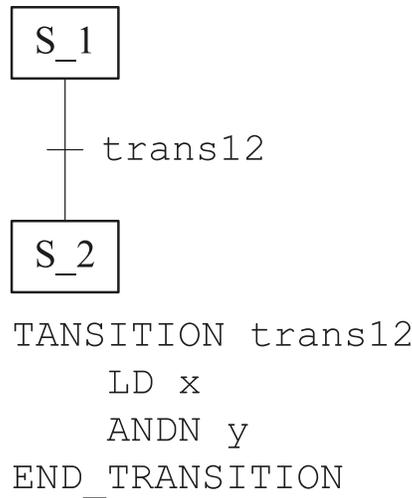
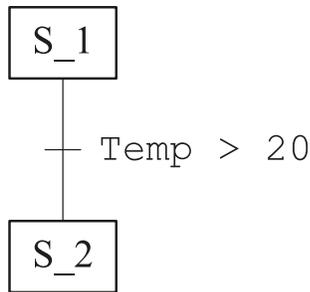
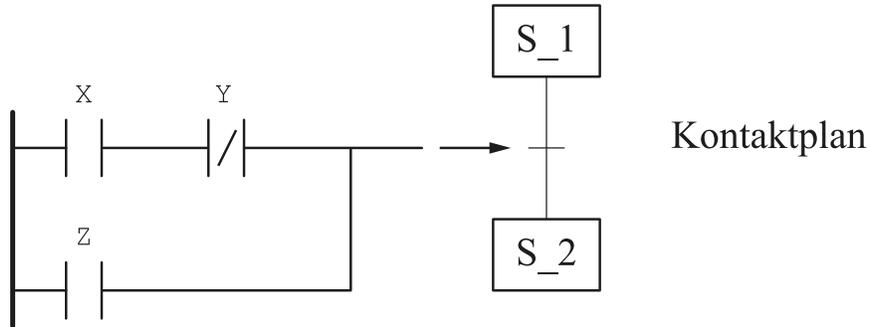
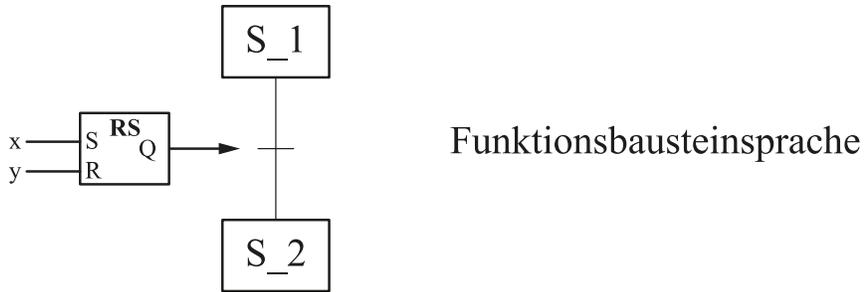


Abbildung 105: Übergangsbedingungen in verschiedenen SPS-Programmiersprachen

Beim Aufruf der POE wird der besonders markierte Startschritt aktiviert und alle ihm zugewiesenen Anweisungen ausgeführt. Sobald die Übergangsbedingungen den Wert WAHR annehmen, wird der Startschritt deaktiviert und der nächste Schritt aktiviert. Findet ein Übergang

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

statt, so wird das Aktiv-Attribut (auch: Token) vom aktuellen Schritt an dessen Nachfolger übergeben. So durchläuft das Aktiv-Attribut alle einzelnen Schritte, wobei es sich bei paralleler Ausführung vervielfacht und danach wieder vereint. Es kann nie vollständig verlorengehen oder sich in sog. unkontrollierter Verteilung (d. h. mehrere Aktiv-Attribute in einem Schritt) befinden.

Abschnitt 7.8.2: Aktionsblöcke

Ein **Aktionsblock** zeigt die Details der Ausführung in einem bestimmten Schritt. Dabei wird jeder Aktionsblock einem bestimmten Schritt zugeordnet, wobei es jedoch nicht notwendig ist, den Aktionsblock zu benutzen. Es können auch nicht mehr als zwei Aktionsblöcke zu einem Schritt zugeordnet werden.

Jeder Aktionsblock hat, wie in Abbildung 106 gezeigt, vier Felder:

- a) **Befehlsart**, die eine akzeptierbare Markierung enthält.
- b) **Befehlsname**, der kurz die Aktion beschreibt.
- c) **Kennzeichnung**, die darstellt, welche SPS-Variable verwendet wird.
- d) **Aktionsbeschreibung**, die optional in angemessener Sprache die Aktion beschreibt.

Jede der vier genannten Komponenten hat eine festgelegte Position im Aktionsblock. Die Befehlsart muss aus einer kleinen Liste von Abkürzungen ausgewählt werden, die beschreiben, wie der Schritt ausgeführt wird. Diese Abkürzungen sind in Tabelle 43 mit ihren Bedeutungen dargestellt.

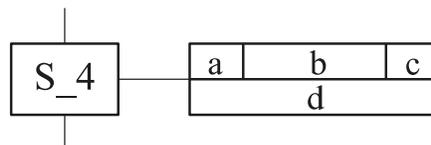


Abbildung 106: Komponenten eines Aktionsblocks: a: Befehlsart; b: Befehlsname; c: Kennzeichnung; d: Aktionsbeschreibung

Tabelle 43: Befehlsarten in der Ablaufsprache

Befehlsart	Kurzbezeichnung	Beschreibung
N	Nicht gespeichert	Sobald der Schritt beendet ist, wird die Aktion gestoppt
S	Gespeichert (saved)	Aktion wird mit gegebenen Werten weiter ausgeführt, bis sie gestoppt wird
R	Rücksetzen	Aktion wird gestoppt
L	(Zeit) Dauer (length)	Aktion dauert die spezifizierte Zeit T

Befehlsart	Kurzbezeichnung	Beschreibung
D	Verzögerung (delay)	Aktion wird um Zeit T verzögert, bevor sie ausgeführt wird
P	Puls	Aktion dauert nur sehr kurz
DS	Verzögert und gespeichert	Aktion wird verzögert und dann gespeichert
SD	Gespeichert und verzögert	Aktion wird erst gespeichert und ausgeführt genau dann, wenn der Schritt nach der Verzögerung noch aktiviert ist
SL	Gespeichert und zeitlich begrenzt	Zeitbegrenzte Aktion wird gespeichert

Abschnitt 7.8.3: Ablaufketten

In Ablaufsprache ist eine Ablaufkette ein Diagramm, das zeigt, wie die einzelnen Komponenten miteinander verknüpft sind. Diese Ablaufkette wird unter Ausnutzung der folgenden Regeln aufgestellt:

1. Eine vertikale Linie verbindet zwei Schritte.
2. Ein Pfeil verdeutlicht die Reihenfolge der Schritte.
3. Ein Aktionsblock wird mit dem zugehörigen Schritt durch eine durchgezogene horizontale Linie verbunden.

Es gibt zwei spezielle Arten von Verbindungen: alternative und parallele Pfade. Ein **alternativer Pfad** wird durch eine einzelne horizontale Linie über alle Alternativen hinweg gekennzeichnet. Diese Horizontale wird am Anfang und am Ende der zu den alternativen Pfaden gehörenden Region platziert. Endet einer der Pfade, so werden alle anderen Pfade zu diesem Zeitpunkt angehalten. Abbildung 107 stellt allgemein die alternativen Pfade dar. Normalerweise erfolgt die Auswahl der alternativen Pfade von links nach rechts. Diesen Fall zeigt Abbildung 108. Zuerst wird also die Übergangsbedingung für S_2a getestet. Ist diese WAHR, so wird dieser Pfad gewählt und alle anderen Pfade werden ignoriert. Ergibt die Auswertung ein FALSCH, so werden die Bedingungen für S_2b und S_2c in eben dieser Reihenfolge getestet. Die Pfade werden also in der Reihenfolge S_2a, S_2b und S_2c ausgewählt. Wird, wie beispielsweise in Abbildung 109, dargestellt, eine nutzerspezifische Reihenfolge vorgegeben, so wird diese befolgt. Für das vorliegende Beispiel bedeutet das, dass zuerst S_2b, dann S_2c und schließlich S_2a getestet wird.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Parallele Pfade werden durch eine doppelte horizontale Linie gekennzeichnet. Sie wird genau wie bei alternativen Pfaden am Anfang und am Ende eines Blocks gesetzt. Alle parallelen Pfade sollten enden, bevor der Prozess weitergeführt werden kann. Abbildung 110 zeigt ein Beispiel für parallele Pfade.

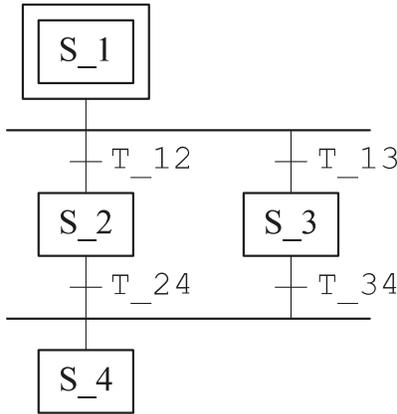


Abbildung 107: Alternative Pfade in Ablaufsprache

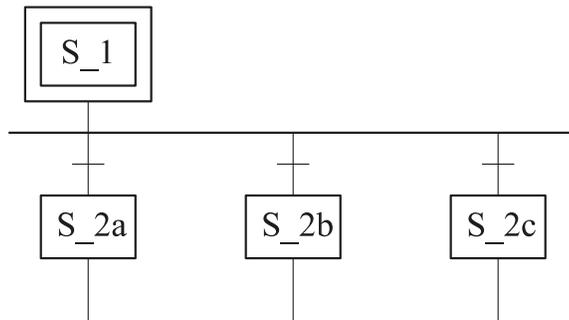


Abbildung 108: Übliche Entscheidungsreihenfolge für alternative Pfade in Ablaufsprache

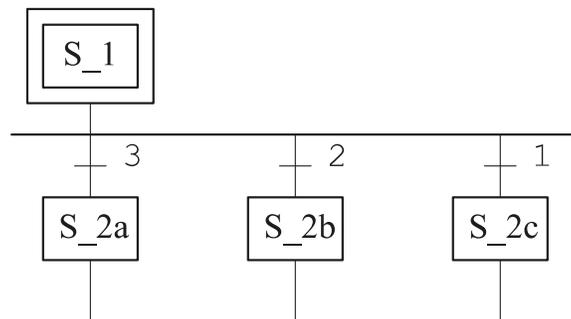


Abbildung 109: Nutzerdefinierte Entscheidungsreihenfolge für alternative Pfade in Ablaufsprache

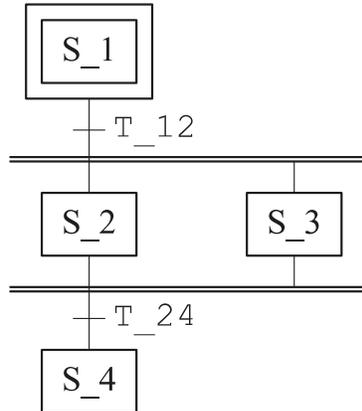


Abbildung 110: Parallele Pfade im Ablaufplan

Abschnitt 7.8.4: Beispiel

Beispiel 47: Beispiel für Ablaufsprache

Gegeben sei ein chemischer Reaktor as shown in Abbildung 111. Für die Regelung des Prozesses soll eine SPS entworfen werden. Zuerst ist jedoch die Ablaufkette für den im Folgenden beschriebenen Prozess zu zeichnen.

Sobald der START-Knopf gedrückt wird, bestätigt der Sensor S1, dass der Reaktor leer ist. Der Temperatursensor S4 und der Drucksensor S5 senden kein Fehlersignal. Dann wird Ventil Y1 geöffnet, solange bis der Sensor S2 den gewünschten Füllstand detektiert, d. h. eine 1 ausgibt. Dann wird der Motor des Rührwerks M eingeschaltet und Ventil Y2 geöffnet. Erreicht der Füllstand das gewünschte Niveau – angezeigt durch Sensor S3, so wird Ventil Y2 wieder geschlossen. Nach einer Wartezeit von 5 Sekunden wird die Heizung H eingeschaltet, und zwar so lange, bis der Temperatursensor S4 die Zieltemperatur detektiert. Sollte der Drucksensor S5 während des Erwärmens einen Überdruck im Kessel feststellen, so wird das Überdruckventil Y4 geöffnet, bis der Alarm geklärt ist. Nach dem Aufheizvorgang wird das Rührwerk noch weitere 10 Sekunden betrieben und dann wird das Ventil Y3 geöffnet, um den Tank zu entleeren. Ist der Reaktor entleert, also der Wert von S1 wieder bei 1, wird das Ventil Y3 geschlossen und der Prozess startet von vorne.

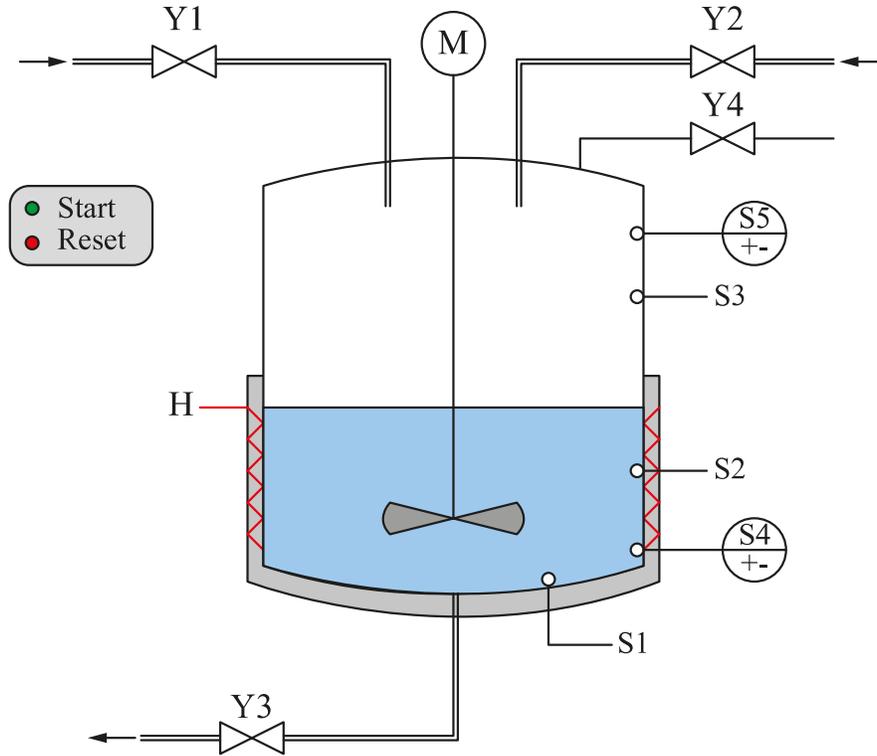


Abbildung 111: Schematic of the Reactor

Lösung:

Bevor die Lösung dieses Problems aufgezeigt wird, ist es ratsam, eine allgemeine Prozedur für die Lösung einer solchen Aufgabenstellung abzuleiten. Die Schrittfolge lautet

1. **Definition** aller Variablen inklusive ihrer Werte, das gilt speziell für Boolesche Variablen.
2. **Transkript** der Prozessbeschreibung als Schrittfolge; dabei kann ein einzelstehender Satz mit mehreren Schritten oder mehrere Schritte mit einem einzelnen Satz assoziiert werden.
3. **Zeichnung** der Ablaufkette.

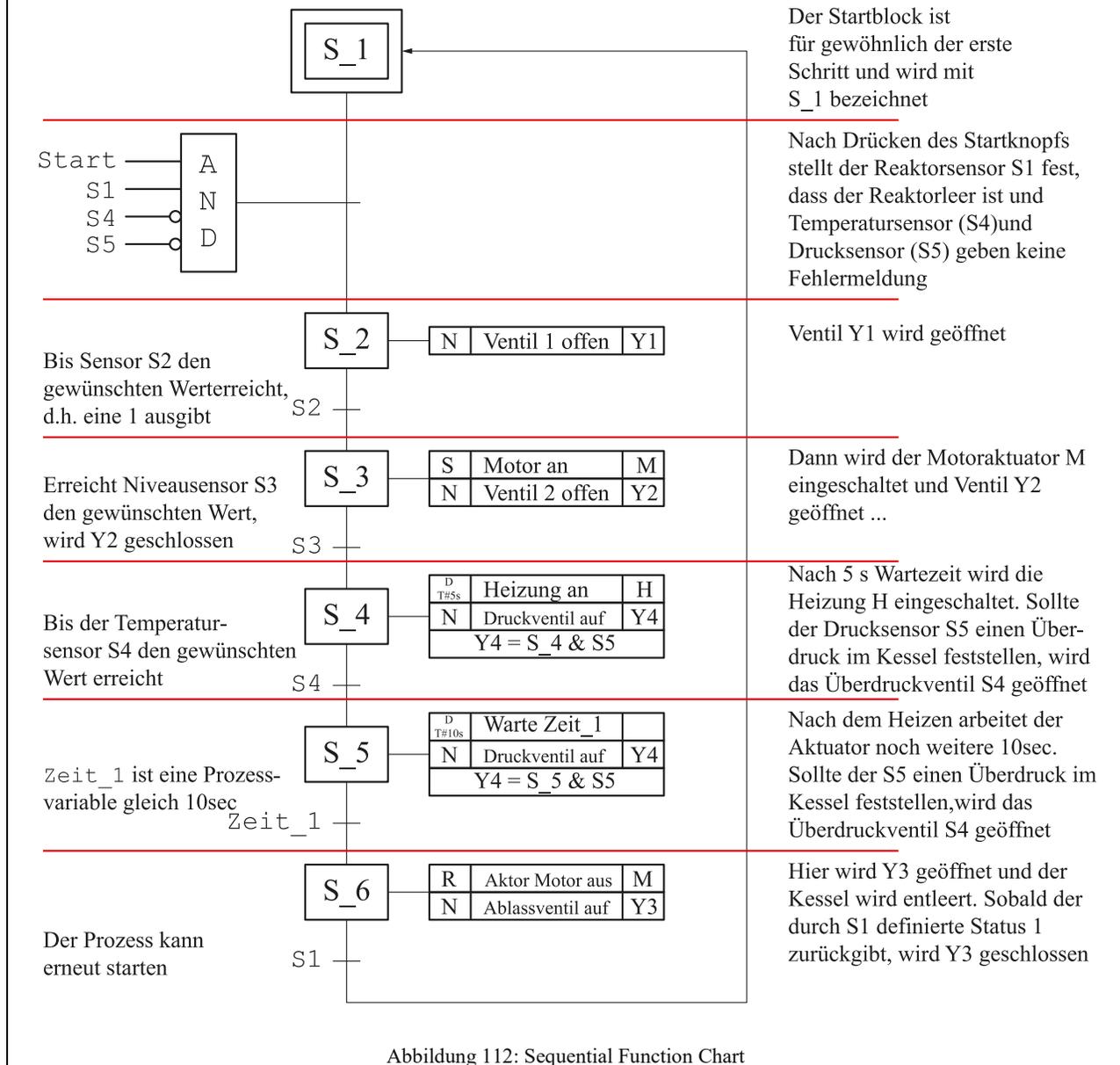
Definition der Variablen:

Die Variablen sind wie folgt definiert:

Eingangsvariable	Symbol	Datentyp	Logischer Wert	Adresse
Startknopf	START	BOOL	Pressed	START = 1 E 0.0
Reaktorstatus	S1	BOOL	Tanke leer	S1 = 1 E 0.1
Niveausensor 1	S2	BOOL	Niveau 1 erreicht	S2 = 1 E 0.2
Niveausensor 2	S3	BOOL	Niveau 2 erreicht	S3 = 1 E 0.3
Temperatursensor	S4	BOOL	Temperatur erreicht	S4 = 1 E 0.4
Drucksensor	S5	BOOL	Überdruckalarm	S5 = 1 E 0.5
Ventil 1	Y1	BOOL	Ventil geöffnet	Y1 = 1 A 4.1
Ventil 2	Y2	BOOL	Ventil geöffnet	Y2 = 1 A 4.2

Auslassventil	Y3	BOOL	Ventil geöffnet	Y3 = 1	A 4.3
Überdruckventil	Y4	BOOL	Ventil geöffnet	Y4 = 1	A 4.4
Heizung	H	BOOL	Heizung an	H = 1	A 4.5
Rührwerkmotor	M	BOOL	Motor an	M = 1	A 4.6

Abbildung 112 shows the sequential function chart along with the corresponding text, so that is clear how each of the components were created.



Abschnitt 7.8.5: Validierung von Ablaufketten

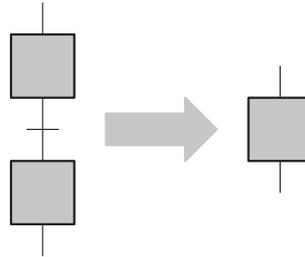
Mithilfe von Ablaufketten können leicht komplexe Netzwerke erstellt werden. Entscheidend ist jedoch, ob die Ablaufketten valide sind und ordnungsgemäß funktionieren.

English version governs.

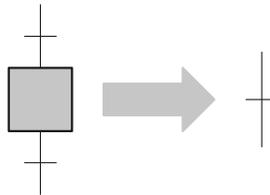
Die englische Version ist offiziell.

Trotz dessen, dass es eine Methode zur Bestimmung der Validität von Ablaufketten gibt, garantiert diese nicht, dass alle validen Netzwerke gefunden werden können. Mit der vorgeschlagenen Methode kann nur geprüft werden, ob die Ablaufkette valide ist, jedoch gibt es keine Sicherheit, dass die Ablaufkette bei Versagen der Methode invalide ist. Als Schrittfolge ergibt sich

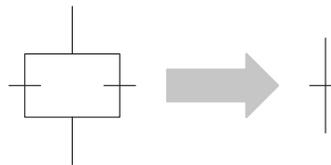
- 1) Ersetzung aller Schritt-Übergang-Schritt-Blöcke durch einen Schritt.



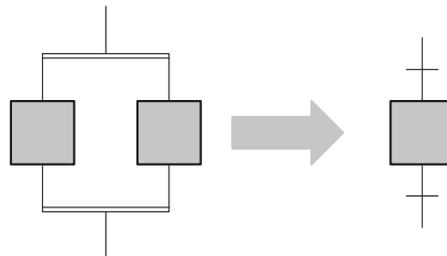
- 2) Ersetzung aller Übergang-Schritt-Übergang-Blöcke durch einen Übergang.



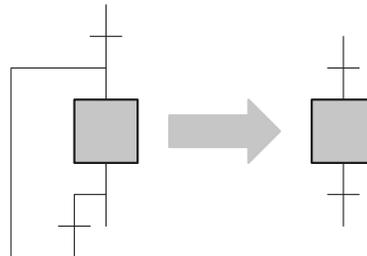
- 3) Ersetzung zweier paralleler Übergänge durch einen Übergang.



- 4) Ersetzung zweier paralleler Schritte durch einen Schritt.



- 5) Entfernung aller Eigenübergänge



Mit dieser Regel kann die Validität überprüft werden. Eine Ablaufkette ist valide, wenn das Diagramm auf einen implementierbaren Einzelschritt reduziert werden kann.

Beispiel 48: Bestimmung der Validität von Ablaufketten

Bestimmen Sie die Validität der Ablaufkette shown in Abbildung 113.

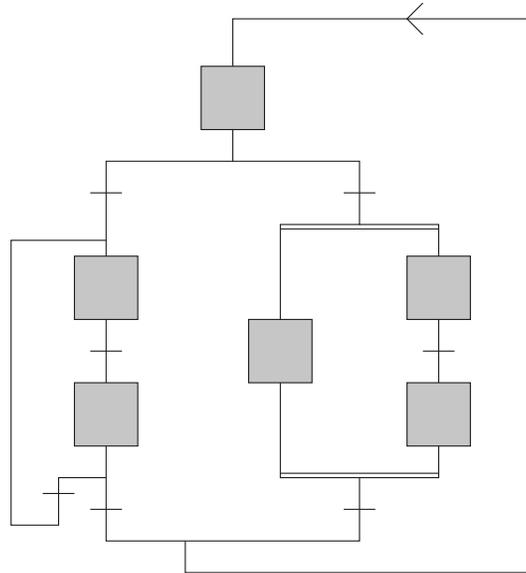


Abbildung 113: Sequential Function Chart for Checking Its Validity

Lösung

Der oben beschriebenen Methodik wird so lange gefolgt, bis keine weiteren Reduktionen mehr möglich sind. Zuerst wird Regel #1 zweimal angewendet to give Abbildung 114:

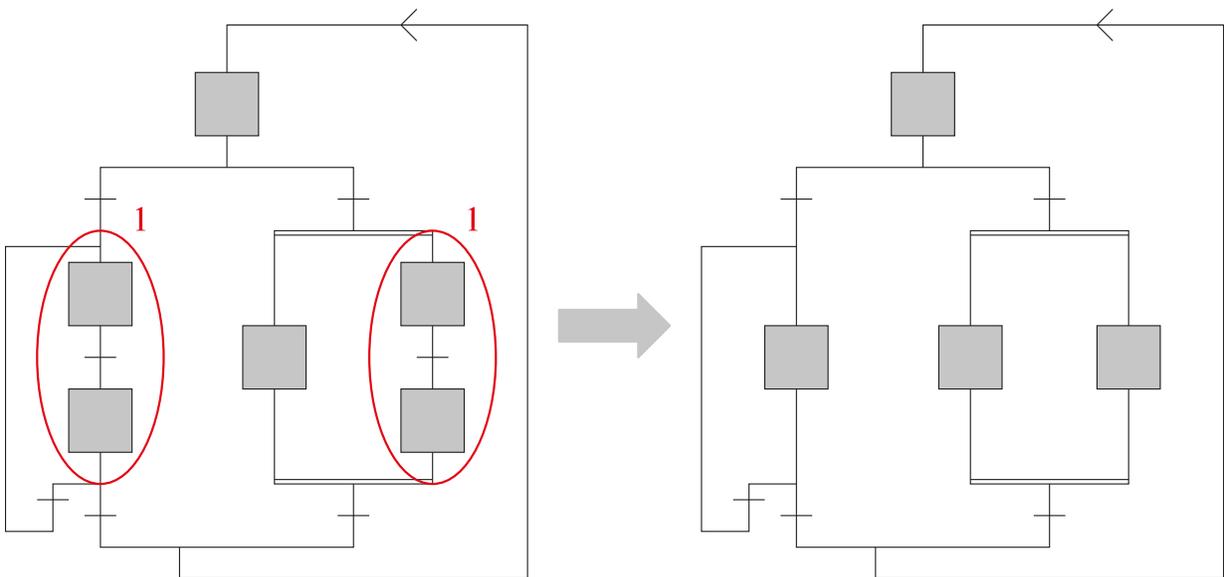


Abbildung 114: First Reduction

Dann werden Regeln #4 und #5 angewendet to give Abbildung 115:

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

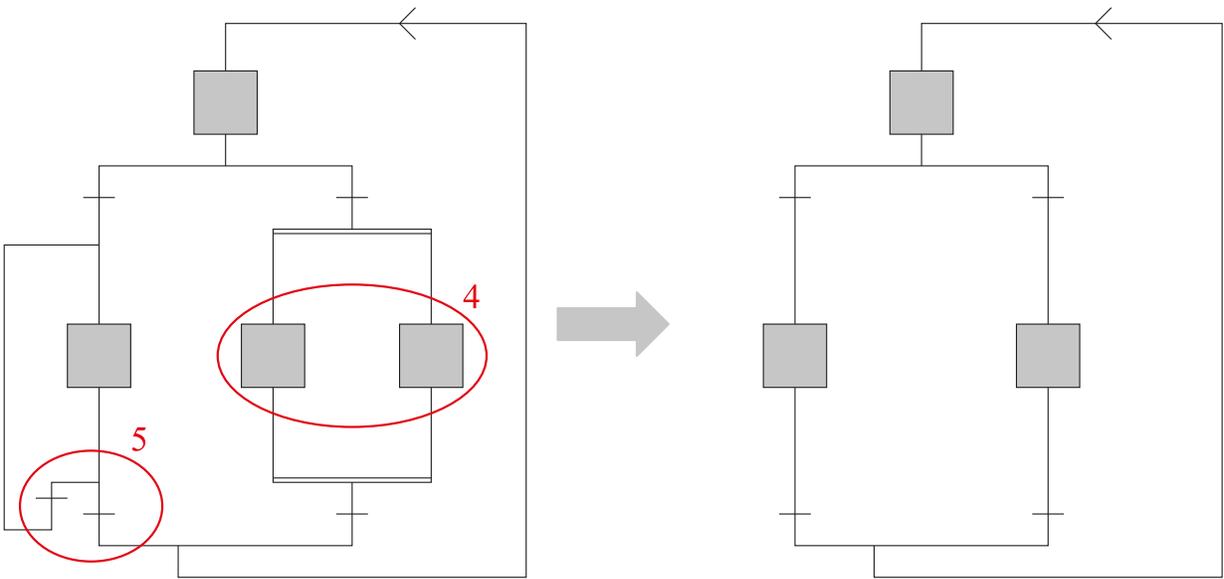


Abbildung 115: Second Reduction

Als nächstes kann Regel #2 zweifach genutzt werden to give Abbildung 116:

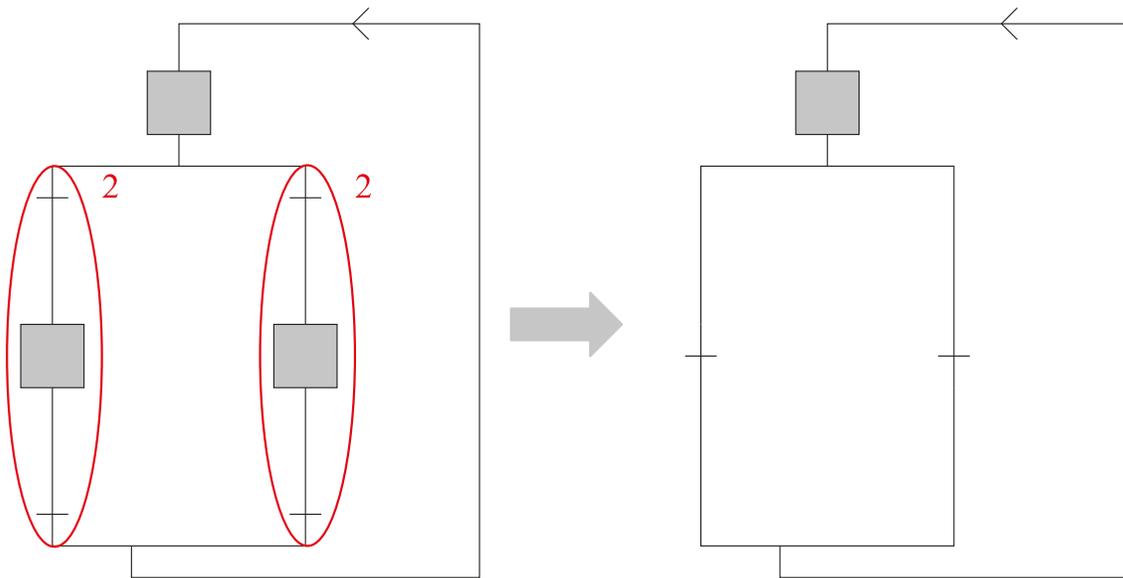
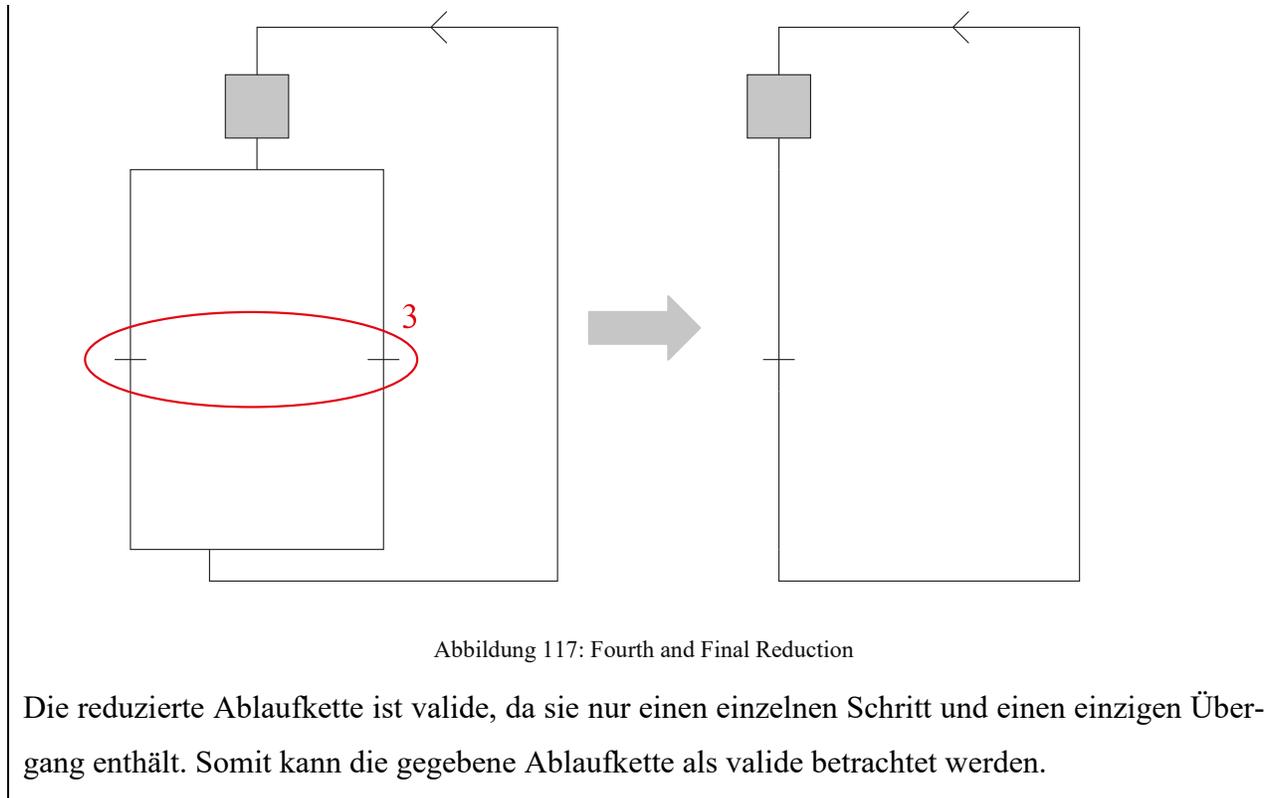


Abbildung 116: Third Reduction

Im letzten Schritt wird Regel #3 angewendet to give Abbildung 117:

English version governs.
 Die englische Version ist offiziell.



Abschnitt 7.9: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 7.9.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Globale Variablen können nur in einer einzelnen Ressource verwendet werden.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 2) Eine nichtunterbrechbare Aufgabe muss immer abgeschlossen werden, bevor eine andere Aufgabe starten kann.
- 3) `1Prog12` ist ein gültiger Funktionsname.
- 4) `TUI_124` und `TUI_12456` sind gleich.
- 5) `T#4d4.2h` repräsentiert 4 Tage und 4,2 Stunden.
- 6) `LE` bedeutet *weniger als*.
- 7) Eine Aufgabe mit der Priorität 3 hat die höchste Priorität.
- 8) In Funktionsbausteinsprache wird ein Sprung zwischen zwei Teilen eines Funktionsblock-Netzwerks durch einen Doppelpfeil gekennzeichnet.
- 9) In der Funktionsbausteinsprache können wir das `&`-Zeichen verwenden.
- 10) In ladder logic, a coil can be used to save a value.
- 11) Im Kontaktplan können Rückkoppelschleifen eingebaut werden.
- 12) In Anweisungsliste ist der Ausdruck `SN HIPPO` gültig.
- 13) In Anweisungsliste verzögern die Klammern `()` die Implementierung einer Anweisung.
- 14) In Strukturiertem Text hat `OR` eine höhere Priorität im Vergleich zu `AND`.
- 15) In Strukturiertem Text können wir den `CASE`-Befehl verwenden.
- 16) In Ablaufsprache bedeutet `N`, dass die Aktion gestoppt wird, sobald der Schritt beendet ist.
- 17) In Ablaufsprache bedeutet `R`, dass eine Aktion über die gegebene Zeit verzögert wird.
- 18) In Ablaufsprache ist es möglich, die Validität des resultierenden Diagramms zu bestimmen.
- 19) Kontaktplan eignet sich gut für die Erstellung von komplexen hoch anspruchsvollen Programmen.
- 20) Anweisungsliste wurde für einfache, optimierte SPS-Programme entworfen.

Abschnitt 7.9.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mit einem einfachen, nicht programmierbaren und nicht grafikfähigen Taschenrechner mithilfe von Stift und Papier gelöst werden.

- 21) Ist das Ablaufsprachen-Diagramm in Abbildung 118 valide?

geöffnet werden. Anschließend soll im Ruhezustand alles ausgeschaltet sein ($V1 = V2 = R = 0$). Mit $S = 1$ wird der Ablauf von vorne gestartet.

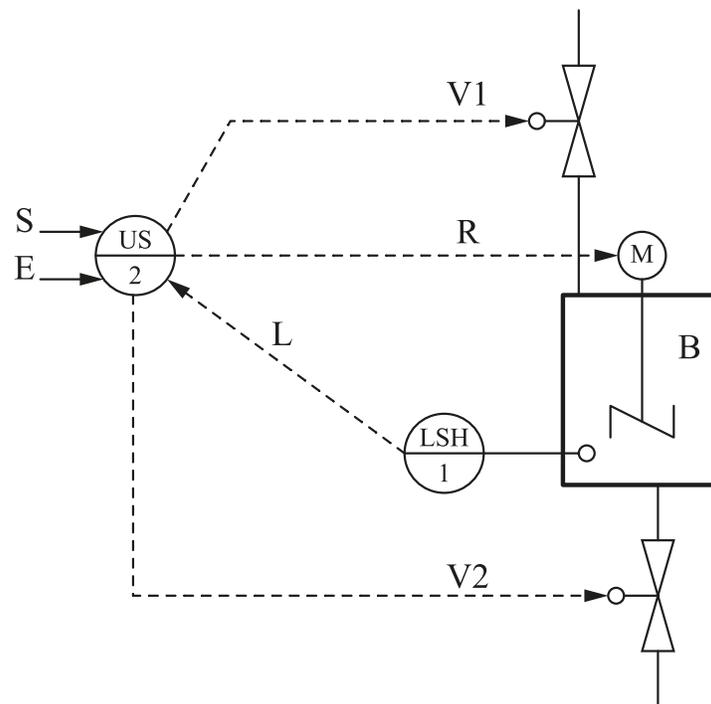


Abbildung 119: Rührprozess

- b. **Waschmaschine:** Die Steuerung für eine einfache Waschmaschine, die in Abbildung 120 gezeigt ist (zugehörige Variablen in Tabelle 44), soll folgenden Ablauf gewährleisten: Nachdem das Eingangssignal *START* gekommen ist, wird Ventil *V1* geöffnet, bis der binäre Füllstandsensord *L1* das Erreichen des gewünschten Wasserstandes meldet. Danach soll der *MOTOR* der Waschtrommel ständig abwechselnd für eine Zeitdauer T_{on} eingeschaltet und für eine Zeitdauer T_{off} ausgeschaltet werden. Während dieses abwechselnden Ein- und Ausschaltens wird zunächst die elektrische *HEIZUNG* eingeschaltet, bis die Wassertemperatur einen bestimmten Wert erreicht hat, was durch den binären Sensor *T2* gemeldet wird. Dann soll ohne weiteres Heizen noch mindestens eine bestimmte Wartezeit T_{wait} vergehen. Wenn dann der Motor nicht mehr läuft, wird auch das abwechselnde Ein- und Ausschalten des Motors beendet. Nun wird die *PUMPE* eingeschaltet und

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

gleichzeitig Ventil V2 geöffnet. Wenn der Füllstandsensoren L0 eine leere Trommel meldet, wird wieder der Anfangszustand erreicht.

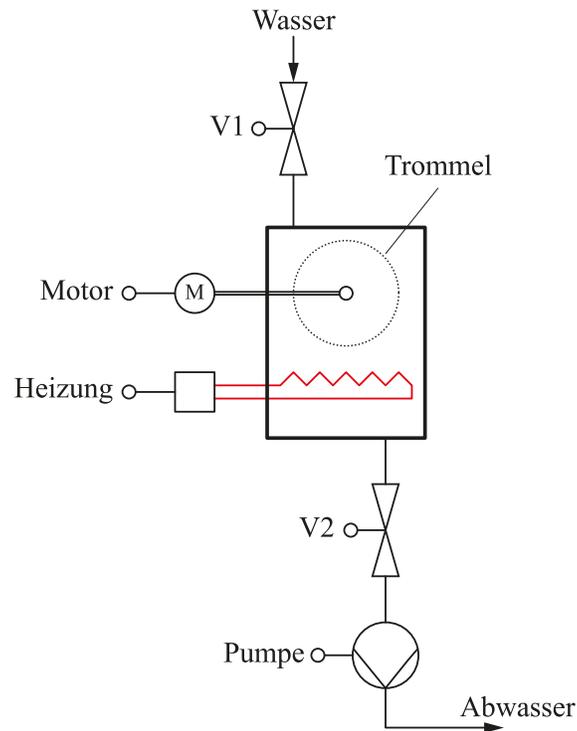


Abbildung 120: Waschmaschine

Tabelle 44: Ein- und Ausgangsvariablen für die Waschmaschine

E/A	Name	Bedeutung des 1-Zustandes
Ausgang	V1	Ventil V1 auf
Ausgang	V2	Ventil V2 auf
Ausgang	HEIZUNG	Heizung ein
Ausgang	MOTOR	Trommelmotor ein
Ausgang	PUMPE	Pumpe ein
Eingang	START	Starttaste gedrückt
Eingang	L0	Füllstand $L \leq L_{min}$
Eingang	L1	Füllstand $L \geq L_{max}$
Eingang	T2	Temperatur $T \geq T_{soll}$

23) Im Folgenden sind verschiedene boolesche Funktionen $Q = f(X, Y, Z)$ gegeben. Gesucht ist jeweils: a) die Funktion in disjunktiver und konjunktiver Normalform, b) die mittels

KV-Diagramms minimierte Funktion und c) die SPS-Programme als AWL, KOP und FBS für die minimierte Funktion.

- a. Die Funktion wird durch das Kontaktplan in Abbildung 121 beschrieben.
- b. Die Funktion soll die Mehrheitsentscheidung für eine Entscheidungslogik bei einer 2-aus-3-Redundanz realisieren. Das heißt, der Ausgang Q soll dann und nur dann 1 werden, wenn mindestens 2 der Eingänge (oder auch alle 3 Eingänge X , Y und Z) den Zustand 1 annehmen.
- c. Die Funktion ist durch die Wahrheitstabelle in Tabelle 45 gegeben.
- d. Die Funktion ist durch die Wahrheitstabelle in Tabelle 46 gegeben.
- e. Die Funktion $Q = f(B, G, M)$ wird durch folgende Aufgabenstellung beschrieben:
 - i. Drei Sensoren in einer Sortieranlage messen die Eigenschaften von Teilen und liefern folgende binäre Signale an Eingänge einer SPS:
 1. **B** ($B = 1$ bedeutet Bohrung vorhanden),
 2. **G** ($G = 1$ bedeutet grüner Anstrich vorhanden) und
 3. **M** ($M=1$ bedeutet metallischer Werkstoff).
 - ii. Fehlerfrei produzierte Teile haben folgende Eigenschaften:
 1. entweder metallisch und grün (mit oder ohne Bohrung)
 2. oder nichtmetallisch, nicht grün, mit Bohrung.
 - iii. Der Ausgang Q der SPS soll genau dann eine 1 liefern, wenn das Teil Ausschuss ist, d. h., wenn es nicht die obengenannten Eigenschaften eines fehlerfrei produzierten Teils hat.

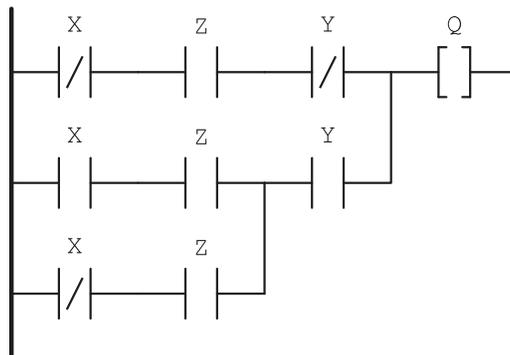


Abbildung 121: Kontaktplan

Tabelle 45: Wahrheitstabelle I

X	0	0	0	0	1	1	1	1
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	1	0	1	0	1	0	1
Q	0	1	1	0	1	1	1	1

Tabelle 46: Wahrheitstabelle II

X	0	0	0	0	1	1	1	1
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	1	0	1	0	1	0	1
Q	0	0	1	1	1	0	1	1

Abschnitt 7.9.3: Rechnergestützte Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sollten mithilfe eines Computers und angepassten Software-Paketen/Programmen wie bspw. CodeSys gelöst werden.

24) Schreiben Sie mit CodeSys das SPS-Programm zur Steuerung einer Abfüllanlage.

Kapitel 8: Sicherheit in der Automatisierungsindustrie

Nachdem die Automatisierung von Prozessen und Anlagen immer weitergehende Verbreitung findet, gibt es einen korrespondierenden Bedarf die Sicherheit derjenigen zu gewährleisten, die mit dem automatisierten System in Kontakt kommen. Weiterhin müssen auch die automatisierten Systeme Sicherheitsbeschränkungen erfüllen, wenn sie bestimmte Aktionen ausführen. Aus den genannten Gründen ist es hilfreich, die verschiedenen Sicherheitsregularien zu wiederholen. Dabei ist anzumerken, dass es stets dem ausführenden Ingenieur obliegt, die Sicherheitsstandards bezüglich Aktualität, Bedeutung und Gesetzeslage bei der Implementierung im Blick zu behalten.

Im Allgemeinen werden zwei Sicherheitstypen unterschieden: **physische** und **digitale** Sicherheit. Die physische Sicherheit beachtet dabei, welche Schritte und Regularien eingehalten werden müssen, damit das Werk und seine Umgebung sicher für Mitarbeiter, Besucher und die Umwelt sind. In Bezug auf den Umweltschutz sind nicht nur Gefahrstoffe zu beachten, sondern auch elektromagnetische oder akustische Emissionen. Digitale Sicherheit hingegen beschäftigt sich mit den Schritten, die notwendig sind, um ein Kommunikationsnetzwerk mit den zugehörigen Geräten sicher gegen Angriffe (Hacking) zu machen, die eine unsichere physische Situation generieren können. Weiterhin muss die digitale Sicherheit gewährleisten, dass keine sensiblen Daten, wie personen- oder prozessbezogene Daten, gestohlen oder auf unangebrachte Weise genutzt werden können. Dieser Aspekt wird im Rahmen strengerer rechtlicher Rahmen, wie der Datenschutzgrundverordnung (DSGVO), immer wichtiger für Unternehmen und Privatpersonen.

Abschnitt 8.1: Sicherheit im physischen System

Bevor die Spezifika der physischen Sicherheit näher beleuchtet werden können, müssen einige grundlegende Begriffe definiert werden. So ist zu unterscheiden zwischen einer Gefährdung bzw. **Gefahrenquelle** und einem **Risiko**. Letzteres beschreibt den Grad bzw. das Ausmaß an Gefahr, der von einer Gefahrenquelle ausgeht. Gefährdung geht aus von beweglichen Objekten, gespeicherter Energie oder Explosionen. Meist handelt es sich um verspätet (oder versteckt) abgegebene Energie. Potenzielle Gefahrenquellen sind also:

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

1. **Kinetische Energie**, also die Energie, die in bewegten Objekten gespeichert ist. Sie ist beispielsweise in rotierenden Körpern (Pumpen, Turbinen, *etc.*), Fahrzeugen oder Förderbändern gespeichert.
2. **Potenzielle Energie**, also Energie, die in unerwartet fallenden Objekten gespeichert ist. Sie ist beispielsweise in Gebäuden gespeichert und wird bei deren Einsturz freigesetzt.
3. **Arbeit** entspricht Energie, die bspw. in Federn, elektrischen Schaltkreisen oder anderen Geräten gespeichert ist. Wird sie freigegeben, so kann es zu massiven Schäden oder Fehlern kommen. Prominente Beispiele sind Kurzschlüsse elektrischer Kreise.
4. **Wärme** beschreibt Energie, die Begrenzungen überwindet. Wärmeaustausch basiert immer auf einem Temperaturunterschied zwischen zwei Punkten im Raum. Da Wärme immer die Umgebung beeinflusst, kann z. B. die Berührung heißer Oberflächen zu Verbrennungen führen. Das Gleiche gilt für die Berührung sehr kalter Oberflächen, die ebenfalls zu Verbrennungen bzw. Erfrierungen führen kann.

Zur Erhöhung der Sicherheit eines physischen Systems kann es sinnvoll sein, die nachfolgenden Schritte beim Entwurf des Gesamtsystems zu beachten:

1. **Minimierung**: Vermeidung (oder Reduktion auf ein Minimum) des Umgangs mit Gefahrstoffen.
2. **Ersetzung**: Austausch gefährlicher Substanzen durch weniger gefährliche Stoffe ähnlicher Wirkung.
3. **Abschwächung**: Ersetzung extremer Betriebsbedingungen durch weniger schwerwiegende/gefährliche.
4. **Vereinfachung**: Erstellung von Prozessen erhöhter Simplität bzw. verringerter Komplexität.
5. **Isolation**: Aufbau des Systems so, dass der gefährliche Prozess minimalen Einfluss auf das restliche System nimmt, z. B. die räumliche Trennung von Büros und Fertigung.

Die gerade ausgeführten Ideen können in der sog. **eigensicheren Voraentwicklung** (ISPD) zusammengefasst werden. Diese besteht aus den nachfolgend aufgeführten vier Schritten:

1. **Identifikation**: Bestimmung, was die Gefahrenquellen sind und wie sie den Prozess beeinflussen
2. **Ausmerzung**: Reduktion so vieler Auswirkungen von Gefahrenquellen wie möglich. Dies kann beispielsweise anhand von **ausfallsicheren** Systemen erfolgen. Diese Systeme

arbeiten derart, dass sie bei Störungen in einen sicheren Modus fahren, aus dem heraus keine weiteren Einflüsse auf das System möglich sind. Ein gängiges Beispiel hierfür ist die Konstruktion von Regelventilen, die je nach Prozessbedingungen geöffnet oder geschlossen werden. So sollte beispielsweise ein Kühlprozess so konstruiert werden, dass das Ventil, welches den Zulauf von Kühlwasser regelt, im Notfall geöffnet wird und somit die Kühlung erhalten bleibt.

3. **Minimierung, Simplifizierung und Abschwächung:** Begrenzung des Einflusses auf das System, wenn die Gefahrenquelle nicht (vollständig) ausgemerzt werden kann
4. **Isolation:** Minimierung des Einflusses von Schäden auf das System. Hierzu können gefährliche Prozesse bspw. von anderen Prozessen isoliert betrieben werden.

Ein anderer Ansatz ist die Durchführung eines PAAG-Verfahrens. Die Abkürzung PAAG steht für die vier Schritte dieses Verfahrens: **P**rognose (systematische Suche möglicher Abweichungen und Störungen), **A**uffinden der Ursachen (Ermitteln der Ursachen innerhalb des untersuchten Systems), **A**bschätzen der Auswirkungen (Ermitteln der logischen Folgen der Abweichung) und **G**egenmaßnahmen. Mittels dieses Verfahrens soll bestimmt werden, wo die Gefahrenquellen lokalisiert sind und wie sie abgemildert werden können. Für ein PAAG-Verfahren ist ein detaillierter Plan des Prozesses bzw. Unternehmens notwendig, weshalb dieses Verfahren meist erst in einer späten Stufe des Entwicklungsprozesses durchgeführt wird. Somit kann es aber bereits zu spät für strukturelle Änderungen sein, bzw. sind diese mit hohen Kosten verbunden. Das ist der Grund, weshalb das PAAG-Verfahren oftmals nur dazu eingesetzt wird, ein Verständnis der vorhandenen Gefahrenquellen zu erlangen und die daraus resultierenden Risiken abzuschätzen.

Schließlich sei noch erwähnt, dass **Redundanz** bei der Auslegung von Sicherheitssystemen eine wichtige Rolle spielt. Redundanz beschreibt den Umstand, dass es immer mindestens zwei Wege oder Pfade gibt, die zum angestrebten Ziel führen. Weiterhin impliziert diese Definition, dass für verschiedene Aufgaben verschiedene Pfade genutzt werden sollten. So ist es nicht zielführend, wenn bspw. Alarme und Überwachung auf einem Kanal laufen. Sollte dieser Kanal ausfallen, können neben der weniger priorisierten Überwachung auch keine Alarmsignale mehr übertragen werden. Es werden zwei Typen von Redundanz unterschieden. Unter **homogener Redundanz** versteht man die Implementierung derselben Aufgabe in mehreren identischen bzw. ähnlichen Geräten. So kann beispielsweise die Temperatur mittels dreier unterschiedlicher Sensoren parallel gemessen werden. Dieser Ansatz birgt jedoch das Risiko, dass sich systematische Fehler

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

in den Sensoren oder Geräten ins System fortpflanzen. Bei **inhomogener Redundanz** oder **Redundanz durch Unterschiede** wird dieselbe Aufgabe durch verschiedene Geräte implementiert. So können bspw. drei unterschiedliche Computer mit abweichenden Algorithmen zur Pfadplanung verwendet werden. Die Abwägung der Ergebnisse erfolgt dann meist über eine Mehrheitsentscheidung. Um bei dem Beispiel der Pfadplanung zu bleiben: liefern zwei der drei Computer unabhängig voneinander dasselbe Ergebnis, so wird die vorgeschlagene Implementierung umgesetzt. Die Auswahl des Ansatzes hängt ab von den Anforderungen und den Standards im Prozess.

Abschnitt 8.1.1: Quantifizierung von Risiken und Sicherheitsintegritätslevel

Um ein Sicherheitssystem angemessen zu verstehen und implementieren zu können, bedarf es einer Quantifizierung des Risikos. Sei das Risiko R definiert als

$$R = CD \quad (249)$$

wobei C den Einfluss der Gefahrenquelle und D die Frequenz des Auftretens der Gefährdung darstellt. Die Frequenz des Auftretens der Gefährdung ist wiederum definiert als

$$D = FPW \quad (250)$$

wobei F die Auftretensfrequenz, P die Wahrscheinlichkeit, dass die Gefährdung nicht abgeschwächt werden kann, und W die Wahrscheinlichkeit, dass ohne ein Sicherheitssystem ungewollte Zustände eingenommen werden, ist. Da es wenig zielführend ist, dem Risiko einen exakten Wert zuzuordnen, wird stattdessen jeder Variable ein bestimmtes Level zugeordnet und schließlich die Kombination der Variablen/Level bewertet.

Für die Variable C sind folgende Stufen definiert:

- **C1:** kleinere Verletzungen
- **C2:** größere oder dauerhafte Verletzungen einer oder mehrerer Personen oder ein Todesfall
- **C3:** bis zu fünf Todesfälle
- **C4:** mehr als fünf Todesfälle.

Bei der Variable F sind lediglich zwei Stufen definiert:

- **F1:** während eines Tages sind Personen maximal 10 % der Zeit im Gefahrenbereich.
- **F2:** während eines Tages sind Personen mehr als 10 % der Zeit im Gefahrenbereich.

Für P gelten die zwei Stufen:

- **P1:** Es ist möglich, die Gefahr abzumildern, wobei man die nötigen Schritte bereitstellen muss.
- **P2:** Es ist nicht möglich, die Gefahr abzumildern.

Schließlich sind für W noch drei Stufen definiert:

- **W1:** Der ungewünschte Zustand tritt weniger als einmal in zehn Jahren auf.
- **W2:** Der ungewünschte Zustand tritt weniger als einmal pro Jahr auf.
- **W3:** Der ungewünschte Zustand tritt mehr als einmal pro Jahr auf.

Die oben genannten Level werden entsprechend den Ergebnissen kombiniert und ergeben zusammen die **Sicherheitsanforderungsstufe (SIL)**. Die sich ergebenden SIL werden von SIL1 bis SIL4 klassifiziert, wobei höhere Zahlen ein höheres Gefährdungsniveau implizieren. Die Beziehung zwischen den einzelnen Parametern wird in Abbildung 122 noch einmal verdeutlicht.

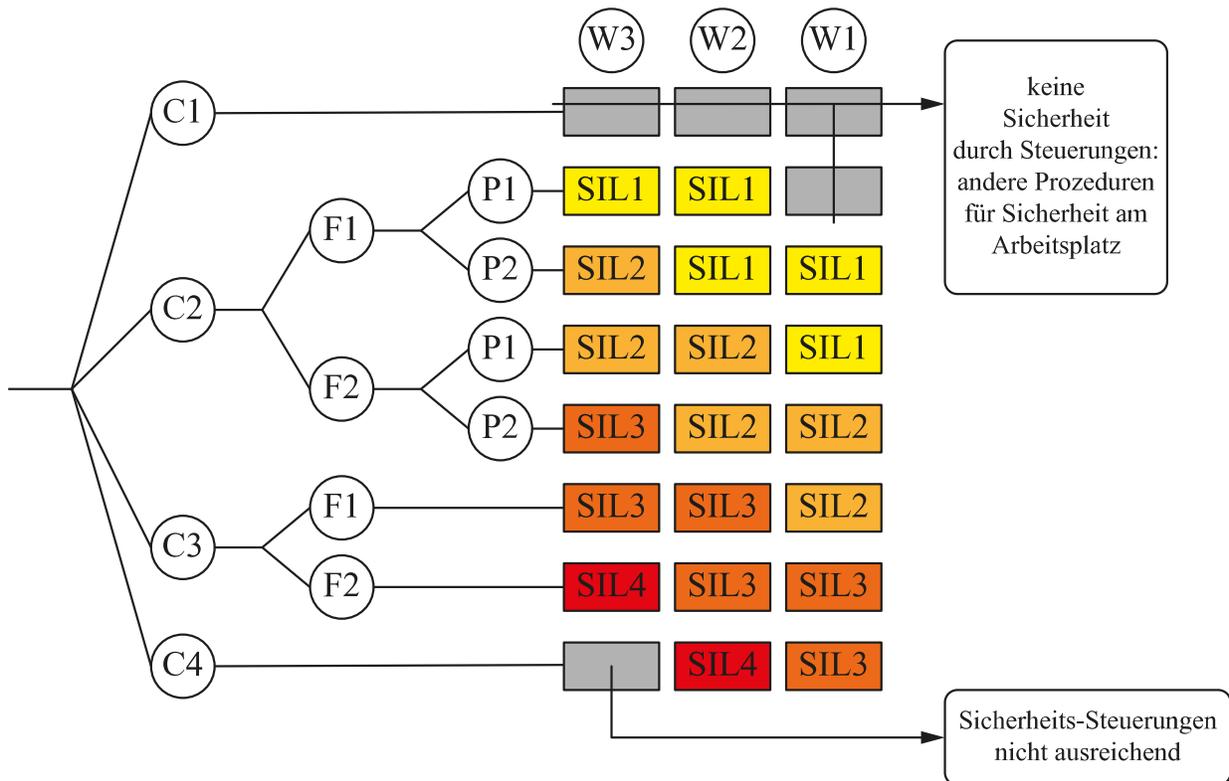


Abbildung 122: Beziehung zwischen den Parametern und den Gefährdungsniveaus

Abschnitt 8.2: Sicherheitsregularien

Sicherheitsregularien sind in Deutschland und europa- bzw. weltweit von unterschiedlicher rechtlicher Verbindlichkeit. In Deutschland werden die Normen durch das Deutsche Institut für Normung (kurz DIN) entwickelt und veröffentlicht. Das DIN veröffentlicht jedoch nicht nur

sicherheitsrelevante Normen, sondern auch solche zur Formatierung von Briefen, zur Transliteration (Bedeutung von Zeichen anderer Sprachen) oder zum Ingenieurwesen. Alle Normen, die durch das DIN entwickelt oder akzeptiert werden, sind ihrer Struktur nach durch das Präfix DIN und eine nachfolgende Zahl gekennzeichnet. Zur Kennzeichnung der allgemeinen Anwendbarkeit der Normen können zusätzliche Buchstaben hinzugefügt werden. Die Bezeichnung DIN EN zeigt, dass es sich bei der Norm um eine europäische Norm handelt, die vom DIN übernommen wurde. Hat die Norm die Bezeichnung DIN ISO, handelt es sich um eine deutsche Adaption einer international durch die *International Standards Organisation* (ISO) entwickelten Norm. Die Bezeichnung DIN EN ISO gibt also an, dass es sich um eine deutsche Übernahme einer unter Federführung von ISO oder CEN entstandenen Norm, die dann von beiden Organisationen veröffentlicht wurde, handelt. Sind im Allgemeinen mehrere Präfixe vor einer Norm vorhanden, so zeigt dies, dass es sich um dieselbe Norm nur in unterschiedlicher Notation handelt. Die Norm DIN ISO ##### entspricht also der korrespondierenden ISO ##### Norm. Einige Beispiele für DIN-Normen sind

- 1) DIN 31635: Information und Dokumentation - Umschrift des arabischen Alphabets für die Sprachen Arabisch, Osmanisch-Türkisch, Persisch, Kurdisch, Urdu und Paschtu
- 2) DIN EN ISO 216: Schreibpapier und bestimmte Gruppen von Drucksachen - Endformate - A- und B-Reihen und Kennzeichnung der Maschinenlaufrichtung
- 3) DIN ISO 509: Technische Zeichnungen - Freistiche - Formen, Maße
- 4) DIN EN 772-7: Prüfverfahren für Mauersteine - Teil 7: Bestimmung der Wasseraufnahme von Mauerziegeln für Feuchteisolierschichten durch Lagerung in siedendem Wasser

In anderen Ländern werden ähnliche Verfahren verwendet, so haben Normen in Österreich das Präfix ÖNORM, oder in den Vereinigten Staaten von Amerika wird ANSI vor die Norm gesetzt.

Sicherheitsregularien für Maschinen in Deutschland und weiten Teilen Europas können in drei Typen unterteilt werden:

- **Typ A-Verordnungen:** Diese Verordnungen decken die grundlegenden Sicherheitskonzepte, Entwurfsprinzipien und allgemeinen Aspekte von Maschinen ab. Ein Beispiel ist die EN ISO 12100, welche allgemeine Entwurfsprinzipien dokumentiert.
- **Typ B-Verordnungen:** Diese Verordnungen stellen grundlegende Sicherheitsstandards und Anforderungen an Schutzausrüstung dar. Hier gibt es wiederum zwei Subtypen: **B1-Verordnungen** decken spezifische Sicherheitsaspekte ab, wohingegen **B2-**

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Verordnungen Standards für Schutzmaterial bei Maschinen beschreiben. Eine B1-Verordnung ist die EN ISO 13855, welche Richtlinien für die Anordnung von Schutzgeräten vorschreibt. EN 953 ist eine B2-Verordnung, die feste Schutzeinrichtungen an Maschinen beschreibt.

- **Typ C-Verordnungen:** Die Verordnungen definieren spezifische Sicherheitsstandards für Maschinen oder Gruppen von Maschinen. Ein Beispiel ist die EN 693, die Normungen für hydraulische Pressen enthält.

Abschnitt 8.3: Digitale Sicherheit

Durch die zunehmende digitale Vernetzung der Produktion in heutigen Werken, ist es zunehmend notwendig, die Informationstechnik-Systeme (IT-Systeme) zu sichern. Die Hauptaufgabe der digitalen Sicherheit ist es also, Eindringlinge von außen fernzuhalten und zu verhindern, dass diese unautorisierte Änderungen am System vornehmen. Dieser Vorgang des Eindringens wird oft als **Hacking** bezeichnet und kann Unternehmen großen Schaden zufügen. Beispielsweise können sensible Prozessdaten oder personenbezogene Daten gestohlen oder Einfluss auf den Prozess genommen werden. Darüber hinaus sind rechtliche Probleme aufgrund von Veröffentlichungen bzw. Verteilung von personenbezogenen Daten denkbar.

Digitale Sicherheit kann durch die Vergabe starker Passwörter sowie Antivirus-Software zur Prüfung auf Eindringlinge erreicht werden. Zur Schaffung mehrerer Sicherheitsebenen sollten interagierende Netzwerke verwendet werden. Weiterhin ist es wichtig, Mitarbeitende zu schulen, da digitale Systeme nur so stark sind wie das schwächste Glied in der Kette. Sensibilisierungen, wie beispielsweise bei der Benutzung fremder USB-Speichermedien, tragen oftmals dazu bei, Hacker-Angriffe zu verhindern und das Unternehmen zu schützen.

Abschnitt 8.4: Aufgaben zum Kapitel

Die Aufgaben zum Kapitel bestehen aus drei verschiedenen Typen: (a) Grundlegende Konzepte (Wahr/Falsch), die das Verständnis des Lesers zu den wesentlichen Inhalten des Kapitels überprüfen; (b) Übungsaufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Fähigkeit des Lesers zu überprüfen, die erforderlichen Größen für einen unkomplizierten Datensatz mit einfachen oder ohne technische Hilfsmittel zu berechnen. In diesem Aufgabenkomplex sind auch Beweise von Lehrsätzen enthalten und (c) Übungen mit Rechnerunterstützung, die nicht nur ein gründliches Verständnis

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

der Grundlagen erfordern, sondern auch die Verwendung geeigneter Software zur schnellen Bearbeitung der gegebenen Datensätze.

Abschnitt 8.4.1: Grundlagen

Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- 1) Prozesssicherheit sollte niemals beachtet werden.
- 2) Eine Gefährdung stellt einen Sachverhalt dar, der ein hohes Potenzial aufweist, Schaden zu verursachen.
- 3) Ein Kurzschluss ist ein Beispiel einer Gefährdung, die durch das Freiwerden von gespeicherter Energie oder Arbeit ausgelöst wird.
- 4) Einstürzende Gebäude stellen eine Gefährdung durch freiwerdende kinetische Energie dar.
- 5) Gefährdungen, die nicht eliminiert werden können, sollten isoliert werden.
- 6) Der Entwurf komplexer Prozesse ist eine geeignete Strategie zur Minimierung von Risiken.
- 7) Das Prinzip der Ausfallsicherheit besagt, dass ein versagendes System immer in einem sicheren Zustand ankommen sollte.
- 8) Unter Beachtung des Prinzips der Ausfallsicherheit sollten Ventile im Fehlerfall immer geschlossen werden.
- 9) Ein PAAG hat das Ziel der Risikoidentifikation und -minimierung.
- 10) Redundanz bedeutet, dass ein einzelner Temperatursensor für die Prozessüberwachung und -steuerung eingesetzt wird.
- 11) Die Auswahl einer Vorgehensweise basierend auf einer Zwei-aus-drei-Entscheidung ist ein Beispiel für Redundanz durch Unterschiede.
- 12) Ein Risiko mit einer Auftrittsfrequenz von mehr als 10% ist immer Sicherheitsanforderungsstufe 4 zuzuordnen.
- 13) Ein Risiko mit der Gefährdungseinflussstufe C3 impliziert, dass es nur kleinere Verletzungen auslösen kann.
- 14) Ein Risiko mit der Abmilderungsstufe P2 besagt, dass eine Abmilderung nicht möglich ist.
- 15) Ein Risiko mit einer W-Stufe von W3 impliziert, dass der unerwünschte Zustand häufiger als einmal pro Jahr auftritt.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

- 16) In Deutschland decken Typ-A-Verordnungen detaillierte Anforderungen an die Sicherheit einer spezifischen Maschine ab.
- 17) Ein Beispiel für Typ-B-Verordnungen ist der Entwurf von Schutzgittern für Maschinen.
- 18) Ein Beispiel für Typ-C-Verordnungen sind die Normen für den Entwurf von chemischen Reaktoren.
- 19) Die Nutzung von einfachen Passwörtern sowie minimaler digitaler Sicherheit ist eine gute Strategie für einen kritischen chemischen Prozess.

Abschnitt 8.4.2: Übungsaufgaben

Diese Aufgaben sollen mit einem einfachen, nicht programmierbaren und nicht grafikfähigen Taschenrechner mithilfe von Stift und Papier gelöst werden.

- 20) Bestimmen Sie die Sicherheitsanforderungsstufe für die folgenden Risiken:
- Ein Risiko, welches zu C2, F1, W2 und P2 gehört.
 - Ein Risiko, welches zu C3, F2, P1 und W1 gehört.
- 21) Bestimmen Sie einige der Sicherheitsprobleme, die bei der Produktion der nachfolgend genannten Chemikalien auftreten können. Würden Sie, basierend auf den dargestellten Sicherheitsprinzipien, die Herstellung der Chemikalien durch Start-Ups ohne prozesstechnischen Hintergrund empfehlen? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- Acrylnitril (C_3H_3N), hergestellt aus Propen, Ammoniak und reinem Sauerstoff.
 - Propen (C_3H_6), hergestellt aus Ethen und 2-Buten.
- 22) Führen Sie für den in Abbildung 123 dargestellten Kompressor ein PAAG aus.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

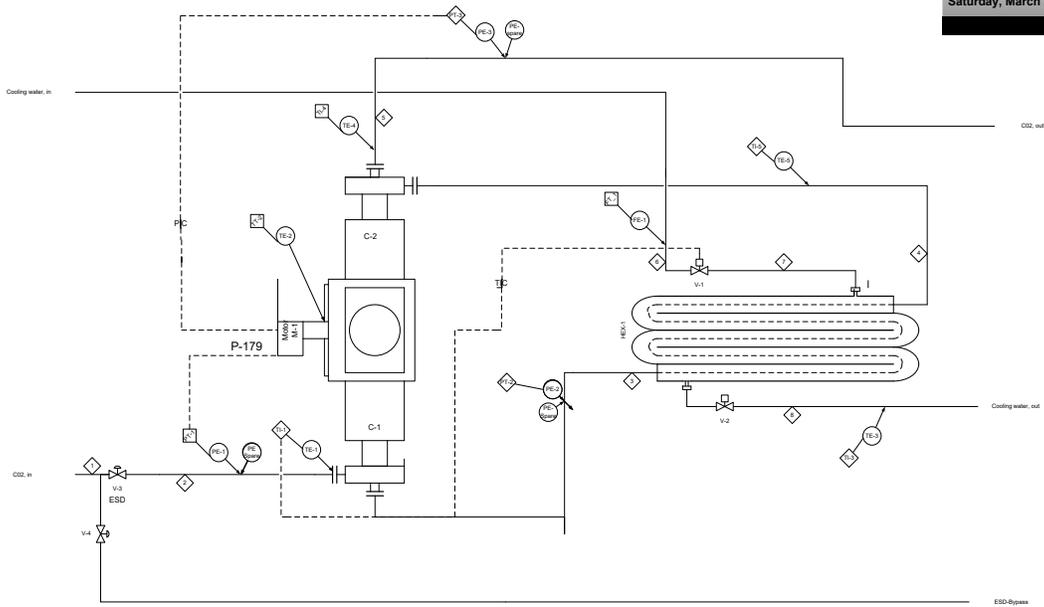


Abbildung 123: R&ID für eine Kompressor-Einheit

English version governs.
Die englische Version ist offiziell.

Kapitel 9: English-German and German-English Glossary

This chapter will provide translations in both directions for the most important concepts in the book.

Abschnitt 9.1: English-German Glossary

English Word	German Translation
Process	Prozess
System	System
Input (variable)	Eingang(sgröße)
Output (variable)	Ausgang(sgröße)
Disturbance (variable)	Störung(sgröße)
Manipulative (variable)	
Observable (variable)	Beobachtungsgröße
Process control	Prozessleittechnik
State (variable)	Zustand(sgröße)
Sensor	Sensorik
Actuator	Aktorik
Programmable logic controllers (PLC)	Speicherprogrammierbare Steuerung (SPS)
Human-machine interface (HMI)	Mensch-Maschine-Schnittstelle (MMS)
Safety	Sicherheit
Robust	Robust
Commissioning	Inbetriebnahme
Automation Engineering pyramid	Automatisierungspyramide
Enterprise resource planning level	Unternehmensebene
Manufacturing execution level	Betriebsleitebene
Process control level	Prozessleitebene
Control level	Steuerungsebene
Field level	Feldebene

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Process level	Prozessebene
Fieldbus	Feldbus
Time	Zeit
Value	Wert
Continuous	stetig; kontinuierlich ²⁸
Discrete	diskret
Binary signal	Binäres Signal
Analogue signal	Analogisches Signal
Digital signal	Digitales Signal
Accuracy	Genauigkeit ²⁹
Precision	Reproduzierbarkeit/Präzision ²⁹
Range (of a sensor)	Wertebereich (eines Sensors)
Bias	Verzerrung (<i>oder</i> Bias)
Calibration	Kalibrierung
Pressure sensor	Drucksensor
Gauge pressure	Überdruck
Vacuum (pressure)	Unterdruck ³⁰
(Liquid) Level sensor	Füllstandmessgerät
Flow sensor	Durchflussmessgerät
Temperature sensor	Temperaturmessgerät
Thermocouple	Thermoelement
Characterisation (curve)	Kennlinie
Valve	Ventil
Pump	Pumpe

²⁸ In German, *stetig* is used when referring to the concept of continuity in mathematics, that is, having no gaps, while *kontinuierlich* is in reference to a continuous-time system in contradistinction to a *discrete* system.

²⁹ In German, the emphasis that *can* be found on the distinction between *accuracy* and *precision* is not strong. In general, both concepts are often called *Genauigkeit* and both must be satisfied in order to have a good value for *Genauigkeit*.

³⁰ Uncertain!

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Stiction	Haftreibung ³¹
Deadband	Totzone/-bereich
Hysteresis	Hysterese
Pump characteristic curve	Pumpenkennlinie
Net positive suction head (NPSH)	Haltedruckhöhe ³²
(Pump) Head	Förderhöhe ³³
Efficiency	Effizienz
Central processing unit (CPU)	Zentrale Verarbeitungseinheit (ZVE)
Read-Only memory (ROM)	Festwertspeicher
Random access memory (RAM)	Direktzugriffsspeicher
Bus	Bus
Flag (in a PLC)	Markierung, Flag
Watchdog (in a PLC)	Watchdog
Scan (in a PLC)	Scan
Pre-emptive	Unterbrechend
Nonpre-emptive	Nicht unterbrechend
Analogue-to-Digital Converter	Analog-Digital-Wandler (<i>oder</i> -Umsetzer)
Digital-to-Analogue Converter	Digital-Analog-Wandler (<i>oder</i> -Umsetzer)
Data historian	Datenhistorie
Live zero	lebender Nullpunkt
State-space model	Zustandsmodell
Transfer function	Übergangsfunktion
Automaton (<i>pl</i> : automata)	Automat (<i>Pl.</i> : Automaten) ³⁴
Block diagram	Blockdiagramm

³¹ Normally, this would translate the concept of *static friction* as used in physics. The word in engineering has a slightly different meaning.

³² This concept is not commonly encountered in the German literature. The translation is suggested by the DIN EN ISO 17769 standard.

³³ This concept is foreign to the German literature on pumps, but see <https://de.wikipedia.org/wiki/F%C3%B6rderh%C3%B6he>.

³⁴ This is one of those weak *n*-nouns in German that use for the plural form also for all oblique cases in the singular.

English Word	German Translation
Piping and instrumentation diagram (P&ID)	Rohrleitungs- und Instrumentenfließschema (R&ID) ³⁵
Process flow diagram (PFD)	Verfahrensfließschema, -fließdiagramm
Linear	linear
Nonlinear	nicht linear
Principle of Superposition	Superpositionsprinzip
Principle of Homogeneity	Homogenitätsprinzip
Time-invariant	Zeitinvariant
Time-varying	Zeitvariant
Lumped parameter model	Modell mit konzentrierten Parametern
Distributed parameter model	Modell mit verteilten Parametern
Causal system	kausales System
Noncausal System	kausales System
System with memory	dynamisches System
System without memory (memoryless system)	statisches System
State	Zustand
Input	Eingang
Output	Ausgang
Single-input, single-output system	Eingrößensystem
Multi-input, multi-output system	Mehrgrößensystem
Deadtime	Totzeit
Time delay	Totzeit
Realisation	Normalform ³⁶
Controllable canonical realisation	Regelungsnormalform
Observable canonical realisation	Beobachtungsnormalform
Prediction error model	Vorhersagefehler-Modell

³⁵ The abbreviation is based on the form *Rohrleitungs- und Instrumentendiagramm*.

³⁶ Unclear if this is the correct translation

English Word	German Translation
Autoregressive Moving Average Exogenous Model	Autoregressive Moving-Average-Modell mit externen Eingängen
Autoregressive Exogenous Model	Autoregressive Moving-Average-Modell
Output-Error Model	Ausgangsfehler-Modell
(infinite) impulse response	Impulsantwortmodell
compact state-space representation	kompakte Zustandsdarstellung ³⁷
Pole (of a transfer function)	Polstelle (einer Übertragungsfunktion)
Zero (of a transfer function)	Nullstelle (einer Übertragungsfunktion)
Steady state (system)	stationärer Zustand
Transient	transient
Settling time	Einschwingzeit
Gain	Verstärkung
Time constant	Zeitkonstant ³⁸
Stability	Stabilität
(asymptotically) stable	(asymptotisch) stabil
Unstable	unstabil
Alphabet (in context of automata)	Eingabealphabet (in Kontext von Automaten)
Word (in context of automata)	Wort (in Kontext von Automaten)
Transition function	Übergangsfunktion
Accepting (marked) state	Akzeptierender Zustand
Rejecting state	Nichtakzeptierender Zustand
Language recognised (marked) by the automaton	von Automaten akzeptierte Sprache
Language generated by the automaton	von Automaten erzeugte Sprache
Self-Loop	Selbstschleife
Deadlock	Verklemmung, Deadlock

³⁷ Unsure of the translation

³⁸ Confusingly, in the older German literature, the term *Totzeit* is also used. It should be avoided in order to make it clear what is being discussed.

English Word	German Translation
Livelock	Livelock
Blocking	Blockierung
Nondeterministic	nicht deterministisch
Deterministic	deterministisch
Periodic states	periodische Zustände
Ergodic states	ergodische Zustände
Transient states	
Product composition	Produkt-Komposition
Parallel composition	Parallele Komposition
Clock	Uhr
Invariant	Invariant
Urgent	dringend
Nonurgent	nicht dringend
Conjunction	Konjunktion
Disjunction	Disjunktion
Negation	Negation
Implication	Implikation
Equivalency, Equivalence	Äquivalenz
Unary	unär
Binary	binär
Truth table	Wahrheitstabelle
Sum-of-Products Form (SOP)	Disjunktive Normalform (DNF)
Product-of-Sums Form (POS)	Konjunktive Normalform (KNF)
Minterm	Minterm
Maxterm	Maxterm
Duality	Dualität
Karnaugh map (K-map)	Karnaugh-Veitch-Diagramm (KVD)
Implicant	Term (Kapitel 5)
Prime implicant	Primterm
Essential prime implicant	Kernprimterm

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Programme organisation unit (POU)	Programmorganisationseinheit (POE)
Function (FUN)	Funktion (FUN)
Function Block (FB)	Funktionsbaustein (FB)
Programme (PROG)	Programm (PROG)
Resource	Ressource
Scheduling	Aufgabenplanung
Cyclically (in terms of PLCs)	Periodisch
On demand (in terms of PLCs)	Nicht periodisch
Configuration	Konfiguration
Variable (VAR)	Variable (VAR)
Input variable (VAR_INPUT)	Eingangsvariable (VAR_INPUT)
Output variable (VAR_OUTPUT)	Ausgangsvariable (VAR_OUTPUT)
Input-and-Output Variable (VAR_IN_OUT)	Ein- und Ausgangsvariable (VAR_IN_OUT)
Pointer	Zeiger
External variable (VAR_EXTERNAL)	Externe Variable (VAR_EXTERNAL)
Global variable (VAR_GLOBAL)	Globale Variable (VAR_GLOBAL)
Access variable (VAR_ACCESS)	Zugriffvariable (VAR_ACCESS)
Delimiter	Begrenzungszeichen
Keyword	Schlüsselwort
Literal	Literal
Identifier	Bezeichner
Space	Leerzeichen
End-of-Line	Zeilenende
Plus (+)	Plus
Minus (-)	Minus
Octothorpe (#) (also pound sign)	Nummernkreuz
Period (.)	Punkt
Quotation mark (')	Anführungszeichen
Dollar sign (\$)	Dollar-Zeichen

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Colon (:)	Doppelpunkt
Assignment (Walrus) Operator (:=)	Zuweisung
(round) Brackets ()	Runde Klammern
Square brackets []	Eckige Klammern
Comma (,)	Komma
Semicolon (;)	Semikolon
Percent (%)	Prozent
Assignment Operator (=>)	Zuweisung
Exponent	Exponent
Multiplication	Multiplikation
Division	Division
Ampersand (&)	Kaufmanns-UND
String	Zeichenfolge
Bit Sequence	Bitfolge
Integer	Ganzzahl
Floating-Point number	Gleitpunkt
Signed integer	Ganzzahl mit Vorzeichen
Unsigned integer	Ganzzahl ohne Vorzeichen
Array	Feld
Data Structures	Datenstrukturen
Derived data type	Abgeleiteter Datentyp
Derivation (in terms of data types), Type definition	Ableitung, Typdefinition
Ladder logic	Kontaktplan
Track	Scheine
Open contact	Offener Kontakt
Closed contact	Geschlossener Kontakt
Positive-transition sensing contact	Kontakt mit positiver Flankenerkennung
Negative-transition sensing contact	Kontakt mit negativer Flankenerkennung
Coil	Spule

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Negated coil	Negierte Spule
Set coil	Setzspule
Reset coil	RücksetzSpule
Positive-transition sensing coil	Spule mit positiver Flankenerkennung
Negative-transition sensing coil	Spule mit negativer Flankenerkennung
Set-Reset block	Setz-Rücksetz-Block
Return	Rücksprung
Conditional return	Bedingter Rücksprung
Jump	Sprung
Conditional jump	Bedingter Sprung
Label	Etikette
Instruction list	Anweisungsliste (AL)
Universal accumulator	Universelle Akkumulator
Current result	Aktuelles Ergebnis (AE)
Operator	Operator
Operand	Operand
Load	Laden
Save	Speichern
Boolean exclusive OR	Boolesche Exklusiv-ODER
Function block language	Funktionsbausteinsprache
Negation	Negation
Link	Link
Rising edge	Steigende Flank
Falling edge	Fallende Flank
Feedback variable	Rückkopplungsvariable
Structured Text	Strukturierte Texte
{FOR, WHILE, REPEAT} Loop	Wiederholungsanweisung {FOR, WHILE, REPEAT}
Modulo	Modulo
Equality	Gleichheit

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Inequality	Ungleichheit
Command to break a loop	Schleifenabbruch
Branching	Verzweigung
Sequential Function Chart Language	Ablaufsprache
Step	Schritt
Transition	Transition
Guard	Wache (in terms of SFC)
Token (active attribute)	Token (Aktiv-Attribut)
Action block	Aktionsblock
Qualifier (in terms of SFC)	Befehlsart
Action name (in terms of SFC)	Befehlsname
Indicator variable (in terms of SFC)	Kennzeichnung
Process description (in terms of SFC)	Aktionsbeschreibung
Not saved (N)	Nicht gespeichert
Saved (S)	Gespeichert
(time) Length (L)	Zeitbegrenzt
Delay (D)	Verzögert
Pulse (P)	Puls
Alternative path (in SFC)	Alternativer Weg
Parallel path (in SFC)	Paralleler Weg
Transition condition	Transitionsbedingung
Sequential Function Chart	Ablaufkette
Transducer	Wandler
Manometer	Manometer
Performance (in terms of how well something	Leistungsfähigkeit
is/acts)	
Current-to-pressure converter	Strom-zu-Druck-Wandler
Positioner (for valves)	Stellungsregler
Air-to-open	luftöffnend
Air-to-close	Luftschließend

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Valve stem	Ventilstempel
Quick-opening Valve	Schnellöffnendes Ventil
Equal-percentage valve	Gleichprozentiges Ventil
Slip-jump behaviour	Haftgleiteffekt
Task	Aufgabe
Finite-State automaton	Endlicher Automat
Timed automaton	Zeitbewerteter Automat
PCE category	PCE-Kategorie
PCE processing function	PCE-Verarbeitungsfunktion
Good manufacturing process (GMP)	Gute Herstellungspraxis
Process control engineering (PCE)	Prozessleittechnik
Open-loop control (setpoint tracking)	Steuerung
Closed-loop control (regulatory control)	Regelung
Feedforward control	Regelung mit Vorsteuerung
Discrete event control	Ereignisbasierte Regelung
Supervisory control	Überwachungssteuerung
Plant-model mismatch	Modellierungsfehler
(process) Bias	
Observer	Beobachter
Controller	Regler
Observer gain	Beobacherverstärkung
Separation principle	Separationsansatz
Integral time constant	Nachstellzeit
Derivative time constant	Vorhaltzeit
Controller gain (K_C)	Proportionale Reglerverstärkung
Proportional term	Proportionalanteil
Integral term	Integralanteil
Derivative term	Differenzialanteil
Integral wind-up	Integratoraufwicklung
Jitter	Jitter

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
Derivative kick	Ableitungssprung
Rise time	Anstiegszeit τ_r
Overshoot	Überschwingen
Settling time	Einschwingzeit
Feedforward control	Vorsteuerung
Supervisory control	Überwachungssteuerung
Read-only memory (ROM)	Festwertspeicher
Erasable programmable ROM (EPROM)	löscharer programmierbarer ROM
Random-access memory (RAM)	Direktzugriffsspeicher
Single-input, single-output system (SISO)	Eingrößensystem
Multi-input, multi-output system (MIMO)	Mehrgrößensystem
Multi-input, single-output system (MISO)	Mehreingangsgößen-Eingausgangsgößen-System
Process flow diagram (PFD)	Verfahrensfließschemata (PFDs)
Block diagram	Blockdiagramme
Piping and Instrumentation Diagram (R&ID)	Rohrleitungs- und Instrumentenfließschemata (R&IDs)
Call by value	Aufruf nach Wert
Return by value	Rückgabe nach Wert
Call by reference	Aufruf nach Referenz
Pointer	Zeiger
Array	Feld
inherently safer predesign	PAAG-Verfahren
hazard-and-operability study (HAZOP)	Sicherheitsanforderungsstufe
safety integrity level	Referenzwert, Sollwert
setpoint	Regelfehler
controller error	bleibende Regelabweichung
bias (in context of control)	Integratoraufwicklung
integral wind-up	Verzahnung
interlocking	

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

English Word	German Translation
deadbanding	Weitbereichsregelung
gain scheduling	arbeitspunktabhängige Verstärkungseinstellung
Manufacturing Execution System (MES) Supervisory, Control, and Data Acquisition (SCADA)	Manufacturing-Execution-System (MES) Systeme zur Überwachung, Steuerung und Datenerfassung (SCADA)
Integrated time-averaged error (ITAE)	integrierte zeitgemittelte Fehler (ITAE)
inherently safer predesign (ISPD)	eigensicheren Voraentwicklung (ISPD)
Hazard-and-operability study (HAZOP)	PAAG-Verfahren
safety integrity level (SIL)	Sicherheitsanforderungsstufe (SIL)
Timing diagram	Impulsdiagramm (oder Zeitablaufdiagramm)
Amplitude Ratio (AR)	Betragsgang
Gain margin (GM)	Amplitudenrand (Amplitudenreserve, A_R)
Phase margin (PM)	Phasenrand (Phasenreserve, ϕ_R)
Gain crossover (ω_g)	Verstärkungsdurchtritt
Phase crossover (ω_p)	Phasendurchtritt
control valve	Regelventil

Abschnitt 9.2: German-English Glossary

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Literatur

- Bindel, T., & Hofmann, D. (2016). *R&I-Fließschema*. Wiesbaden, Germany: Springer Vieweg. doi:10.1007/978-3-658-15559-9
- John, K.-H., & Tiegelkamp, K. (2009). *IEC 61131-3: Programming Industrial Automation Systems: Concepts and Programming Languages, Requirements for Programming Systems, Decision-Making Aids* (2nd Ausg.). Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- John, K.-H., & Tiegelkamp, M. (2009). *SPC-Programmierung mit IEC 61131-3: Konzepte und Programmiersprachen, Anforderungeng an Programmiersysteme, Entscheidungshilfen* (2nd Ausg.). Berlin, Germany: Springer.
- Seborg, D. E., Edgar, T. F., & Mellichamp, D. A. (2004). *Process Dynamics and Control* (2nd ed.). Hoboken, New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Seborg, D. E., Edgar, T. F., Mellichamp, D. A., & Doyle, F. J. (2011). *Process Dyanamics and Control* (3rd Ausg.). Hoboken, New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Seborg, D. E., Edgar, T. F., Mellichamp, D. A., & Doyle, F. J. (2011). *Process Dyanamics and Control* (3rd Ausg.). Hoboken, New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Shardt, Y. A. (2012). *Data Quality Assessment for Closed-Loop System Identification and Forecasting with Application to Soft Sensors*. Edmonton, Alberta, Canada: University of Alberta. doi:http://hdl.handle.net/10402/era.29018
- Shoukat Choudhury, M. A., Thornhill, N. F., & Shah, S. L. (2005). Modelling valve stiction. *Control Engineering Practice*, 641-658.
- Ulrich, G. D., & Vasudevan, P. T. (2004). *Chemical Engineering" Process Design and Economics: A Practical Guide*. (Second, Hrsg.) Durham, New Hampshire, USA: Process Publishing.

English version governs.

Die englische Version ist offiziell.

Anhang I: Partial Fractioning

When solving equations in the frequency domain and it is desired to convert them back into the time domain, it may be necessary to perform **partial fractioning** to obtain a solution. Although there exist many different approaches, the following is one simple method that will allow the final result to be obtained easily. Consider a rational function of the form:

$$\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{\prod_{i=1}^{n_l} (\alpha_i s + \beta_i)^{n_i} \prod_{j=1}^{n_q} (\alpha_j s^2 + \beta_j s + \gamma_j)^{n_j}} \quad (251)$$

where n_l represents the number of distinct linear terms, n_q the number of distinct irreducible quadratics (those that have imaginary roots as their solution), and α , β , and γ are known constants. Let n be the overall order of the system. In order to perform partial fractioning, write the following fraction depending on the form of the root:

- 1) For each linear term $(\alpha s + \beta)^n$, put the term, $\sum_{k=1}^n \frac{B_k}{(\alpha s + \beta)^k}$.
- 2) For each irreducible quadratic term, $(\alpha s^2 + \beta s + \gamma)^m$, put the term, $\sum_{k=1}^m \frac{A_k + B_k s}{(\alpha s^2 + \beta s + \gamma)^k}$.

Once the form of the partial fractioning solution has been obtained, it is necessary to solve for the unknown parameters. First, cross-multiply, so that the denominators are the same. Then, it is necessary to solve for the unknown parameters by equating the unknown side with the known, $N(s)$. The easiest way to solve this is using the following approach:

- 1) For each linear term, set $s = -\beta / \alpha$ to obtain B_n of the linear terms. This will reduce the

equation to the form $B_n \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^{n_l} (\alpha_i s + \beta_i)^{n_i} \prod_{j=1}^{n_q} (\alpha_j s^2 + \beta_j s + \gamma_j)^{n_j} = N(s)$ evaluated at the

given root.

- 2) For each quadratic term, set s equal to the imaginary roots. This will also reduce the equation to a simpler form and allow for A_n and B_n to be solved.

For the remaining terms, create a system of equations by selecting different values of s and evaluating the known values, so that the remaining unknowns can be solved. You will need $n - n_l - 2n_q$ equations in order to find the remaining $n - n_l - 2n_q$ terms.

Beispiel 49: Partial Fractioning

Consider the following fraction

$$\frac{3s+1}{(s+2)(s+1)^2(s^2+1)} \quad (252)$$

for which we wish to determine the partial fraction form.

Solution

First, we need to write the general form, that is, for each of the terms in the denominator, we will write the corresponding partial fraction using the rules above. This will give

$$\frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{(s+1)^2} + \frac{Ds+E}{s^2+1} \quad (253)$$

It can be noted that for the first term $s+2$, as well as the last term s^2+1 , there will only be a single component, since its exponent is one. For the middle term, $(s+1)^2$, there will be two terms, since the exponent is two. For the linear terms, we set a simple constant term in the numerator, while for the quadratic term, we include a linear term in the numerator.

Next, we need to determine the values of the constants in the numerator. Before doing this, let us cross-multiply and determine the general form of the numerator

$$A(s+1)^2(s^2+1) + B(s+2)(s+1)(s^2+1) + C(s+2)(s^2+1) + (Ds+E)(s+2)(s+1)^2 = 3s+1 \quad (254)$$

As was previously mentioned, we can see that setting $s = -1$ or -2 will cancel every term but one, allowing us to effortlessly compute that term. This gives for $s = -1$

$$\begin{aligned} C(-1+2)\left((-1)^2+1\right) &= 3(-1)+1 \\ C &= \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned} \quad (255)$$

Similarly, for $s = -2$, we get

$$\begin{aligned} A(-2+1)^2\left((-2)^2+1\right) &= 3(-2)+1 \\ A &= \frac{-5}{5} = -1 \end{aligned} \quad (256)$$

For the quadratic term, we can set $s = \pm j$, which will give us a linear system of equations in two unknown (D and E) that we can then solve to obtain the value of D and E . This gives

$$\begin{cases} (Dj + E)(j + 2)(j + 1)^2 = 3j + 1 \\ (-Dj + E)(-j + 2)(-j + 1)^2 = -3j + 1 \end{cases} \quad (257)$$

Placing all the constant terms on the right gives

$$\begin{cases} Dj + E = 0.5 - 0.5j \\ -Dj + E = 0.5 + 0.5j \end{cases} \quad (258)$$

Adding the two equations together gives that $E = (0.5 + 0.5)/2 = 0.5$. From this, it follows that $D = -0.5$. It can be noted that these two equations will always be complex conjugates of each other and one can use this fact to solve them without necessarily computing both components.

The remaining term B can be found by selecting an arbitrary value of s (that has not already been used) and solving Equation (254). The known constants are inserted as required. Setting $s = 0$, we get

$$\begin{aligned} -1(1)^2(1) + B(2)(1)(1) - 1(2)(1) + (0.5)(2)(1)^2 &= 1 \\ B = \frac{3}{2} &= 1.5 \end{aligned} \quad (259)$$

Obviously, we have the correct answer if the numerator given by Equation (254) holds. This can be used to check the solution obtained.