



„Logische Strukturen“ Übungsblatt 6, SS 2009

Aufgabe 1 (Wes Geistes Kind seid Ihr?)

Inspektor Craig kommt im Zuge seiner Ermittlungen in ein abgeschiedenes Dorf. Aus den Büchern im Standesamt erfährt er, dass für die Bewohner dieses Dorfes Folgendes gilt:

- 1) Ist ein Kind eines weiblichen Vampirs geisteskrank, so ist es ein Vampir.
 - 2) Die Kinder menschlicher Frauen sind gesund.
- (a) Formulieren Sie diese Regeln als prädikatenlogische Formeln.
- (b) Zeigen Sie, dass in diesem Dorf alle geisteskranken Bewohner Vampire sind, indem Sie eine geeignete pLF mit Hilfe des Grundresolutionsalgorithmus auf Unerfüllbarkeit testen.

Aufgabe 2 (Herakles heroische Heldentaten)

Eurystheus befahl Herakles, die Stallungen des Augias in einem Tag zu reinigen.

- (a) Helfen Sie dem heroischen Helden und bringen Sie die folgende pLF in Skolemform:

$$\neg(\forall x (P(x, y) \rightarrow Q(f(y)))) \wedge \forall x \forall y P(x, f(y))$$

- (b) Einerseits reichte nicht einmal die Kraft des Herakles, um die gestellte Aufgabe zu erfüllen. Andererseits konnte er sie doch erfüllen, indem er die Flüsse Alpheios und Peneios umleitete. Finden Sie eine prädikatenlogische Struktur, in der obige Formel nicht erfüllt ist, und geben Sie auch ein Modell für die Formel an, d. h., eine Struktur, in der die Formel gilt.

Aufgabe 3 (Der Leichengräber)

In einem Dorf Transsylvaniens, das bekanntermaßen von Menschen und Vampiren bewohnt wird, gilt Folgendes:

- 1) Sind beide Eltern eines Bewohners Menschen, so ist der Bewohner selbst auch ein Mensch.
 - 2) Ein Bewohner ist geisteskrank, wenn eines seiner Kinder geisteskrank ist.
 - 3) Der Leichengräber ist ein Vampir.
- (a) Drücken Sie obige Tatsachen als eine pLF aus.
- (b) Bringen Sie die Formel aus (a) in Skolemform.

Aufgabe 4 (Herbrand-Expansion)

Gegeben sei die prädikatenlogische Formel

$$F \equiv \forall x \forall y \forall z ((P(f(x), x) \vee Q(x)) \wedge \neg R(f(y)) \wedge (\neg P(y, z) \vee \neg R(y) \vee R(z))) .$$

Man gebe zehn erste Terme des zugehörigen Herbrand-Universums sowie die ersten sechs Formeln aus der Herbrand-Expansion von F an.