TU Ilmenau, Fakultät IA
Institut TTI, FG Automaten und Formale Sprachen
Prof. Dr. M. Kunde, Dr. M. Brinkmeier
http://www.tu-ilmenau.de/fakia/pagh_ss09.html

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

„Parallele Algorithmen auf Gittern und Hypercubes“ Übungsblatt 6, SS 2009

Abgabe: Mittwoch den 24.6.2009, 12 Uhr, Briefkasten AFS/KTEA

Aufgabe 1 (Untere Schranken)

(a) Zeigen Sie, dass im Modell 1 für das 1-1-Sortieren auf einem Ring mit n Prozessoren mindestens $\frac{3}{4}n - O(1)$ Schritte benötigt werden.

(b) Zeigen Sie, dass bei beliebiger Indexfunktion im Modell 1 für das 1-1-Sortieren auf einem $n \times n$-Gitter mindestens $cn - o(n)$ Schritte mit $c > 2.2$ benötigt werden.

(c) Zeigen Sie, dass bei beliebiger Indexfunktion im Modell 1 für das 1-1-Sortieren auf einem $n \times n$-Torus mindestes $1.5n - o(n)$ Schritte benötigt werden.

Aufgabe 2 (Einbettung in Hypercube)

(a) Konstruieren Sie einen 5-Bit Gray Code.

(b) Betten sie ein 3×5 Gitter in einen Hypercube mit 16 Knoten ein, so dass die Einbettung eine Dilation und eine Congestion von 2 hat. Welche Load und Expansion hat Ihre Lösung?

Aufgabe 3 (Einbettung)

Sei $n > 0$ und $G_n = (V_n, E_n)$ der ungerichtete Graph mit

$$V_n = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{N}^4 \mid 0 \leq a, b, c, d < n\}$$

und

$$E_n = \{((a_1, b_1, c_1, d_1), (a_2, b_2, c_2, d_2)) \mid (a_1 = a_2 \wedge b_1 = b_2 \wedge |c_1 - c_2| + |d_1 - d_2| = 1) \\ \vee (a_1 = c_2 \wedge b_1 = d_2 \wedge c_1 = a_2 \wedge d_1 = b_2)\}.$$

Zeigen sie, dass ein $n \times n \times n \times n$ Gitter mit Load und Expansion 1, Congestion 4 und Dilation 3 in G_n eingebettet werden kann.

Aufgabe 4 (Topologie des Hypercube)

Zeigen Sie, dass für $n \geq 8$ der vollständige binäre Baum mit $n - 1$ Knoten nicht Teilgraph des Hypercubes mit n Knoten ist.