

„Effiziente Algorithmen“ Übungsblatt 6, WS 2005/2006

Abgabe: Mittwoch den 18.1.2006, 10 Uhr, Briefkasten AFS/KTEA, Blechhaus, 2. Stock

Aufgabe 1 (Zuverlässigkeit von Netzwerken)

$G = (V, E)$ sei ein gerichteter Graph mit Kantengewichten $0 \leq r(u, v) \leq 1$. Dabei interpretieren wir $r(u, v)$ als Wahrscheinlichkeit, dass die Verbindung **nicht** ausfällt (d.h. als Zuverlässigkeit). Wir nehmen weiter an, dass die Ausfälle verschiedener Kanten unabhängig voneinander sind. Geben Sie einen (effizienten) Algorithmus an, der für alle Paare von Knoten einen **zuverlässigsten** Weg berechnet.

Aufgabe 2 (Algorithmus von Dijkstra)

Nehmen Sie an, dass in der in der Vorlesung vorgestellten Version des Algorithmus von Dijkstra die Zeile „**Solange** $Q \neq \emptyset$ **tue**“ gegen „**Solange** $|Q| > 1$ **tue**“ ersetzt wurde. Liefert der Algorithmus weiterhin korrekte Ergebnisse?

Aufgabe 3 (Der „Quadranten-Isomorphismus“)

Sei $n \in \mathbb{N}$ gerade und $f: M_n(R) \rightarrow M_2(M_{\frac{n}{2}}(R))$ die Abbildung aus der Vorlesung, die eine $n \times n$ Matrix auf eine 2×2 Matrix abbildet, deren Einträge wiederum $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$ Matrizen sind, die den Quadranten der ursprünglichen Matrix entsprechen.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

$$f(A + B) = f(A) + f(B) \quad \text{und} \quad f(AB) = f(A)f(B).$$

Aufgabe 4 (Strassen's Multiplikation)

Verwenden Sie Strassen's Algorithmus um das folgende Produkt zweier Matrizen zu berechnen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$