
Bewertung optischer Systeme

1. Geometrisch-optische Abbildung

2009-04-07

Herbert Gross

Inhalt / Übersicht

1. Geometrisch-optische Abbildung

1.1 Paraxiale und kollineare Abbildung

1.2 Matrixdarstellung der Abbildung

1.3 Pupillen, Blenden, Vignettierung

1.4 Delano-Diagramm

1.5 Spezielle Themen: Scheimpflug-Abbildung, Afokale Abbildung, Telezentrie, Coddington-Gleichungen, Anamorphote

Inhalt / Übersicht

1. Geometrisch-optische Abbildung

1.1 Paraxiale und kollineare Abbildung

1.2 Matrixdarstellung der Abbildung

1.3 Pupillen, Blenden, Vignettierung

1.4 Delano-Diagramm

1.5 Spezielle Themen: Scheimpflug-Abbildung, Afokale Abbildung, Telezentrie, Coddington-Gleichungen, Anamorphote

Paraxiale Näherung

- Brechungsgesetz :

$$n \cdot \sin I = n' \cdot \sin I'$$

- Näherung :

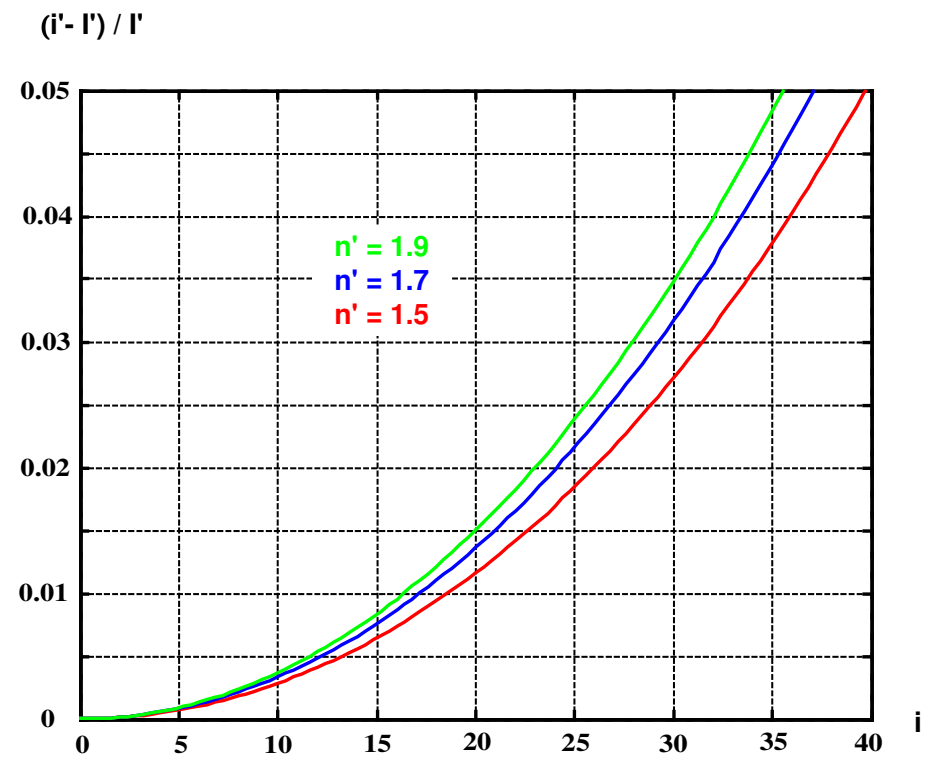
$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

- Lineare Form

$$n \cdot i = n' \cdot i'$$

- Fehler

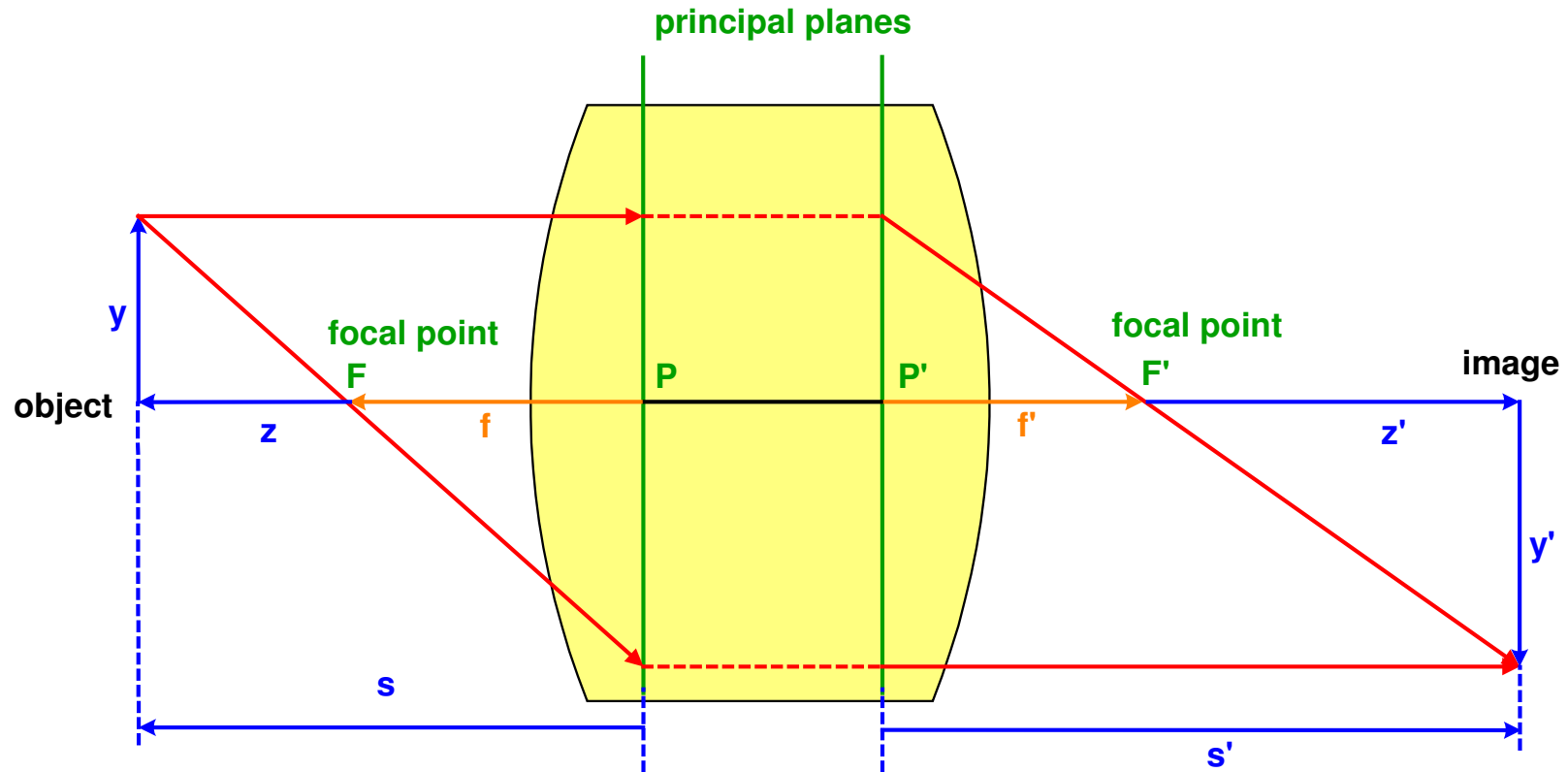
$$\varepsilon = \frac{i' - I'}{I'} = \frac{\frac{n \cdot i}{n'}}{\arcsin\left(\frac{n \cdot \sin i}{n'}\right)} - 1$$



Vergrößerung

- Laterale Vergrößerung :
Skalierung der Objektabbildung

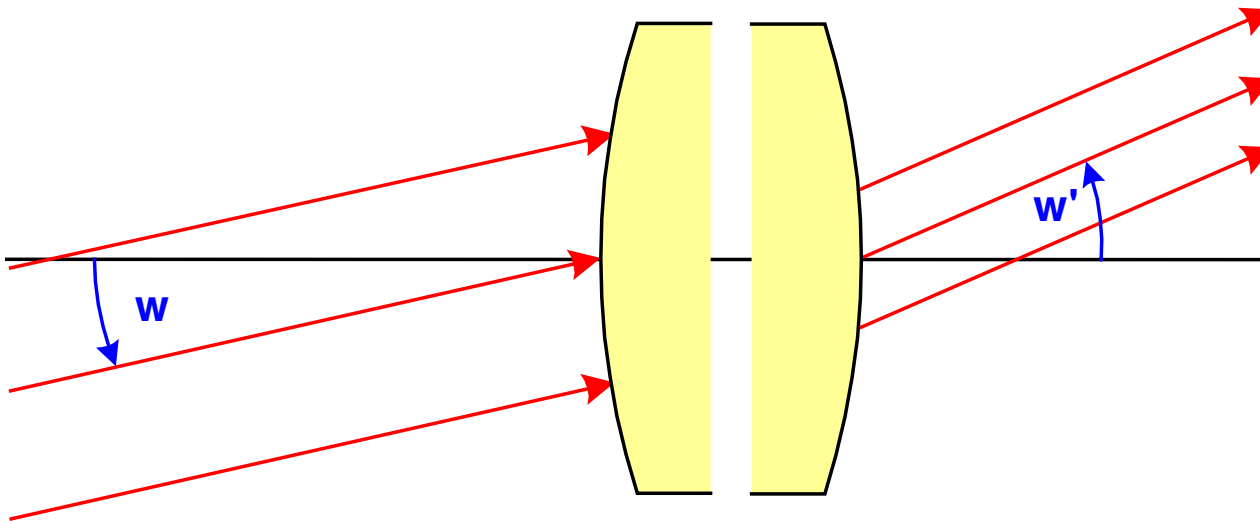
$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f \cdot \tan u}{f' \cdot \tan u'}$$



Vergrößerung

- Afokale Systeme : Definition mit Feldwinkel w
Winkelvergrößerung

$$\gamma = \frac{\tan w'}{\tan w} = \frac{nh}{n'h'}$$



- Zusammenhang

$$\beta \cdot \gamma = -\frac{f}{f'}$$

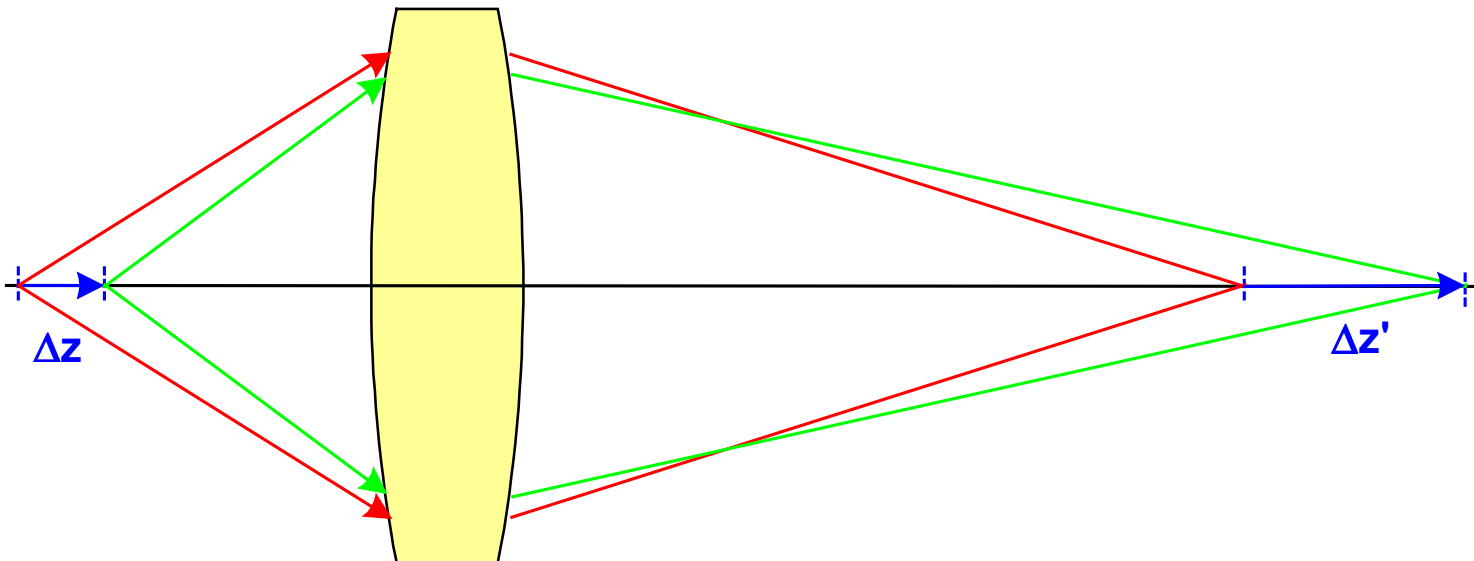
Vergrößerung

- Tiefenvergrößerung

- Näherung kleine Δz und $n = n'$

$$\alpha = \frac{\Delta z'}{\Delta z} = -\beta^2 \cdot \frac{f'}{f} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\beta \cdot \Delta z}{f}}$$

$$\alpha = -\beta^2 = -\frac{\tan^2 u}{\tan^2 u'}$$



Linsenformel

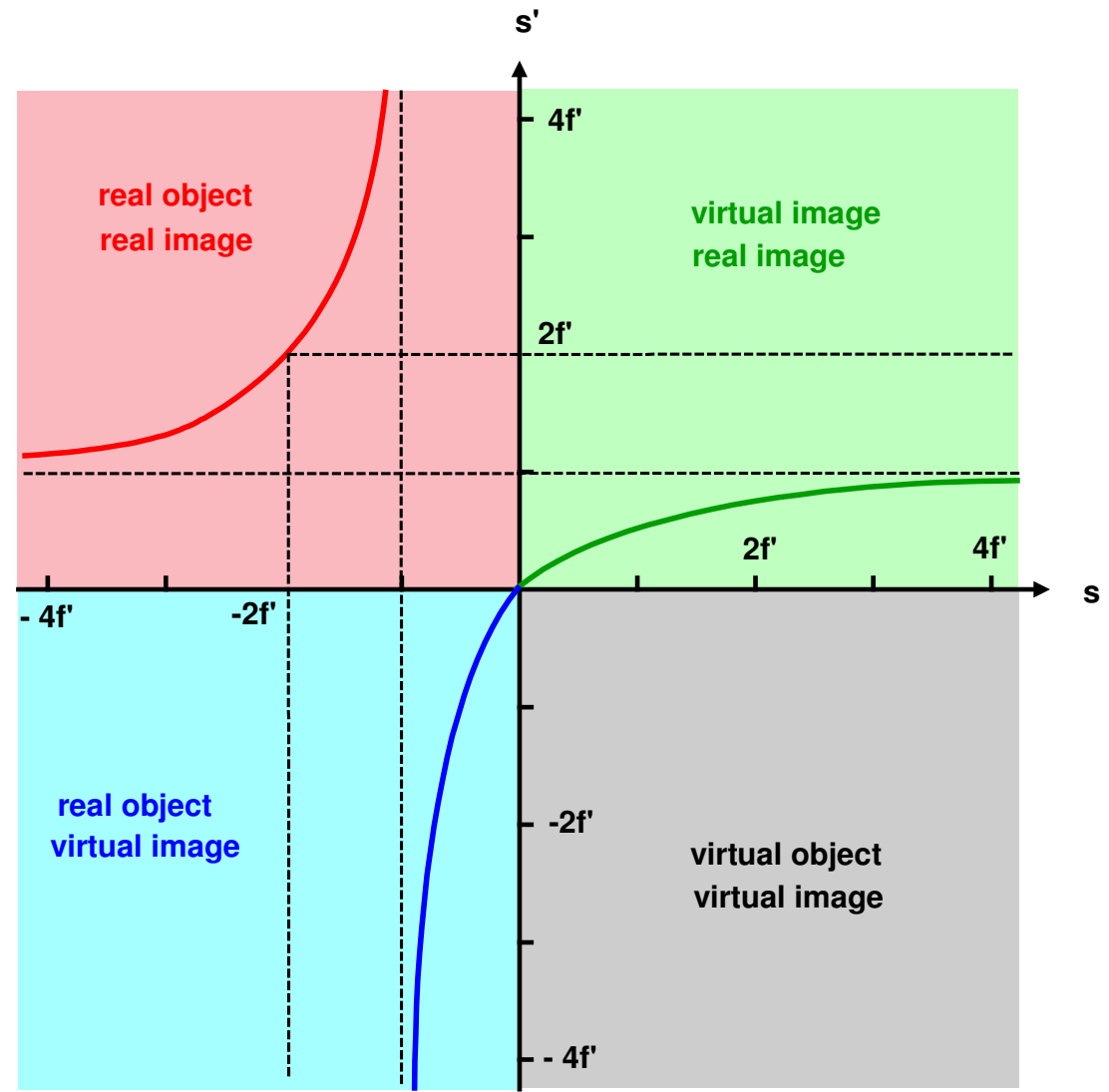
- Linsenformel :
Objekt- und Bildlage

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

- Abbildungsmaßstab

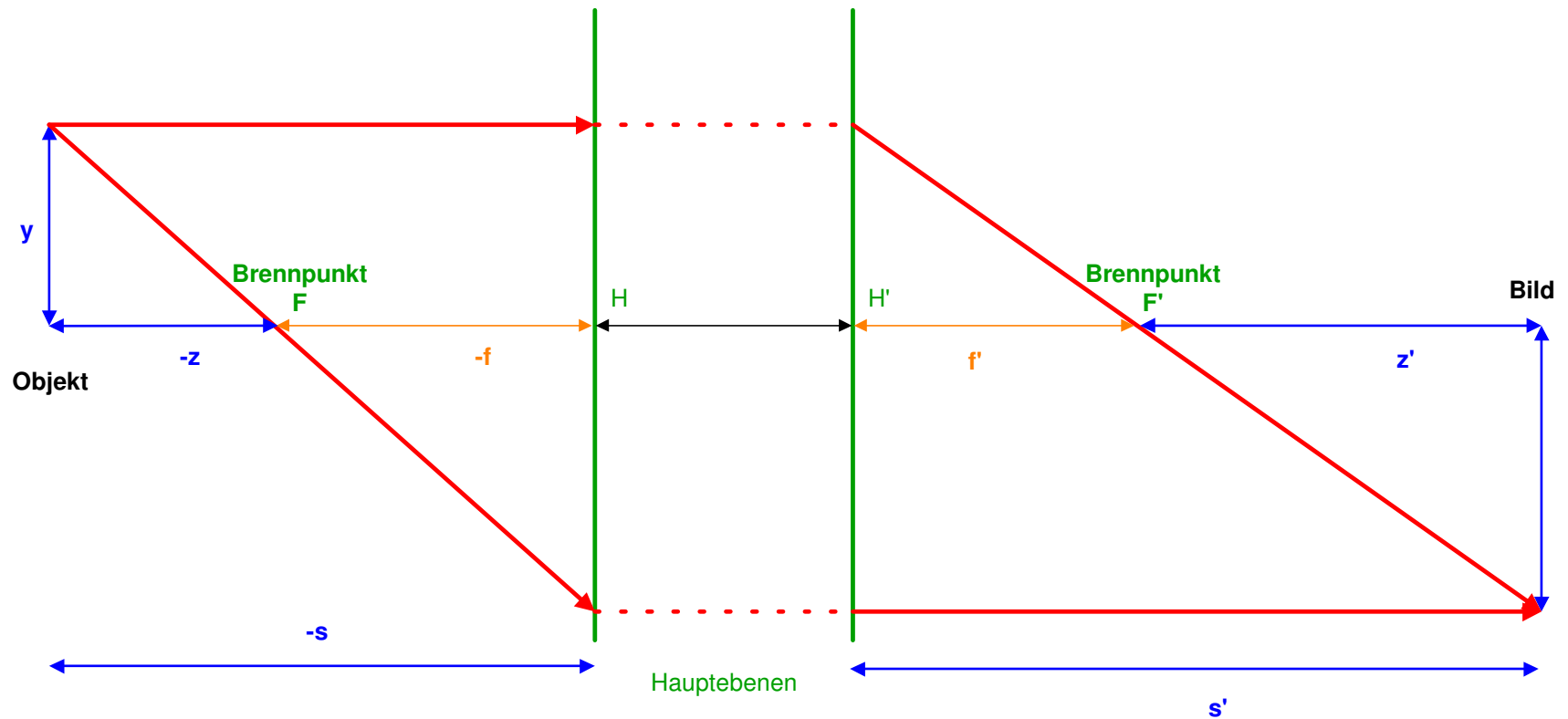
$$\beta = \frac{s'}{s}$$

- Reelle Abbildung :
 $s < 0, s' > 0$
- Schnittweiten s, s' :
bzgl, Hauptebenen
gemessen



Newtonformel

- Abbildungsgleichung nach Newton : $z \cdot z' = f \cdot f'$
- Abstände z, z' bzgl. Brennebenen gemessen



Mehr-Komponenten-Systeme

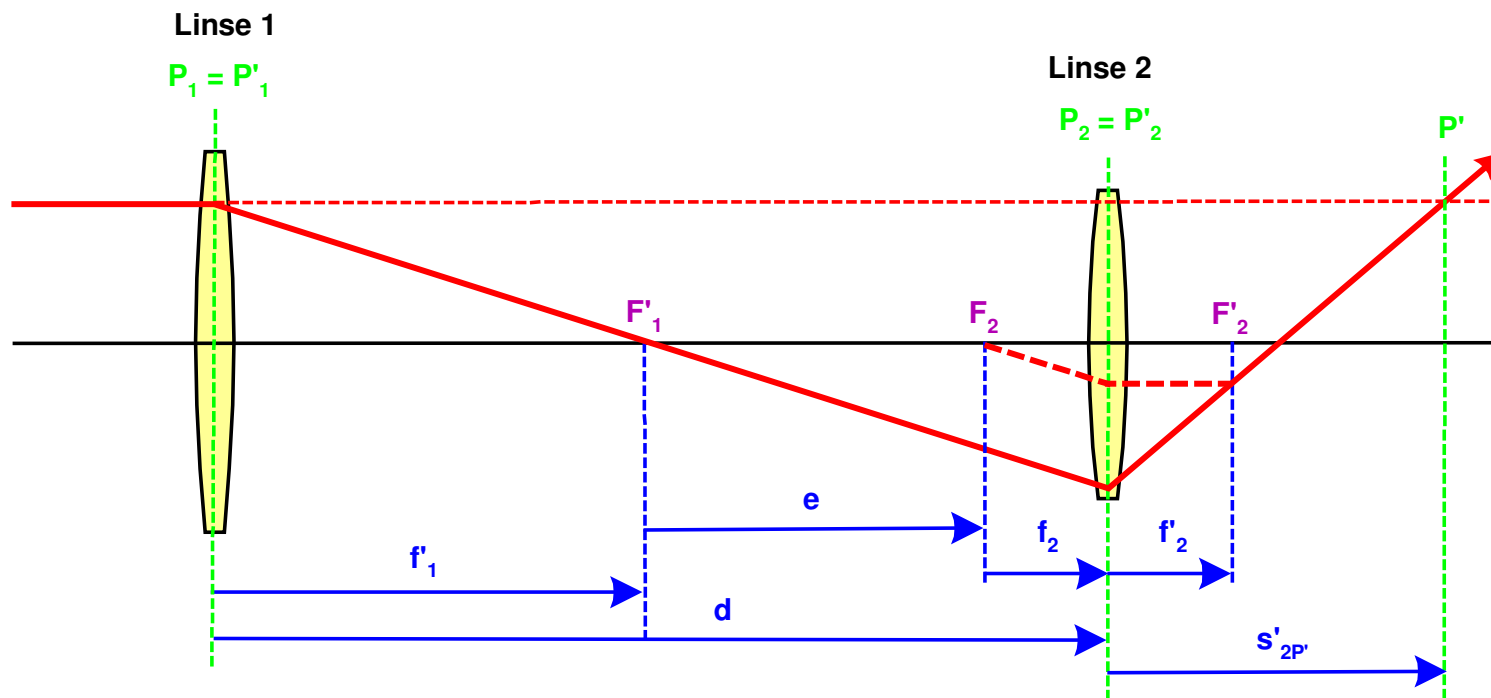
- 2 Komponenten im Abstand d :
$$F = F_1 + F_2 - \frac{d \cdot F_1 \cdot F_2}{n}$$
- Brennweite
e : Brennpunktsabstand
$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} = \frac{f_1 \cdot f_2}{e}$$
- Folge von dicht stehenden
Komponenten
$$F = \sum_k F_k$$
- Paraxiale Flächenfolge
mit Höhenverhältnis des
Randstrahls
$$F = \sum_k \frac{h_k}{h_1} \cdot (n'_k - n_k) \cdot \frac{1}{r_k}$$
- Laterale Vergrößerung
$$\beta = \frac{s'_1}{s_1} \cdot \frac{s'_2}{s_2} \cdot \dots \cdot \frac{s'_k}{s_k} \cdot \frac{n_1}{n'_k}$$

System aus zwei dünnen Linsen : Kardinalpunkte

- Hauptebenen :
 P' bzgl hinterem Hauptpunkt Linse 2 :
 P bzgl vorderem Hauptpunkt Linse 1 :

$$s'_{2P'} = -\frac{d \cdot f'}{f'_1}$$

$$s_{1P} = \frac{d \cdot f'}{f'_2}$$

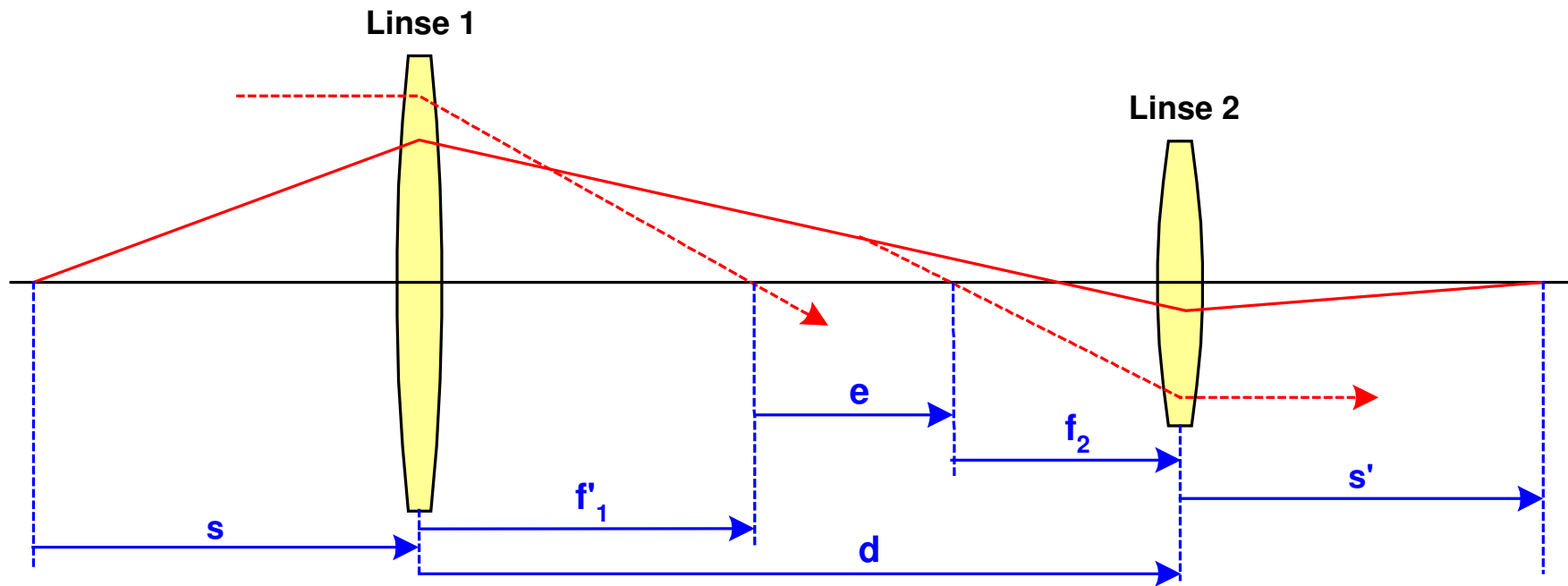


System aus zwei Komponenten

- Brennweite des resultierenden Systems
 e : Tubuslänge
- Schnittweite

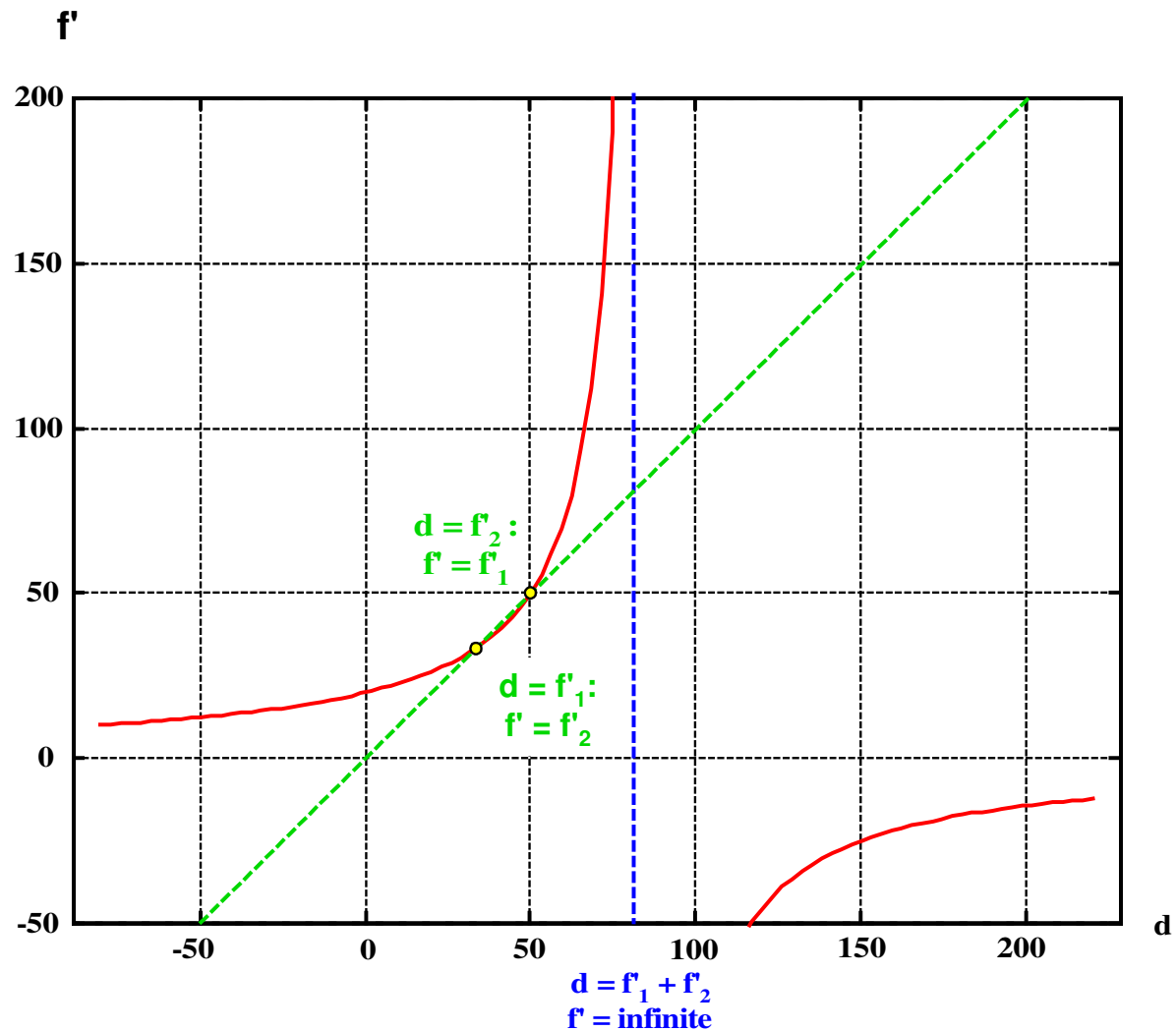
$$f' = \frac{f'_1 \cdot f'_2}{f'_1 + f'_2 - d} = \frac{f'_1 \cdot f'_2}{e}$$

$$s'_2 = \frac{(f'_1 - d) \cdot f'_2}{f'_1 + f'_2 - d} = \frac{(f'_1 - d) \cdot f'}{f'_1}$$



Brennweite eines Systems aus zwei Linsen

- Gesamtbrennweite als Funktion des Abstands



Linear Collineation

- General rational transformation

$$x' = \frac{F_1}{F_0}, \quad y' = \frac{F_2}{F_0}, \quad z' = \frac{F_3}{F_0}$$

- Linear expression

$$F_j = a_j x + b_j y + c_j z + d_j, \quad j=0,1,2,3$$

- Describes linear collinear transform $x,y,z \rightarrow x',y',z'$

- Analog in the image space

$$x = \frac{F'_1}{F'_0}, \quad y = \frac{F'_2}{F'_0}, \quad z = \frac{F'_3}{F'_0}$$

$$F'_j = a'_j x' + b'_j y' + c'_j z' + d'_j, \quad j=0,1,2,3$$

- Inserted in only 2 dimensions

$$z' = \frac{c_3 z + d_3}{c_0 z + d_0}, \quad y' = \frac{a_1 y}{c_0 z + d_0}$$

- Focal lengths

$$f = \frac{a_1}{c_0}, \quad f' = \frac{c_3 d_0 - d_3 c_0}{a_1 c_0}$$

- Principal planes

$$z_P = \frac{a_1 - d_0}{c_0}, \quad z_{P'} = \frac{c_3 a_1 - c_3 d_0 + d_3 c_0}{a_1 c_0}$$

Linear Collineation

- Special choice of origin of coordinate systems: Newton imaging equations
- Finite angles: $\tan(u)$ must be taken:
Magnification:

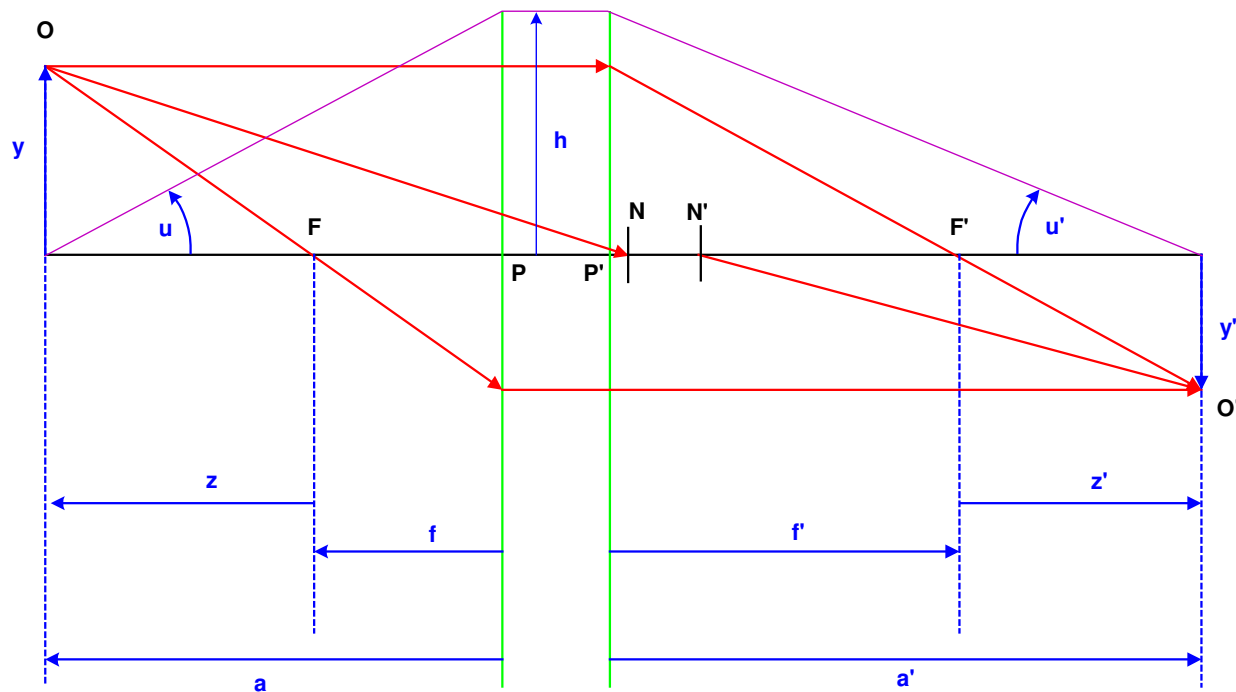
$$m = \frac{\tan u'}{\tan u}$$

Focal length:

$$\frac{1}{f'} = \frac{\tan u' - \tan u}{h}$$

Invariant:

$$ny \tan u = n' y' \tan u'$$



Inhalt / Übersicht

1. Geometrisch-optische Abbildung

1.1 Paraxiale und kollineare Abbildung

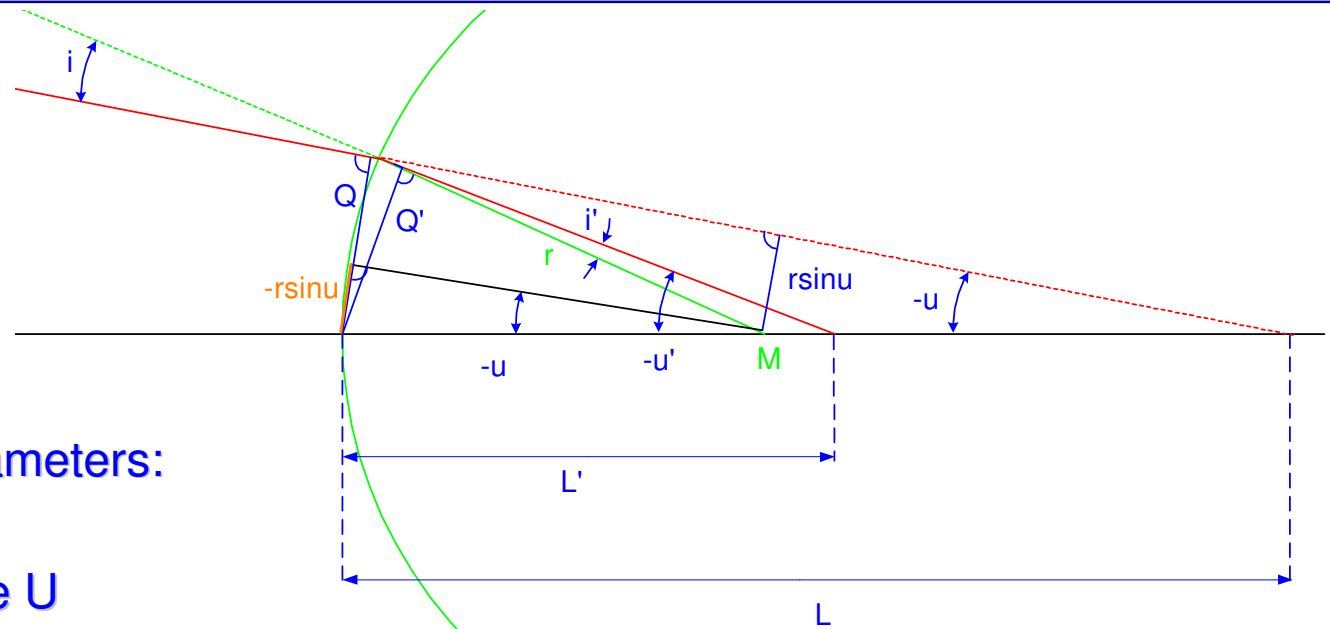
1.2 Matrixdarstellung der Abbildung

1.3 Pupillen, Blenden, Vignettierung

1.4 Delano-Diagramm

1.5 Spezielle Themen: Scheimpflug-Abbildung, Afokale Abbildung, Telezentrie, Coddington-Gleichungen, Anamorphote

Paraxial Raytrace: y-U-Method



- Paraxial formulas, parameters:
 1. Ray height y
 2. Ray inclination angle U

- Transfer next surface

$$y_j = y_{j-1} + d_{j-1} \cdot U_{j-1}$$

- Incidence angle

$$i_j = \rho_j \cdot y_j + U_{j-1}$$

- Refraction

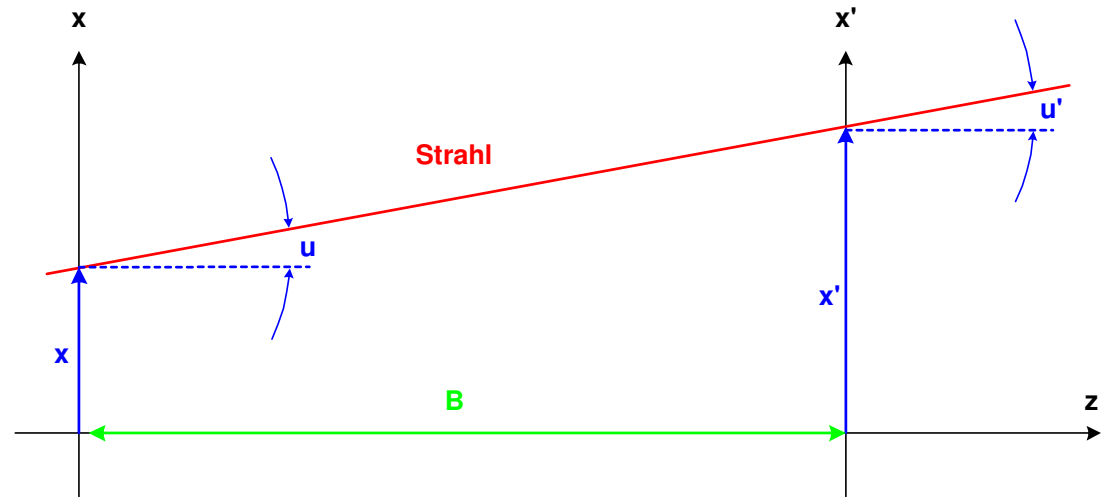
$$i_j' = \frac{n_j}{n_j'} i_j$$

- New ray angle

$$U_j' = U_{j-1} - i_j + i_j' = y_j \rho_j + i_j'$$

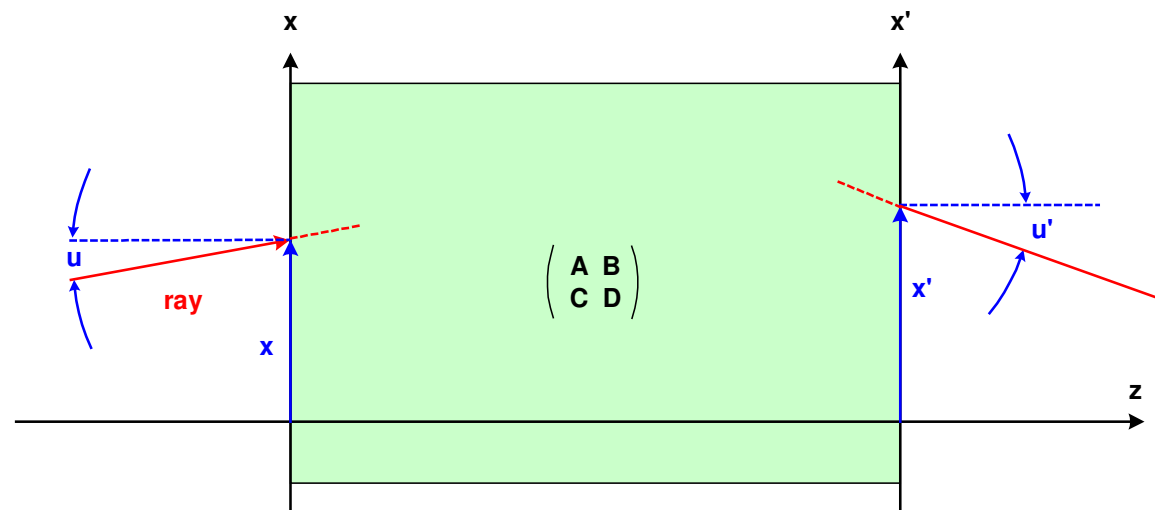
Matrixformulierung der paraxialen Optik

- Lineare Relation im Raytrace.
Einfachster Fall : Freiraumtransport



- Allgemeiner :
Paraxiales Segment mit
ABCD-Matrix :

$$\begin{pmatrix} x' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} = \underline{M} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$



Matrixformulierung der paraxialen Optik

- Linearer Transport von Ort x und Winkel u

$$x' = Ax + Bu$$

$$u' = Cx + Du$$

- Matrixschreibweise :
lineare ABCD-Systemmatrix

$$\begin{pmatrix} x' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} = \underline{M} \cdot \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$

- Laterale Vergrößerung für $u = 0$
- Winkelvergrößerung in konjugierten Ebenen
- Brechkraft für $u = 0$
- Zusammengesetzte Systeme
- Determinante

$$A = x'/x = \beta$$

$$D = u'/u = \gamma$$

$$C = u'/x$$

$$\underline{M} = \underline{M}_k \cdot \underline{M}_{k-1} \cdot \dots \cdot \underline{M}_2 \cdot \underline{M}_1$$

$$\det \underline{M} = AD - BC = \frac{n}{n'}$$

Matrixformulierung der paraxialen Optik

- Umkehrung eines Systems

$$\underline{M}^{-1} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}$$

- Übergang mit Distanz L

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Dünne Linse mit Brennweite f

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

- Grenzfläche

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

- Afokales Teleskop

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\Gamma} & L \\ 0 & \Gamma \end{pmatrix}$$

Matrixkalkül in der geometrischen Optik

- Schnittweitenberechnung

$$s' = \frac{A \cdot s + B}{C \cdot s + D}$$

- Maßstabsfaktoren
 1. Lateral

$$\beta = \frac{AD - BC}{C \cdot s + D}$$

2. Winkel

$$\gamma = C \cdot s + D = \frac{AD - BC}{A - C \cdot s'}$$

3. Tiefe

$$\alpha = \frac{ds'}{ds} = \frac{AD - BC}{(C \cdot s + D)^2}$$

- Hauptebenen

$$a_H = \frac{AD - BC - D}{C}$$

$$a_{H'} = \frac{A - 1}{C}$$

- Brennpunkte

$$a_{F'} = \frac{A}{C}$$

$$a_F = -\frac{D}{C}$$

Matrixformulierung der paraxialen Optik

- Umkehr eines Systems

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{\rightarrow} = \frac{n'}{n} \begin{pmatrix} D & B \\ C & A \end{pmatrix}_{\leftarrow}$$

- System mit quadratischem Brechungsindex

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} \cos(\Gamma L) & \Gamma^{-1} \sin(\Gamma L) \\ -\Gamma \sin(\Gamma L) & \cos(\Gamma L) \end{pmatrix}$$

- Gaußförmige Blende mit Absorption :
Komplexe Matrix

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{i\lambda}{\pi a^2} & 1 \end{pmatrix}$$

- Erweiterte 3x3-Matrix für nicht zentrierte Systeme.

Erweiterter Vektor :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{e} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} A & B & E \\ C & D & F \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

E beschreibt eine Dezentrierung
F beschreibt eine Kippung

Decomposition of ABCD-Matrix

- 2x2 ABCD-matrix of a system in air: 3 arbitrary parameters
- Decomposition in 3 elementary partitions is always possible

- Case 1: $C \neq 0$

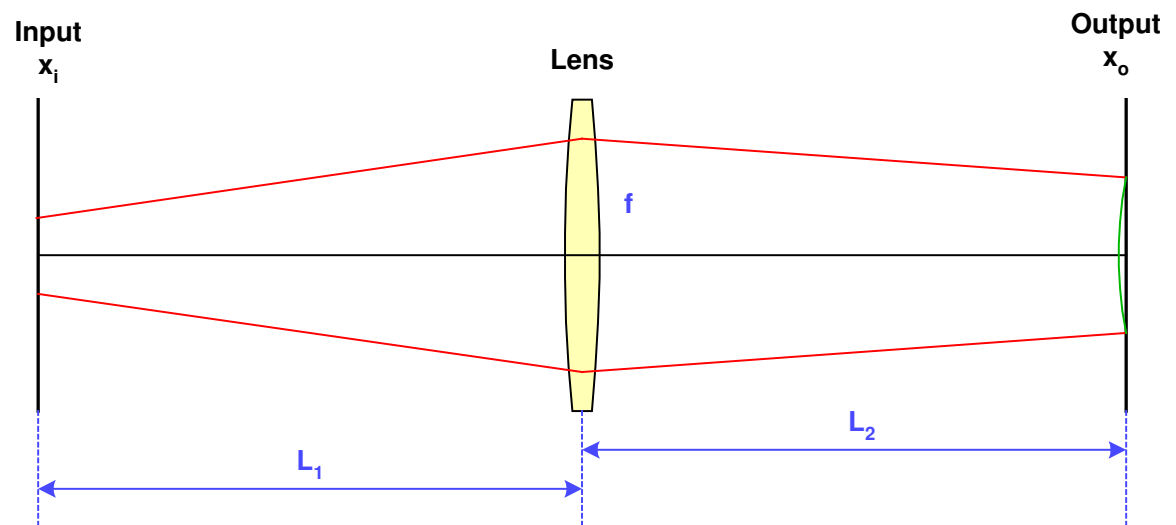
$$\underline{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- System data

$$L_2 = \frac{A-1}{C}$$

$$f = -\frac{1}{C}$$

$$L_1 = \frac{D-1}{C}$$



Decomposition of ABCD-Matrix

- Case 2: $B \neq 0$

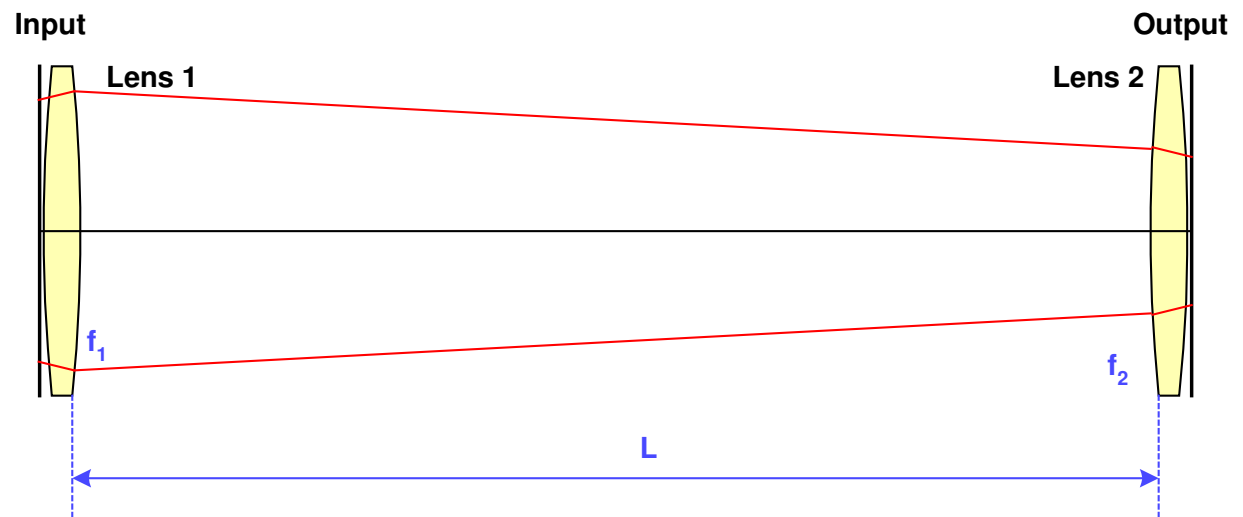
$$\underline{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix}$$

- System data:

$$f_1 = -\frac{B}{A-1}$$

$$L = B$$

$$f_2 = -\frac{B}{D-1}$$



ABCD for Linear Collineation

- Matrix formalism of linear collineation for finite angles

$$\begin{pmatrix} y'_j \\ \tan u'_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_j \\ \tan u_j \end{pmatrix}$$

Nicht-zentrierte 3x3-Matrix

- 3-Vektor :
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{e} \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Dezentrierung und Kippung in einer Ebene

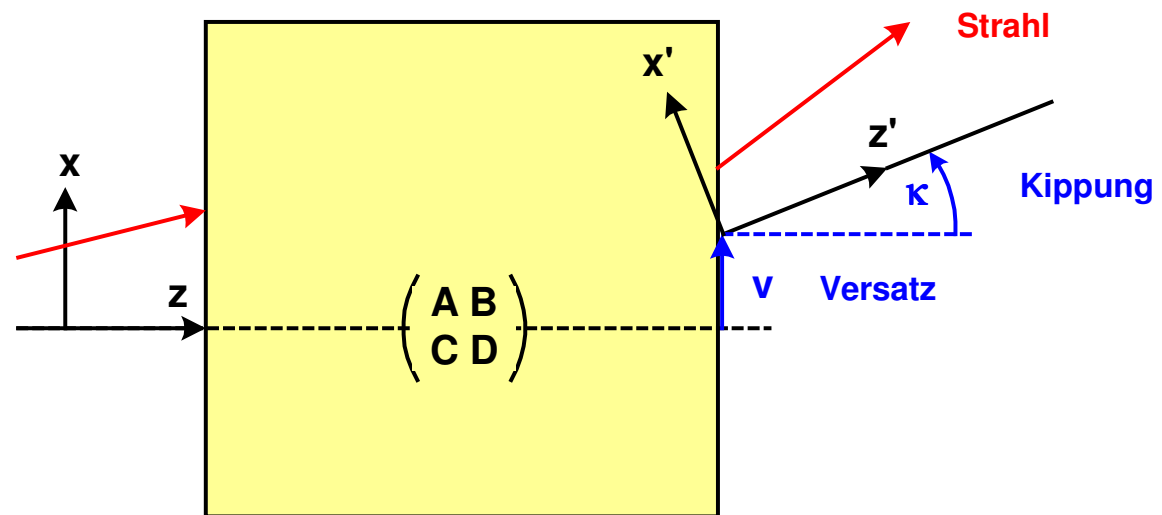
- Matrix

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} A & B & E \\ C & D & F \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Transformation

$$\vec{r}' = \begin{pmatrix} \underline{M} & \vec{e} \\ \vec{0} & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \kappa \end{pmatrix}$$

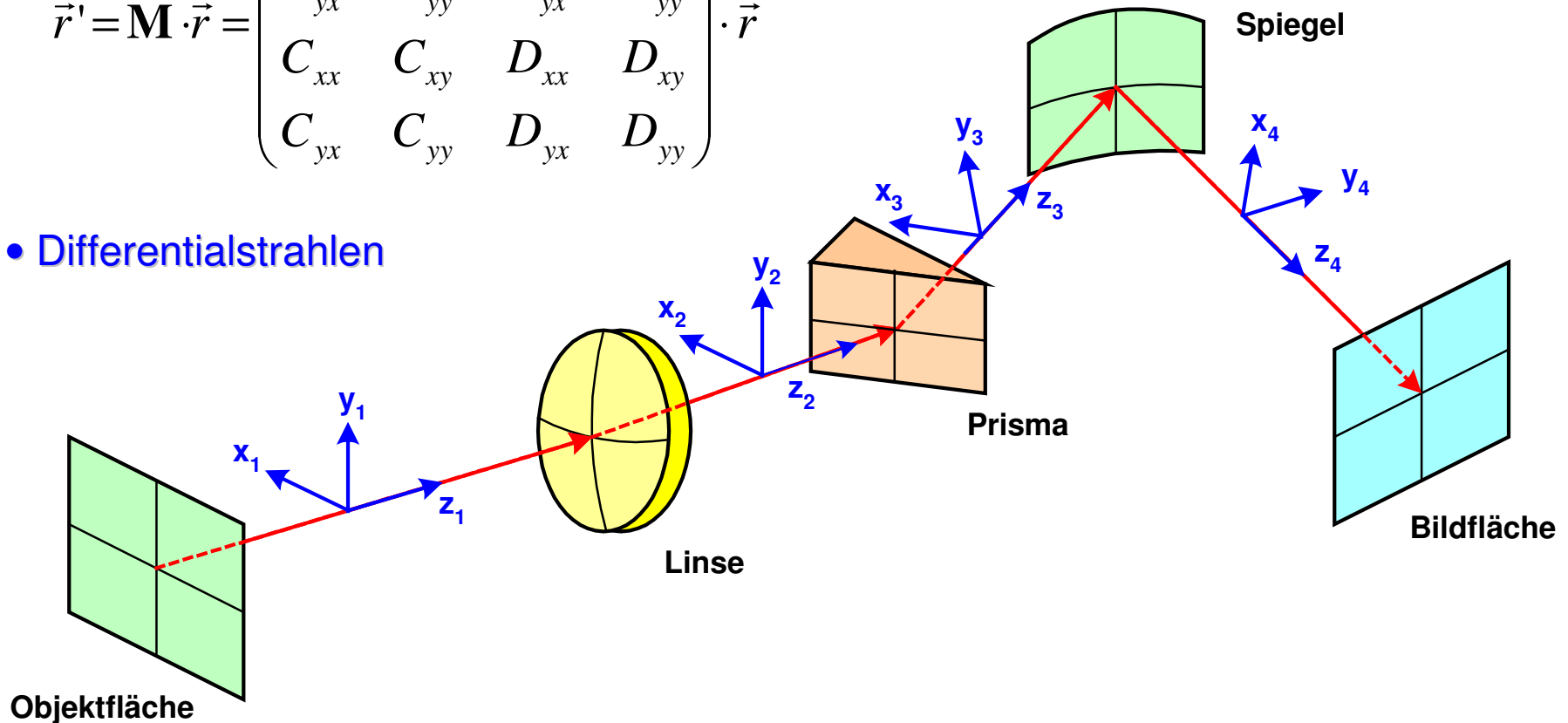


Paraxiales 3D-System

- Allgemeine 3D-Geometrie : unmittelbare Umgebung eines Führungsstrahls

$$\vec{r}' = \mathbf{M} \cdot \vec{r} = \begin{pmatrix} A_{xx} & A_{xy} & B_{xx} & B_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} & B_{yx} & B_{yy} \\ C_{xx} & C_{xy} & D_{xx} & D_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} & D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} \cdot \vec{r}$$

- Differentialstrahlen



Allgemeine 4x4 - Matrizen

- Verallgemeinerung für anisotrope Systeme :

Vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{pmatrix}$ und Matrix

$$\vec{r}' = \underline{M} \vec{r} = \begin{pmatrix} A_{xx} & A_{xy} & B_{xx} & B_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} & B_{yx} & B_{yy} \\ C_{xx} & C_{xy} & D_{xx} & D_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} & D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} \cdot \vec{r}$$

- Drehmatrix

$$\underline{M}_R = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

- Gedrehte Zylinderlinse

$$\underline{M}_{Z\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-\cos^2\varphi}{f_x} & \frac{-\sin 2\varphi}{2f_x} & 1 & 0 \\ \frac{-\sin 2\varphi}{2f_x} & \frac{-\sin^2\varphi}{f_x} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrix of a Dispersion Prism

- Basic relations

$$\alpha = \theta_2 + \theta_3$$

$$\sin \theta_1 = n \cdot \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_4 = n \cdot \sin \theta_3$$

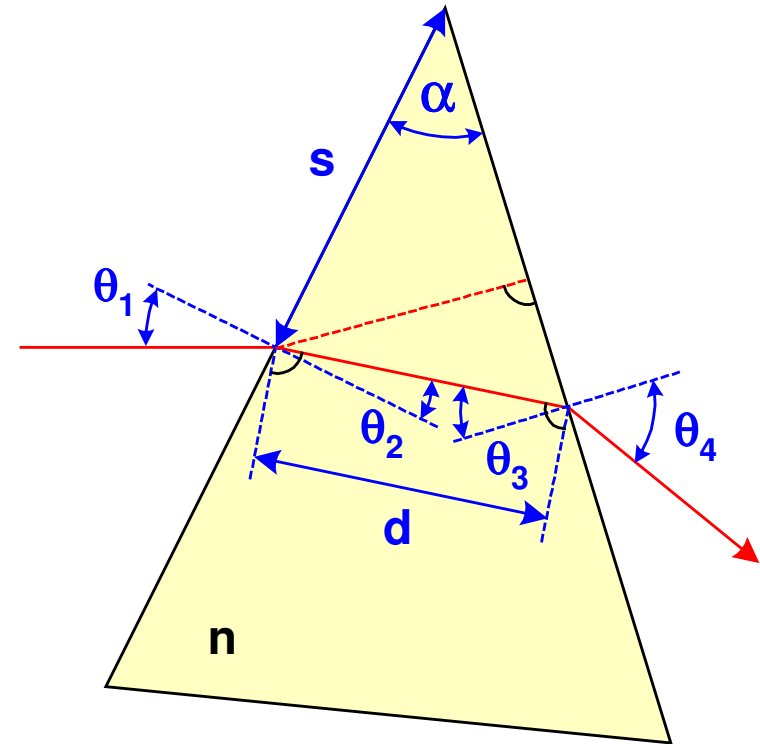
- Magnification

$$M = \frac{\cos \theta_2 \cdot \cos \theta_4}{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_3}$$

- Matrices

$$\begin{pmatrix} A_x & B_x \\ C_x & D_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_y & B_y \\ C_y & D_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & \frac{d}{n} \cdot \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_4}{\cos \theta_2 \cdot \cos \theta_3} \\ 0 & \frac{1}{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \theta_2 \cdot \cos \theta_4}{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_3} & \frac{d}{n} \cdot \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_4}{\cos \theta_2 \cdot \cos \theta_3} \\ 0 & \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_3}{\cos \theta_2 \cdot \cos \theta_4} \end{pmatrix}$$



Inhalt / Übersicht

1. Geometrisch-optische Abbildung

1.1 Paraxiale und kollineare Abbildung

1.2 Matrixdarstellung der Abbildung

1.3 Pupillen, Blenden, Vignettierung

1.4 Delano-Diagramm

1.5 Spezielle Themen: Scheimpflug-Abbildung, Afokale Abbildung, Telezentrie, Coddington-Gleichungen, Anamorphote

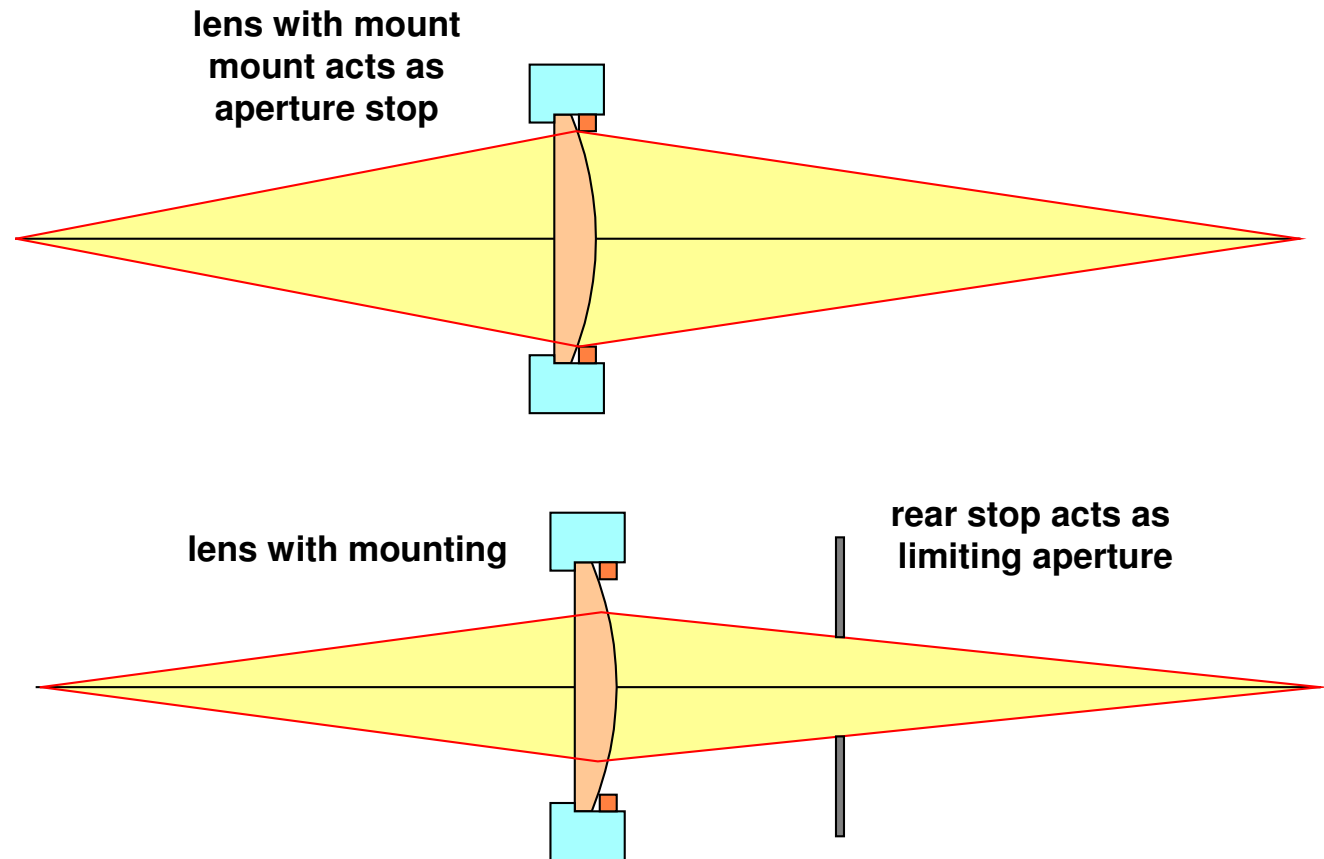
Pupille

Bedeutung der Pupille :

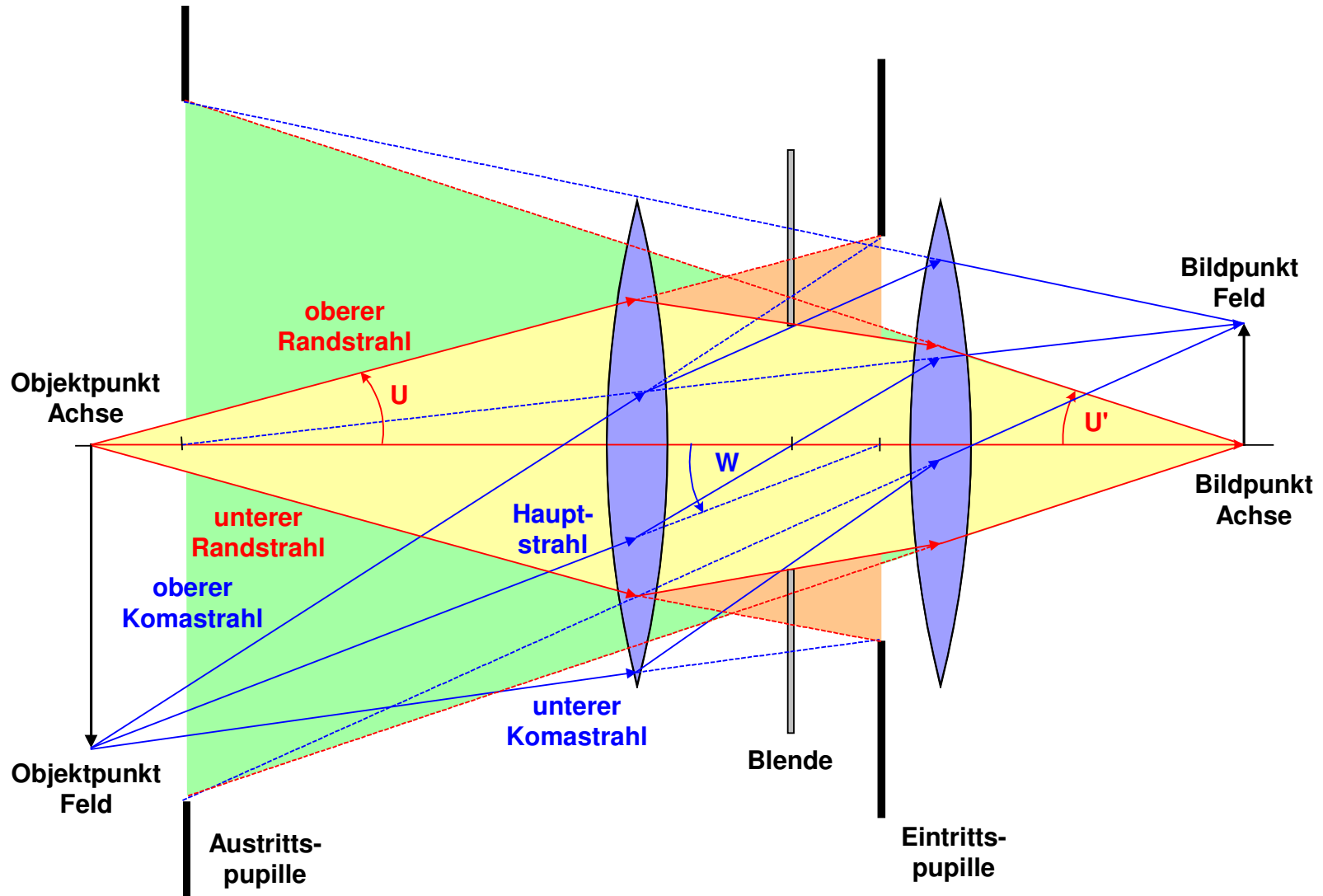
- Bildhelligkeit
Energietransmission
- Auflösungsvermögen
- Bildfehler, Qualität
- Abbildungsperspektive
- Zusammengesetzte Systeme :
Pupillen müssen bzgl. Lage und Größe angepaßt werden

Blenden

- Apertur- oder Öffnungsblende :
 - Begrenzung des Lichtstroms
 - an Blenden oder Linsenrändern
 - Pupillendefinition
- Feldblende :
 - Begrenzung der Bildfeldgröße
 - Lukendefinition

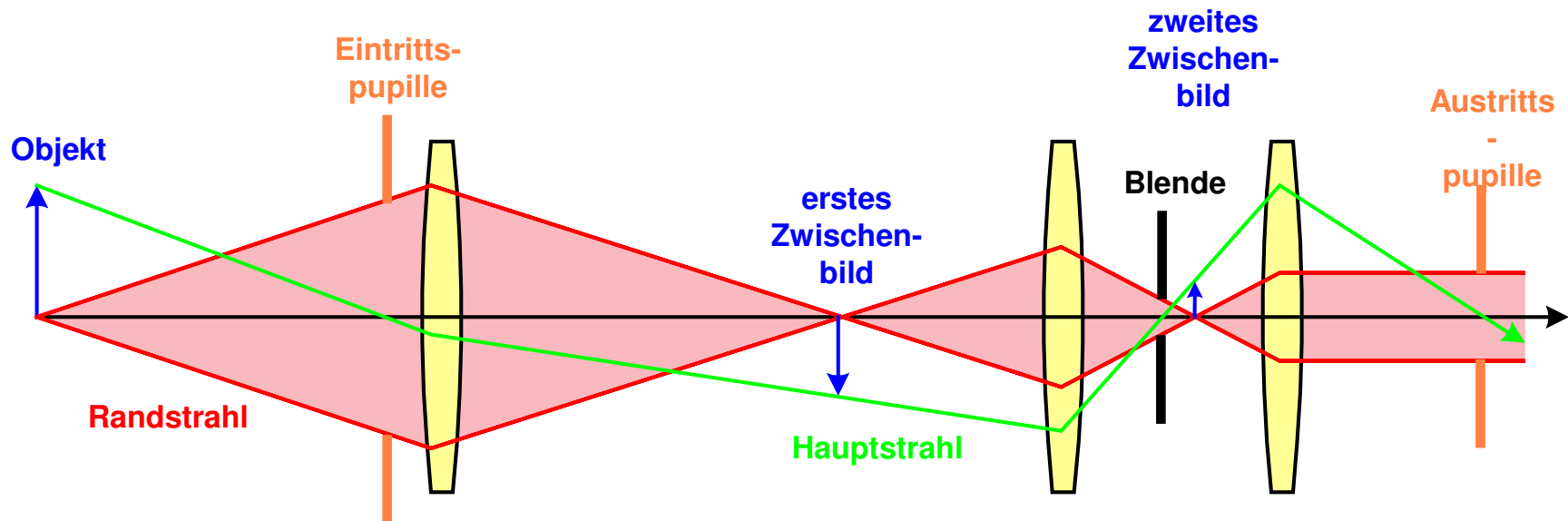


Pupille



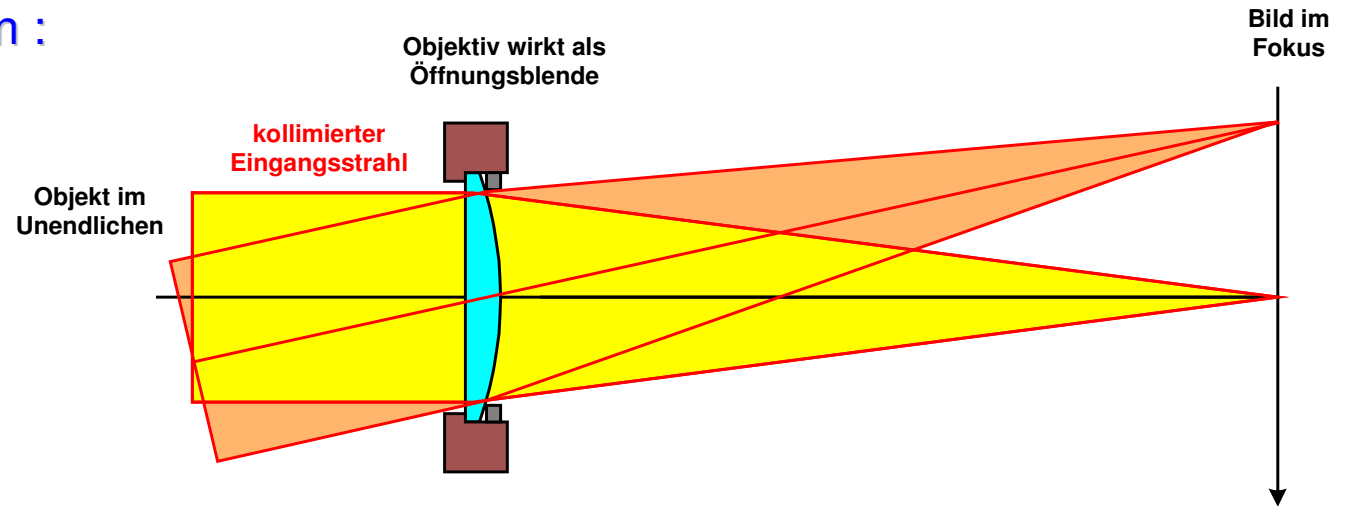
Verflochtener Strahlengang

- Optische Abbildung :
 - Abfolge von Pupillen und Sehfeldern (Luken)
 - Felder und Pupillen müssen angepaßt werden

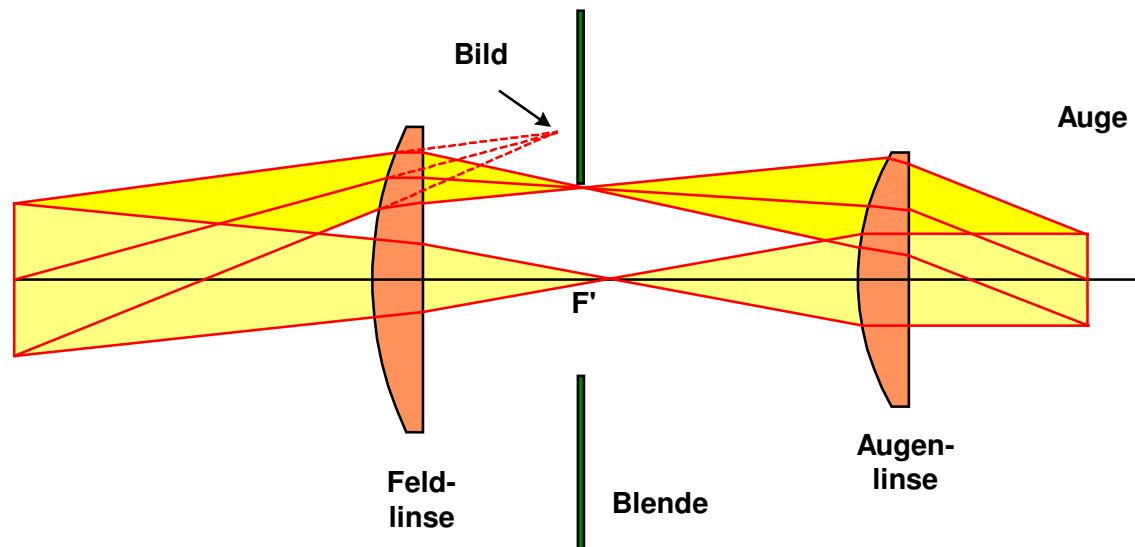


Speziell Blendenlagen

- Objekt im Unendlichen :
 - kollimierter Eingang
 - in Teleskopen
 - kein Aperturwinkel

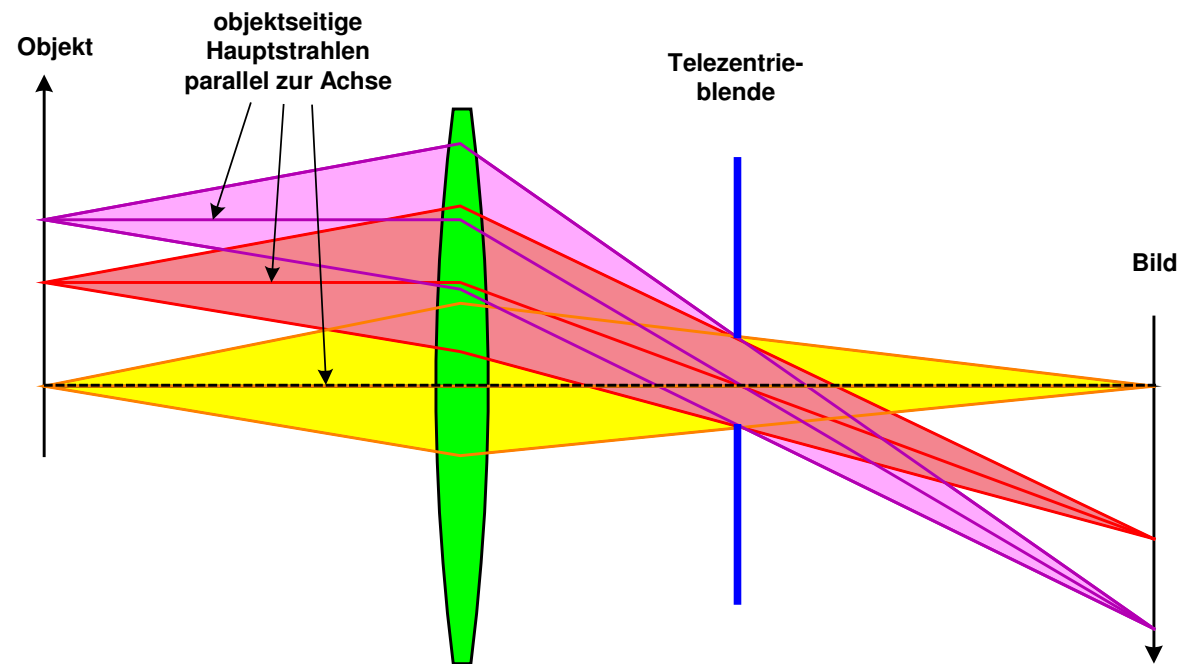


- Bild im Unendlichen :
 - kollimierter Ausgang
 - bei Okularen



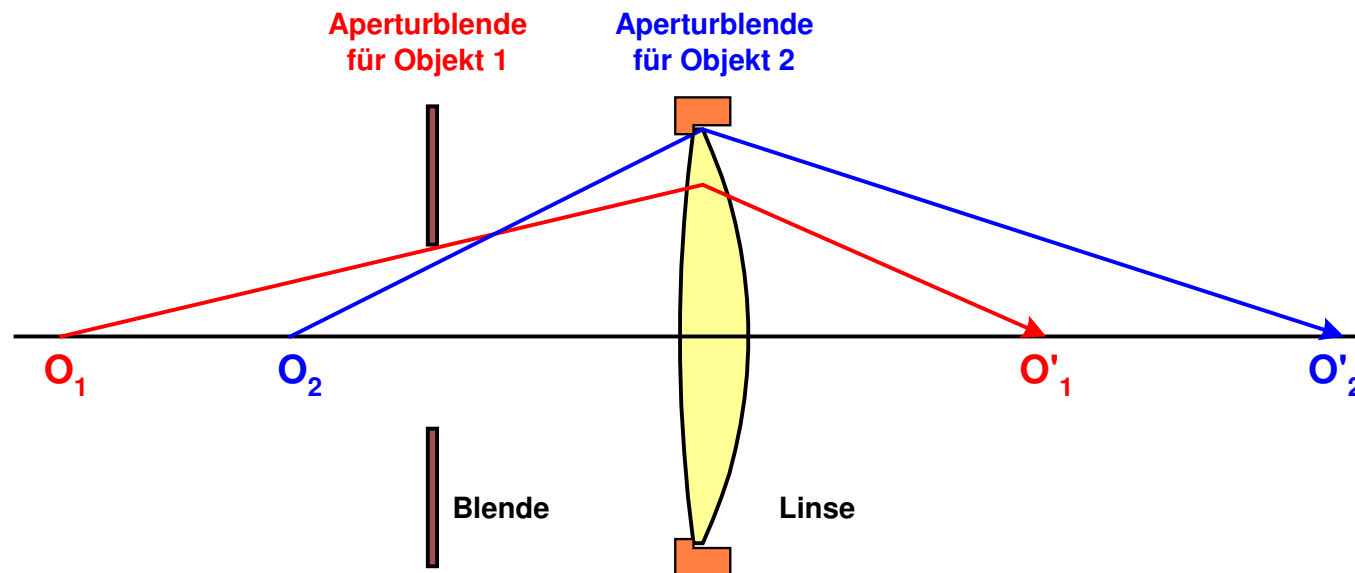
Speziell Blendenlagen

- Telezentrie :
 - objektseitig : Blend in der hinteren Brennebene
 - Hauptstrahl parallel zur Achse
 - EP im Unendlichen
 - bildseitig telezentrisch
 - beidseitig telezentrisch



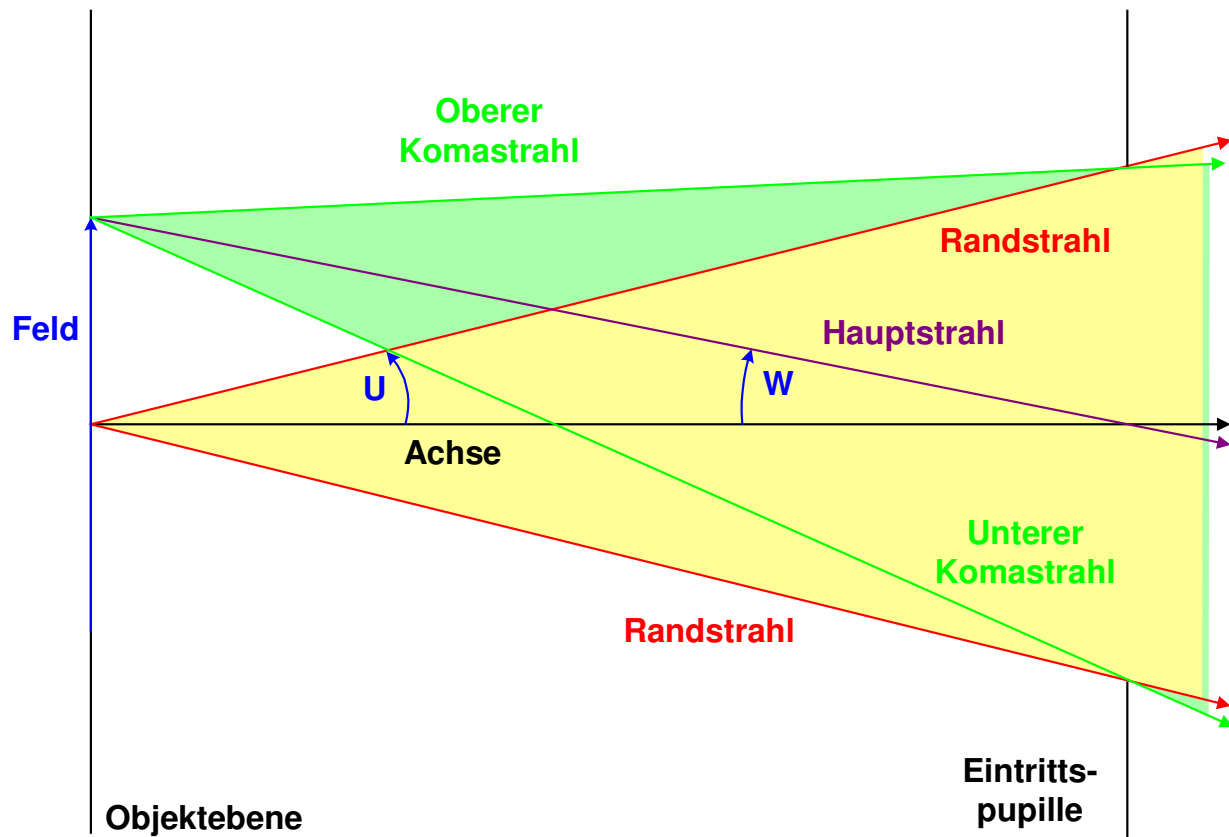
Variable Pupillenlage

- Systeme mit unterschiedlichen Objektabständen :
 - andere Systemkomponenten können als Aperturblende wirken
 - Pupillenlage verändert sich
- Jeweils neue Ermittlung der Rand- und Komastrahlen durch Zielung



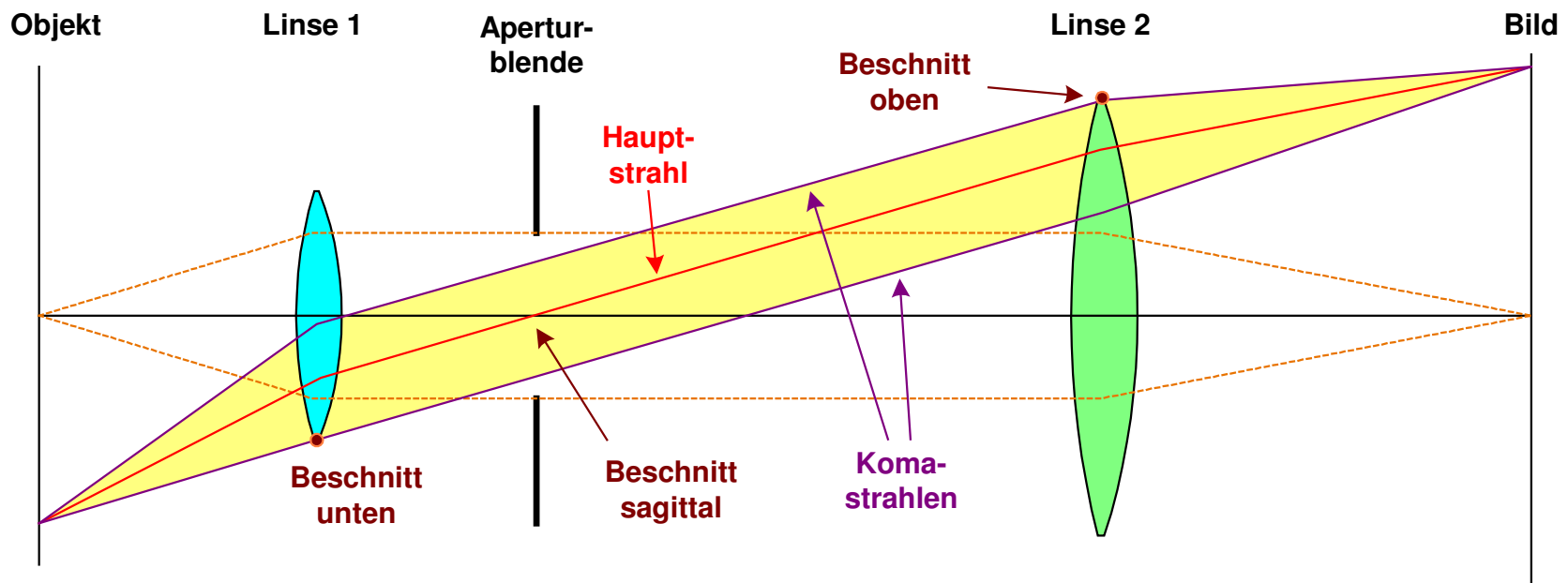
Strahltypen

- Randstrahl :
durch Objektfeldmitte
und Pupillenrand
- Hauptstrahl :
durch Objektfeldrand
und Pupillenmitte
- Komastrahlen :
durch Objektfeldrand
und Pupillenrand



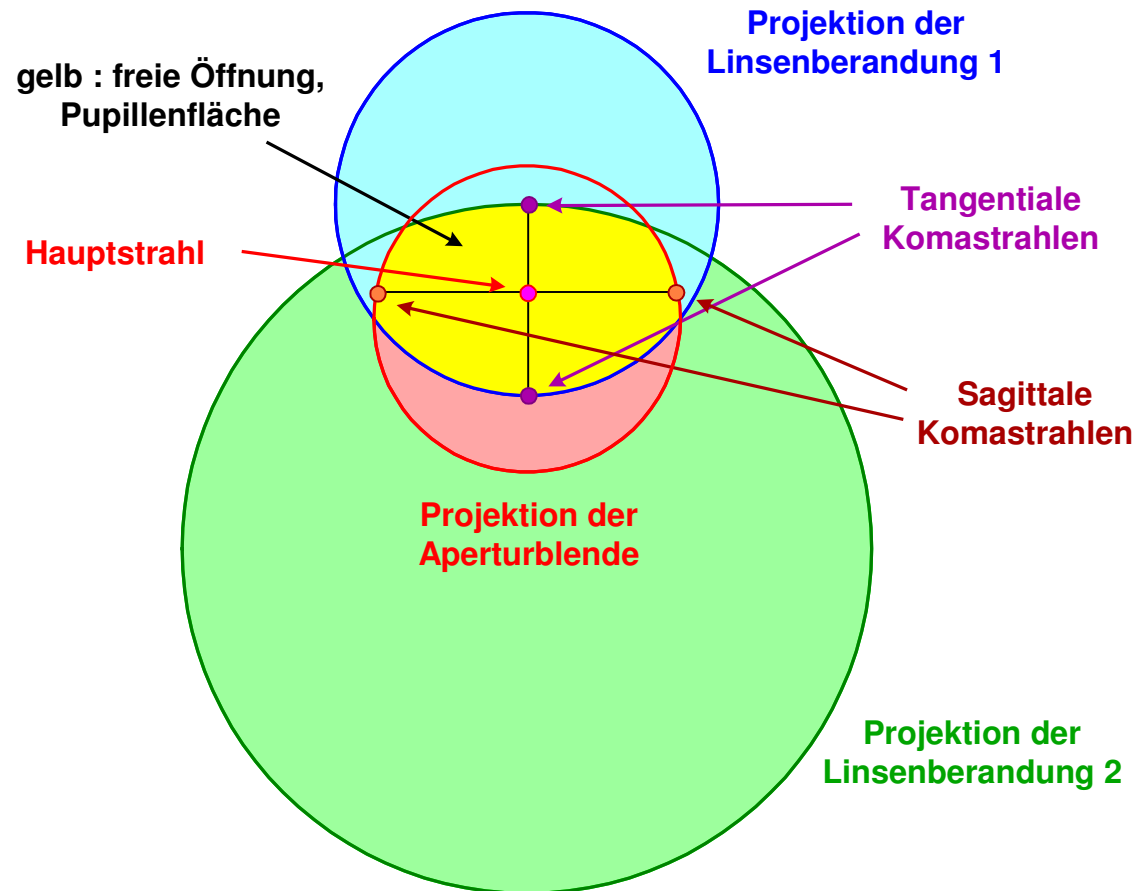
Vignettierung

- 3D-Effekte beider Vignettierung
- Beschnitt an unterschiedlichen Flächen in andere z-Tiefe



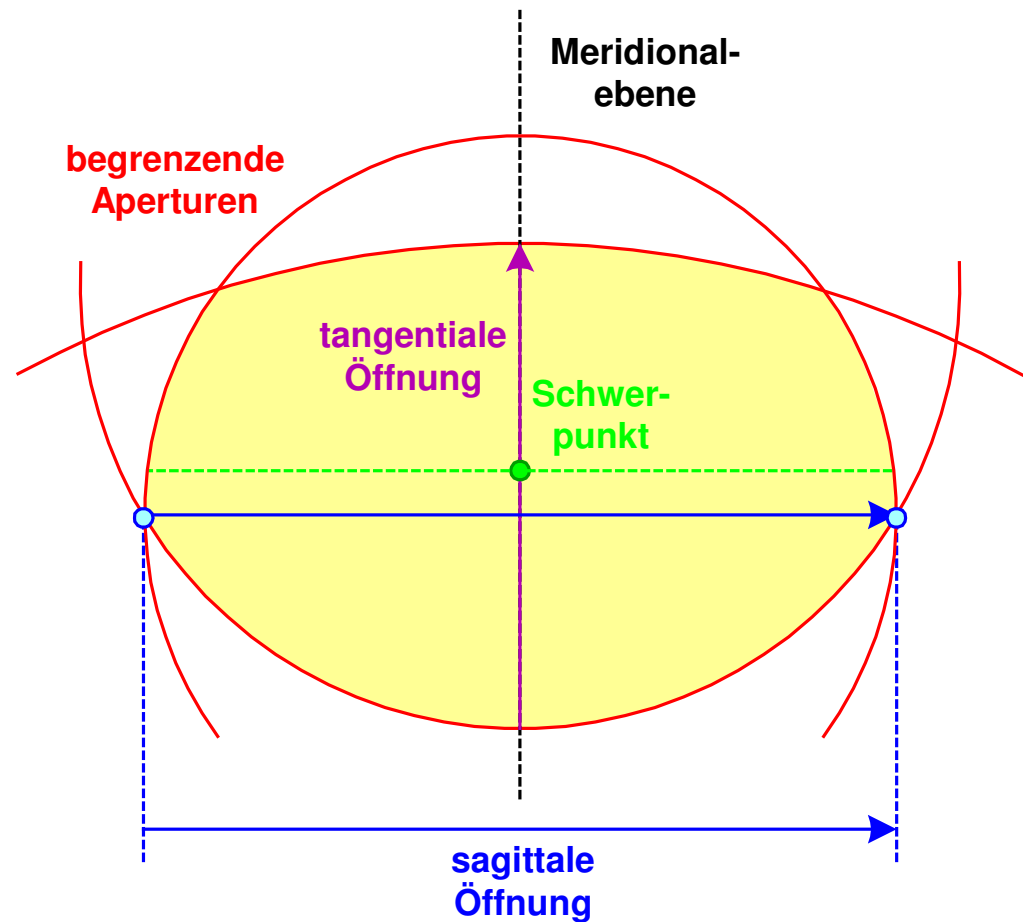
Vignettierung

- Beschnitt des Strahlöffnungskegels für asymmetrischen Strahlverlauf im Bildfeld
- Helligkeitsabfall am Bildrand
- Der Hauptstrahl ist als Schwerpunktsstrahl zu definieren
- Beschnitt schwer korrigierbarer Komafehler am Rand



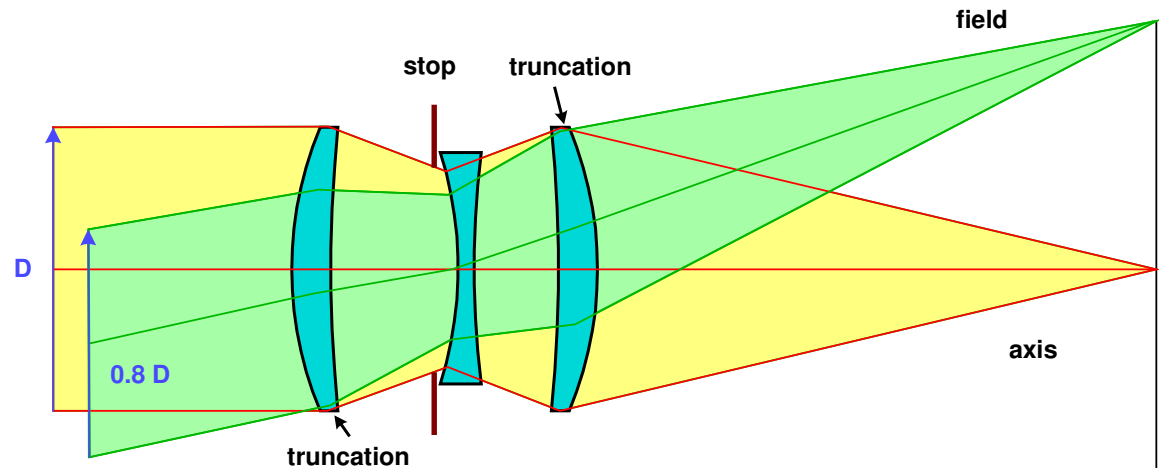
Schwerestrahle

- Definition des Hauptstrahls bei mehrfachem und asymmetrischem Strahlbeschnitt :
Festlegung nicht eindeutig
- Varianten :
 1. Mitte der tangentialen Öffnung
 2. Ort der maximalen sagittalen Öffnung
 3. Flächenschwerpunkt
- Allgemein 3D-Systeme :
noch komplizierter, Schwerpunkt bietet sich an

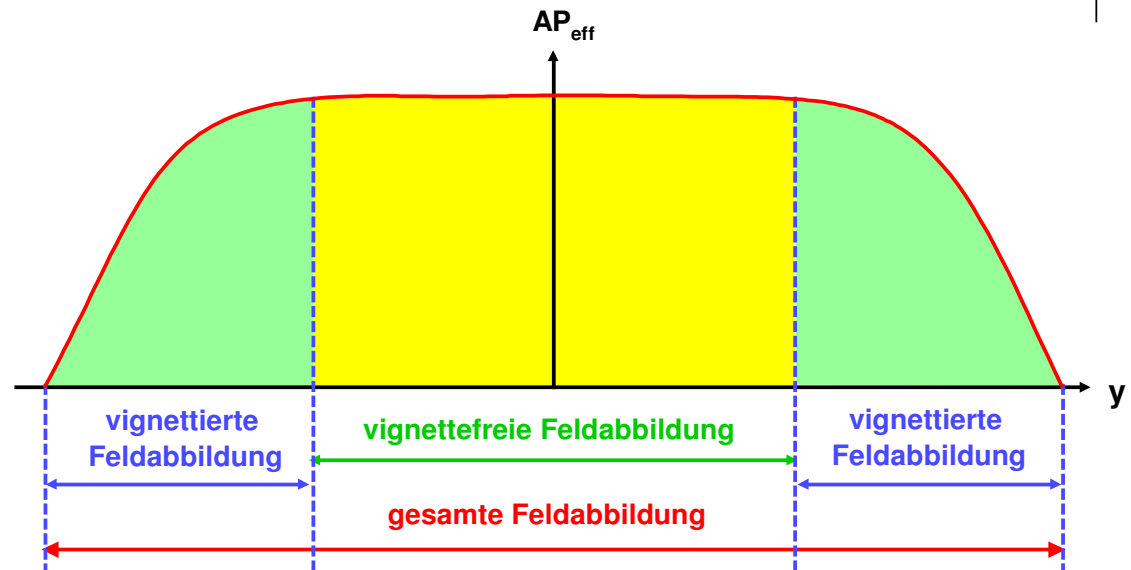


Vignettierung

- Der Beschnitt des Öffnungskegels führt zu einer im Feld reduzierten und asymmetrischen Auflösung



- Natürliche Vignettierung : Helligkeitsabfall proportional zu $\cos^4 w$ durch schräge Projektion der Pupillenfläche

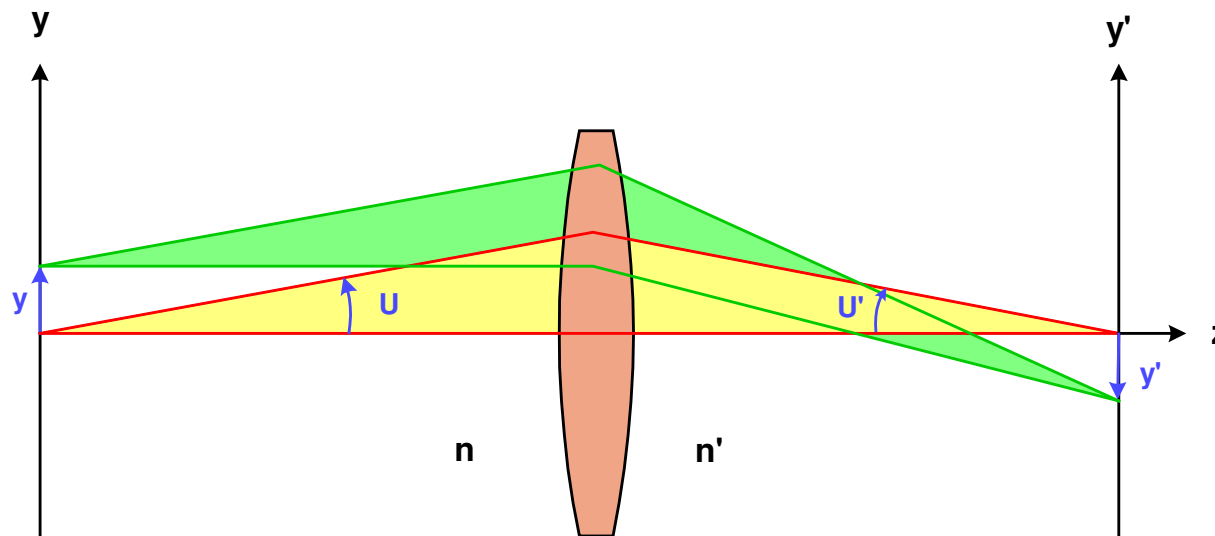


Sinusbedingung

- Formulierung der Sinusbedingung für endliche Öffnungswinkel
- Entspricht Energierhaltung im System
- Konstante Vergrößerung für alle Aperturzonen

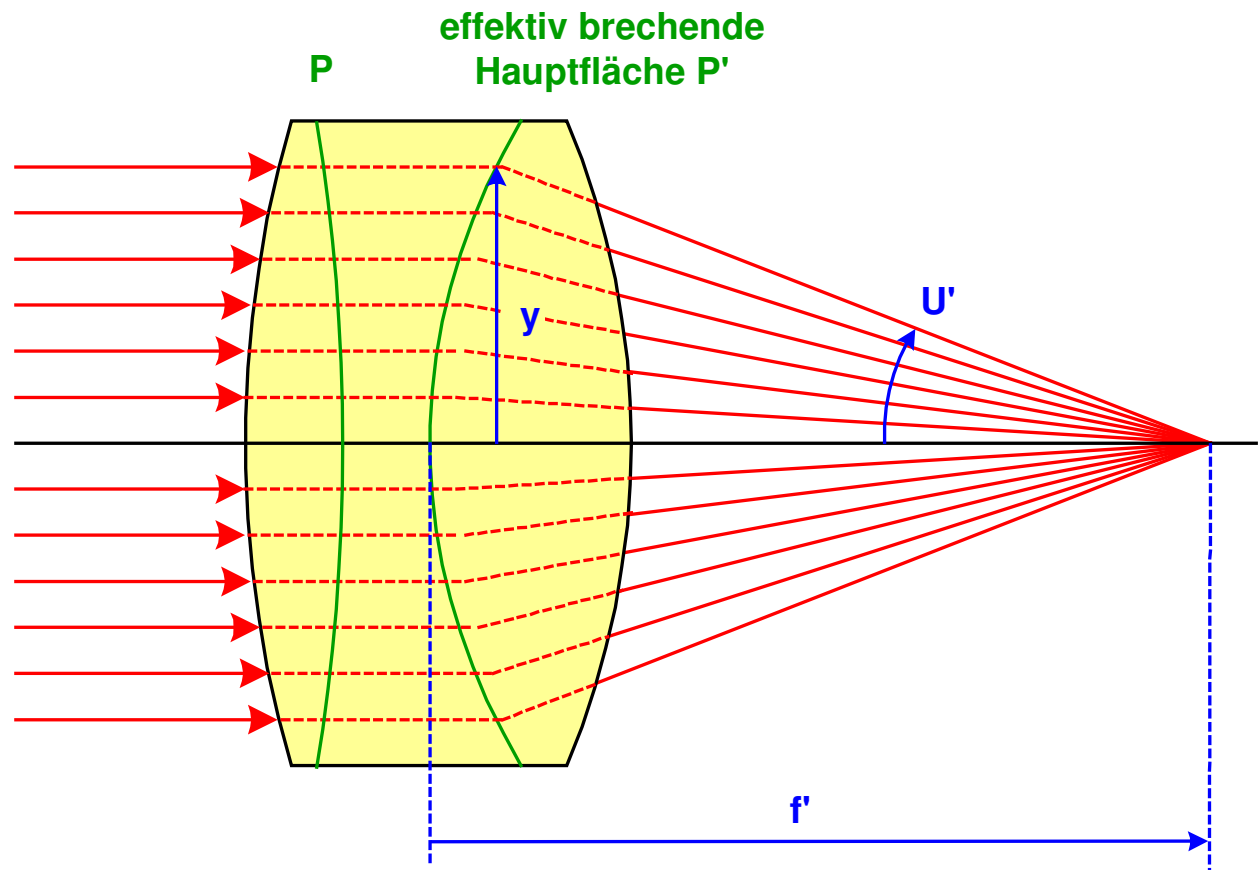
$$n \cdot y \cdot \sin u = n' \cdot y' \cdot \sin u'$$

$$\frac{\sin u}{U} = \frac{\sin u'}{U'}$$



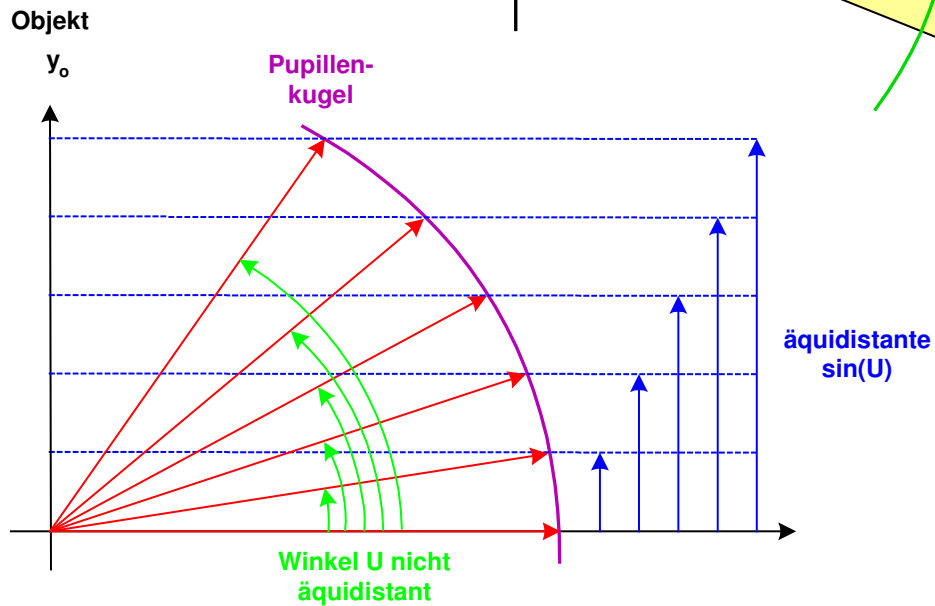
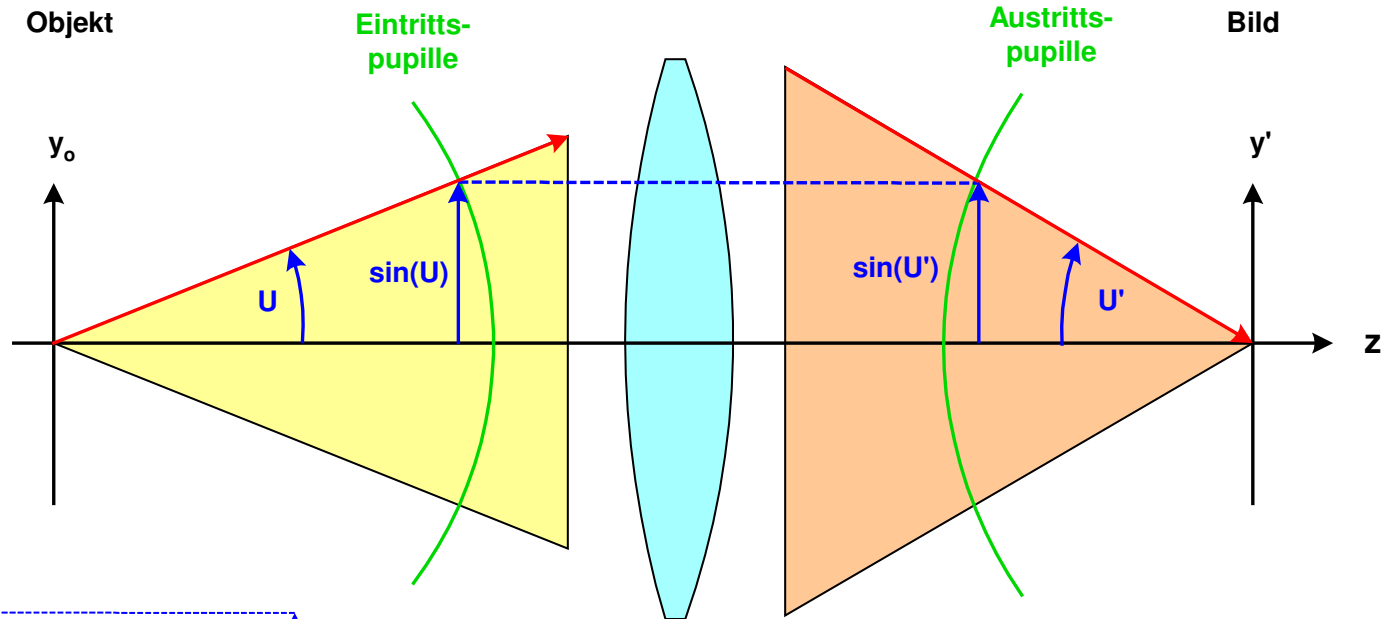
Pupillenkugel

- Pupillenkugel :
Fiktive Fläche, an der die brechende Wirkung gesammelt wirksam wird
- Paraxial : Hauptebene
- Real : beliebige Fläche
- Sinusbedingung erfüllt :
Kugel



Pupillenkugel

- Pupillenkugeln :



Inhalt / Übersicht

1. Geometrisch-optische Abbildung

1.1 Paraxiale und kollineare Abbildung

1.2 Matrixdarstellung der Abbildung

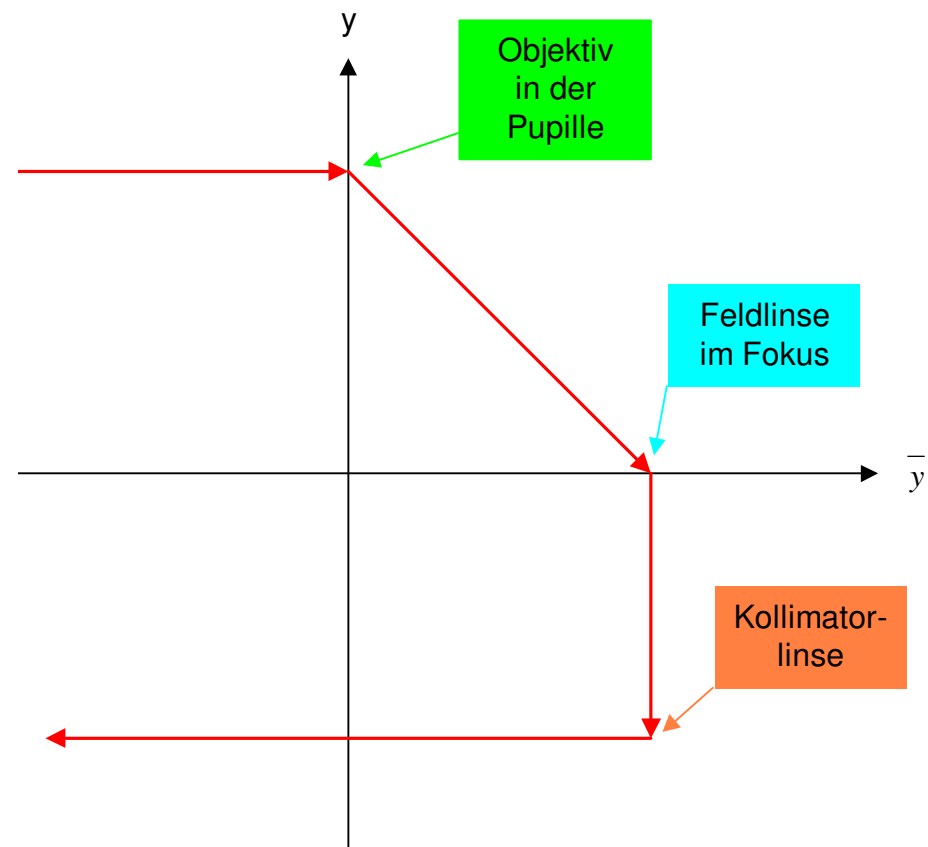
1.3 Pupillen, Blenden, Vignettierung

1.4 Delano-Diagramm

1.5 Spezielle Themen: Scheimpflug-Abbildung, Afokale Abbildung, Telezentrie, Coddington-Gleichungen, Anamorphote

Delanodiagramm

- Auftragung Randstrahlhöhe y über der Hauptstrahlhöhe \bar{y} für ein optisches System
- Fläche oder Linse : Ablenkung des Linienzugs je nach Wirkung der Komponente
- Eigenschaften :
 - Schnittpunkt mit y -Achse : Pupille
 - Schnittpunkt mit \bar{y} -Achse : Bild
 - Linie parallel \bar{y} -Achse : paralleler Strahlengang
 - Vertikale Linie : Achsparalleler Hauptstrahl
 - Positive Linse : Polygonzug konkav zum Ursprung
 - Verlängerung erstes und letztes Segment : EP- und AP-Größe

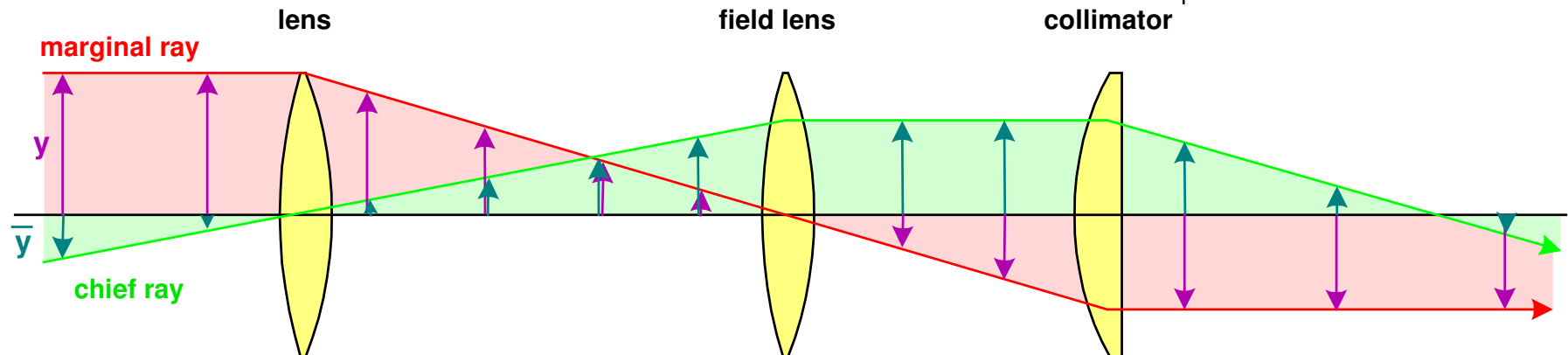
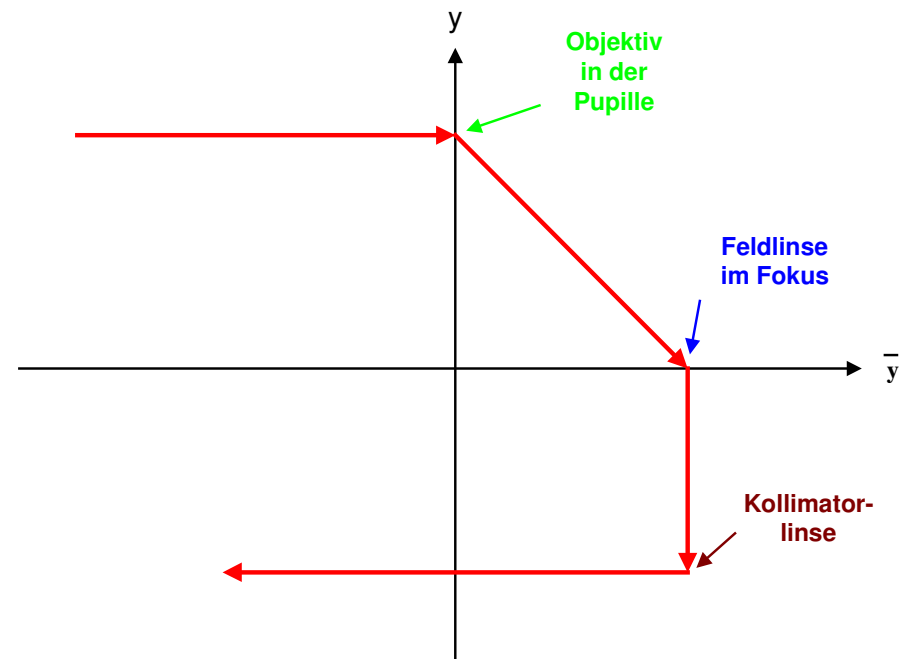


Delanodiagramm

- Bezug Strahlengang / Delanodiagramm

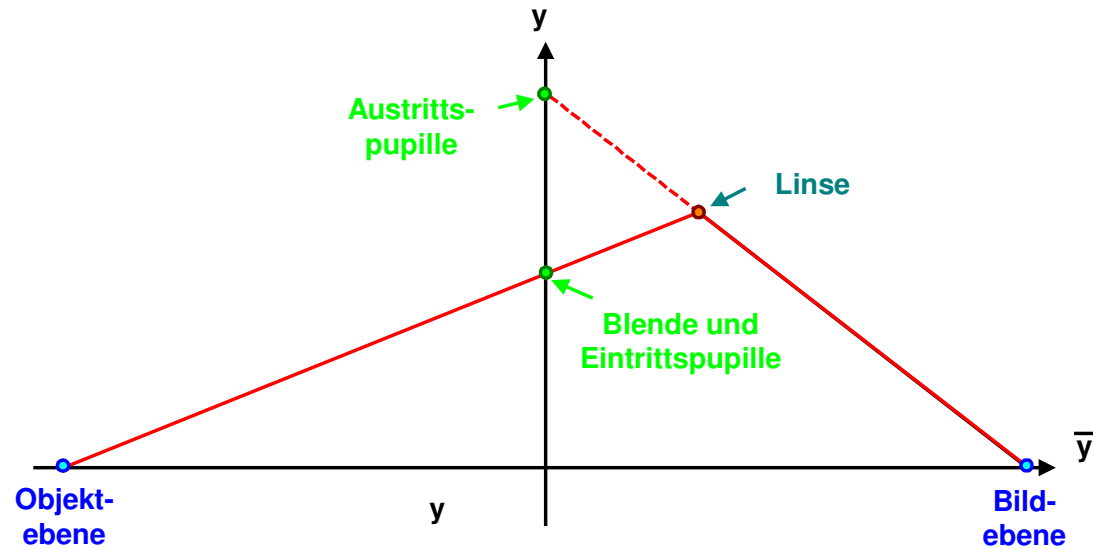
- Randstrahlhöhe : y

Hauptstrahlhöhe \bar{y}

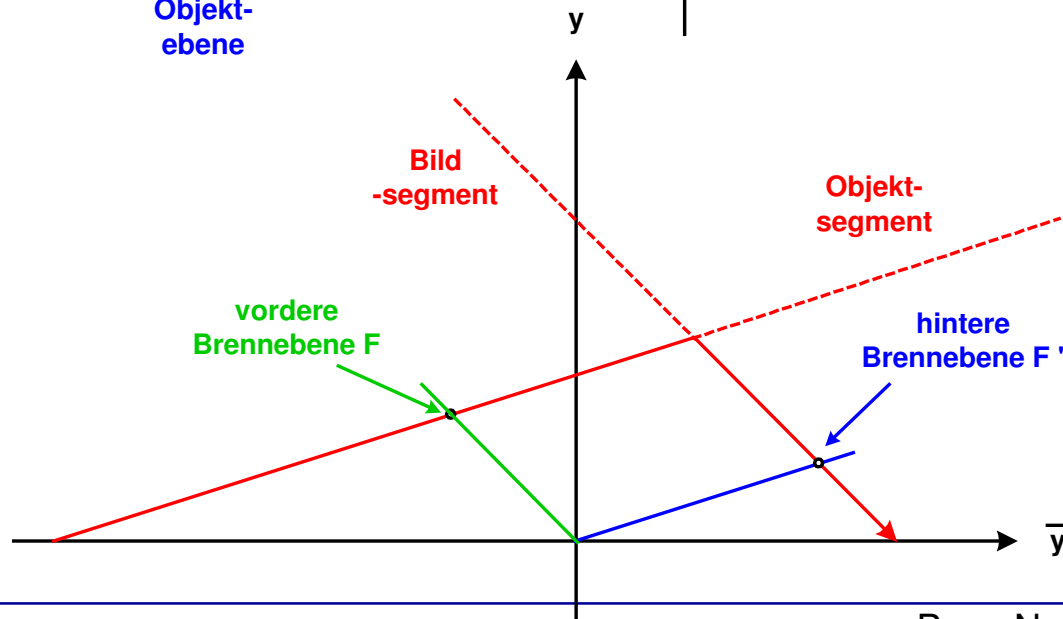


Delanodiagramm

- Pupillenlagen

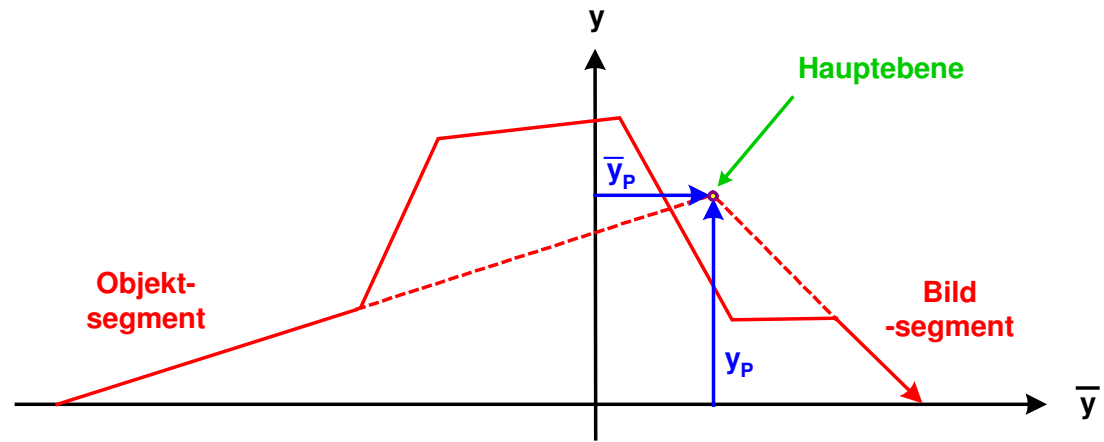


- Brennebenen



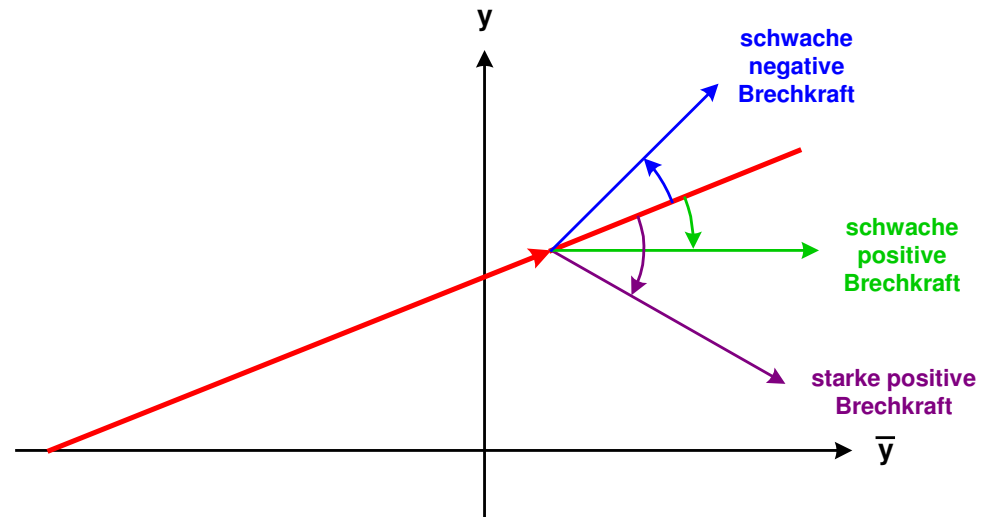
Delanodiagramm

- Hauptebenenlage im Delanodiagramm

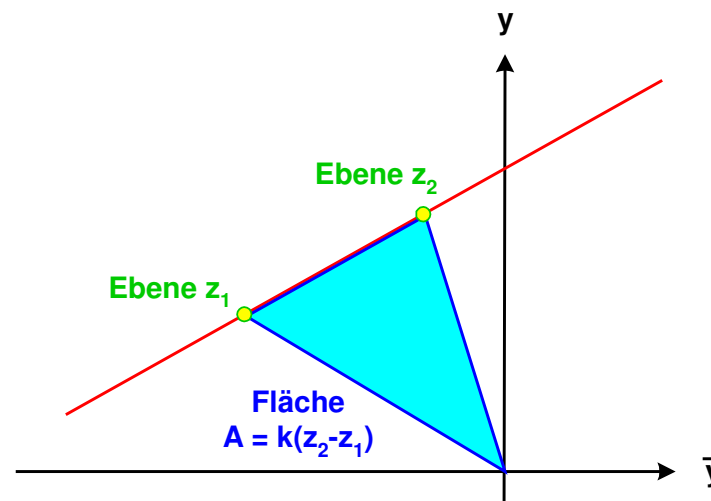


Delanodiagramm

- Wirkung einer Linse

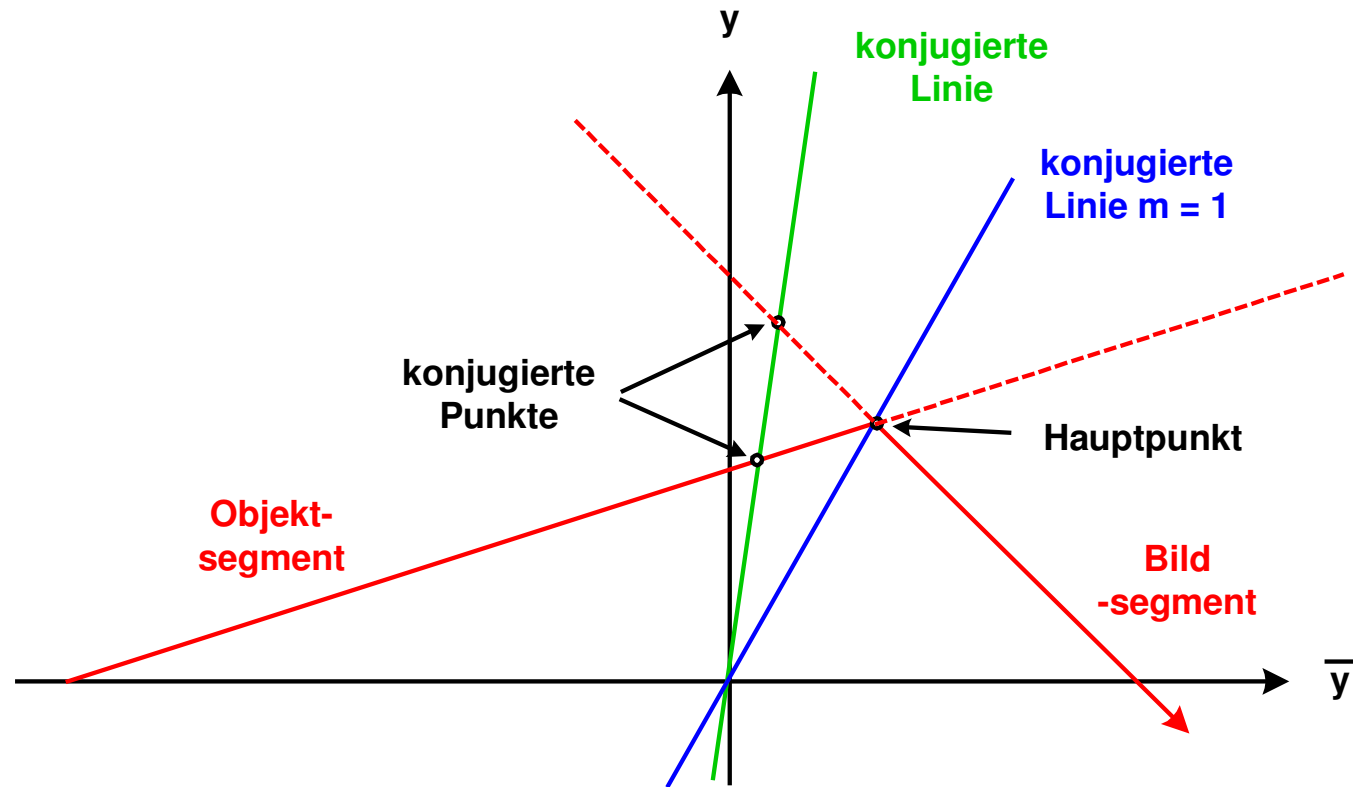


- Komponentenabstand in z : proportional zur eingeschlossenen Fläche



Delanodiagramm

- Konjugierte Punkte liegen auf einer Ursprungsgeraden

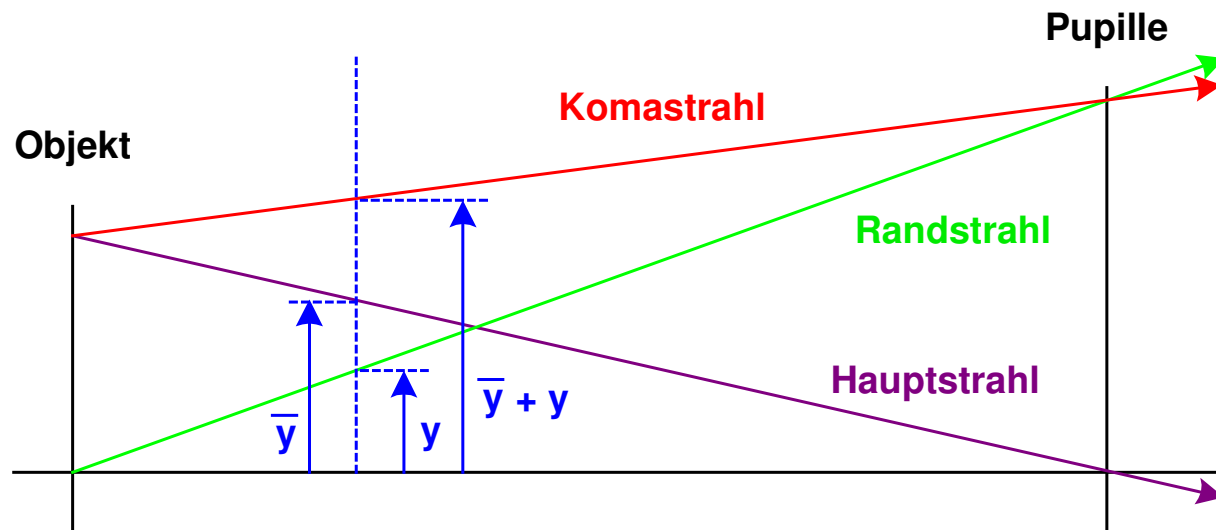
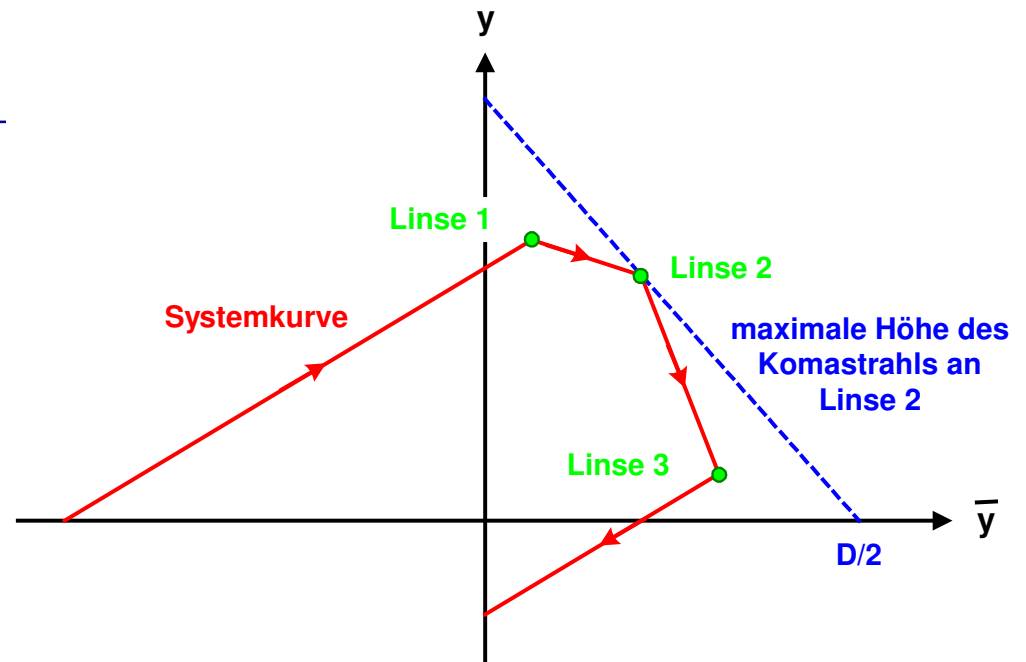


Delanodiagramm

- Vignettierung :
Strahlhöhe von der Achse :

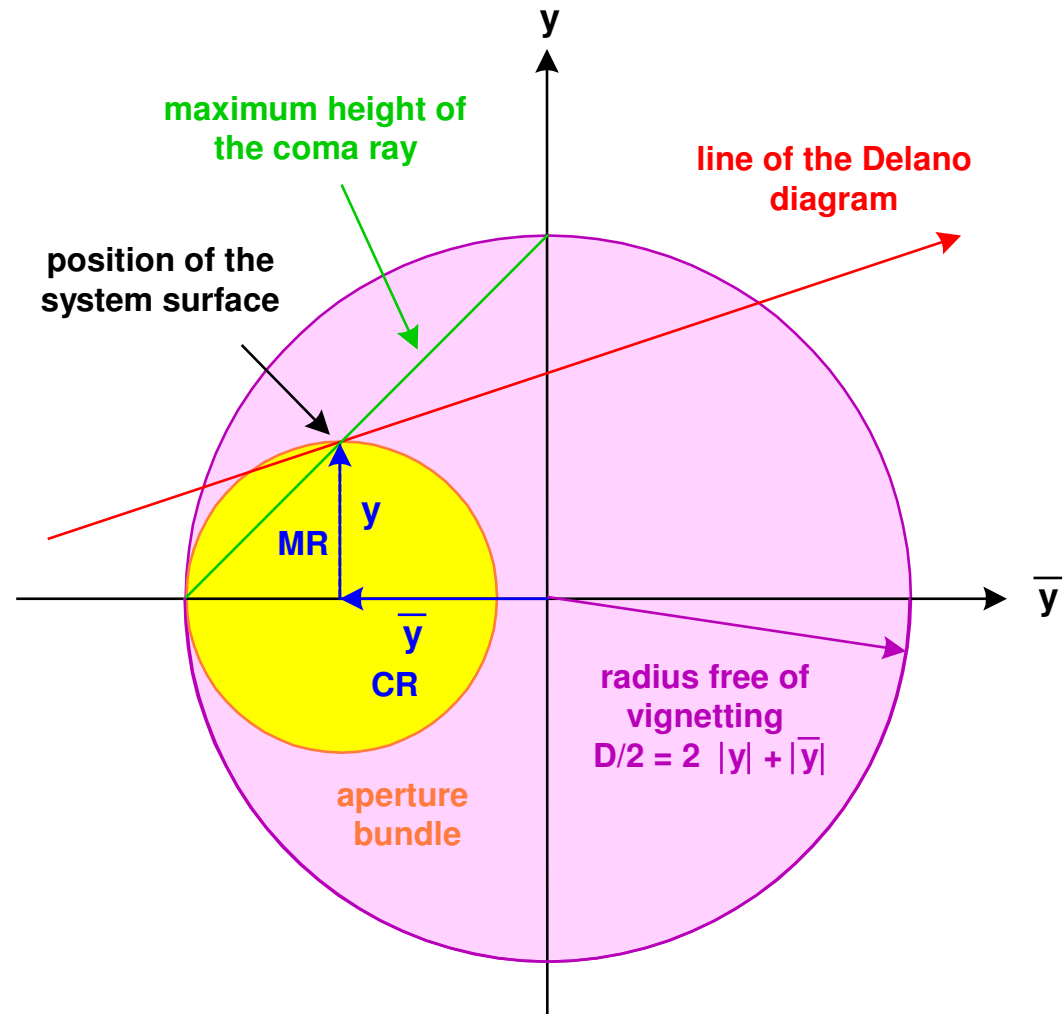
$$a = |y| + |\bar{y}|$$

- Berücksichtigung von RS und HS
- Parallele zur Winkelhalbierenden :
maximaler Durchmesser



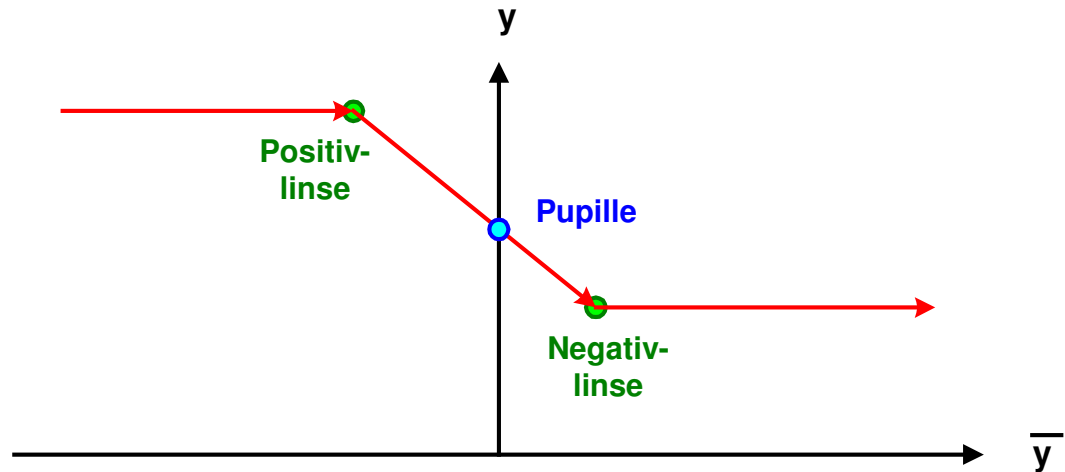
Delanodiagramm

- Vignettierung :

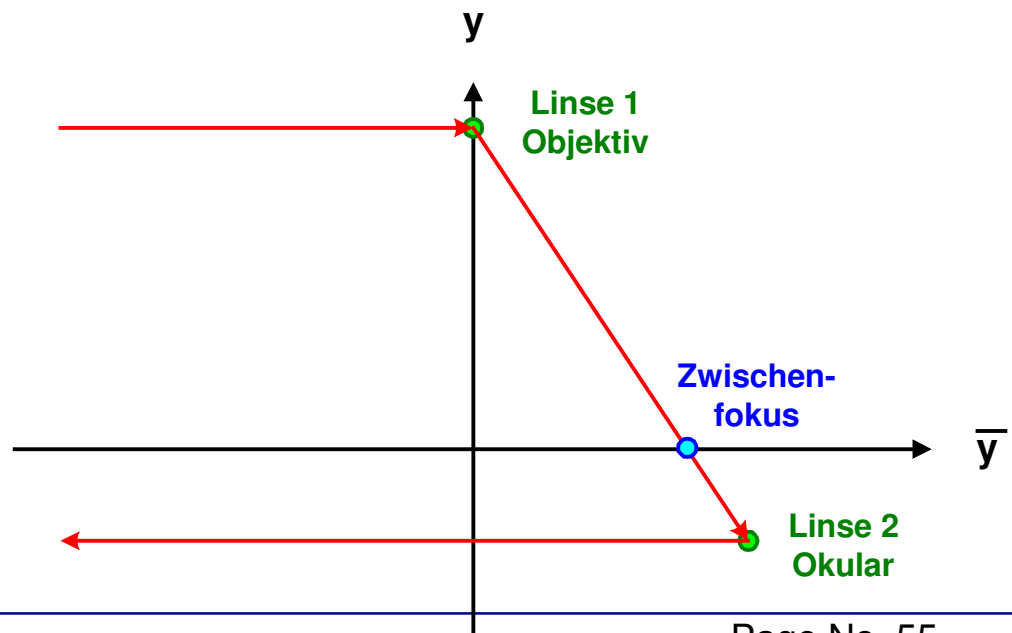


Delanodiagramm

- Galilei-Teleskop

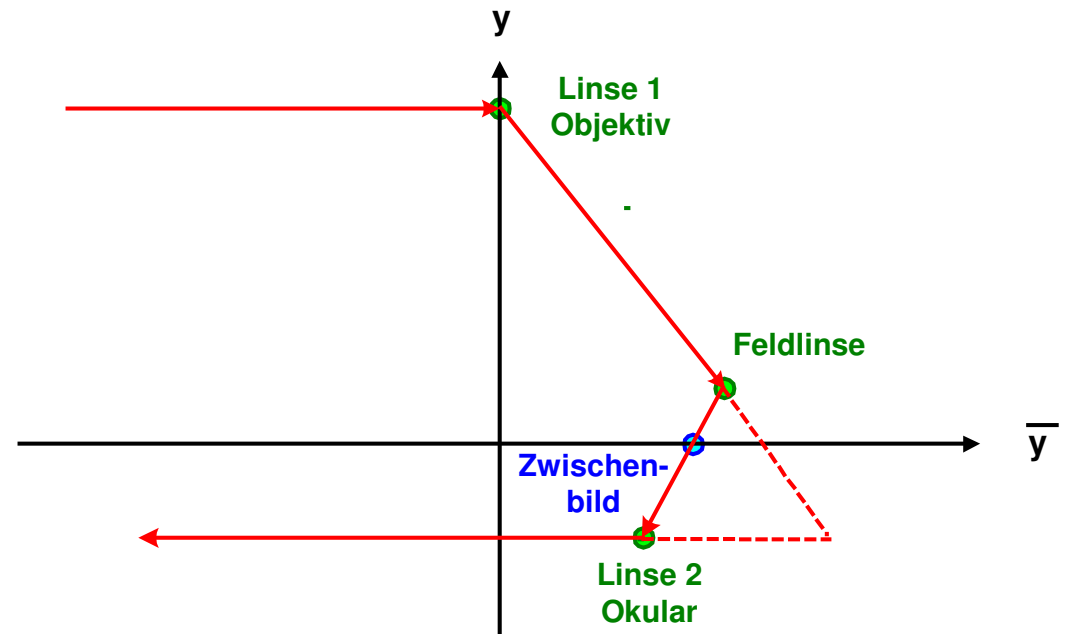


- Kepler-Teleskop



Delanodiagramm

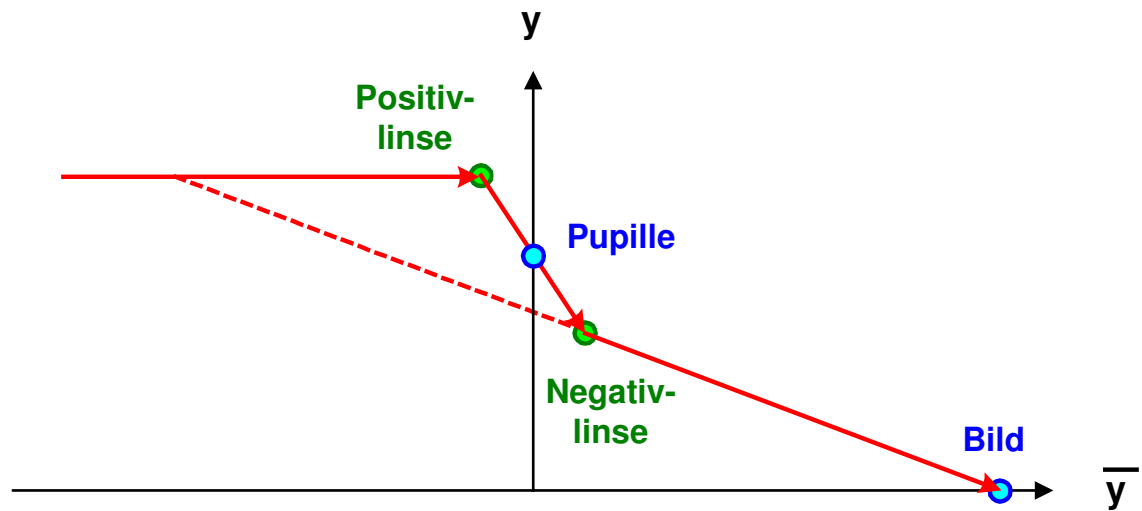
- Keplerteleskop mit Feldlinse



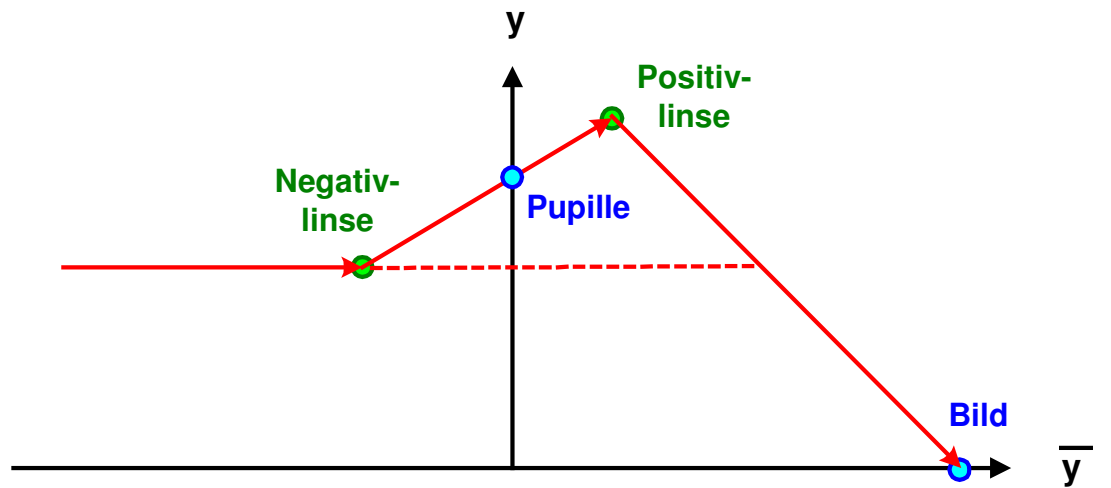
- Mikroskop

Delanodiagramm

- Telesystem

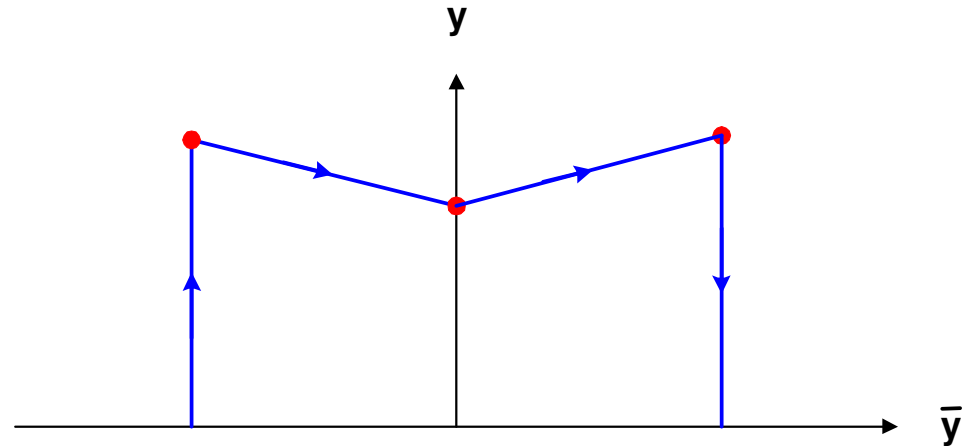


- Retrofokusobjektiv

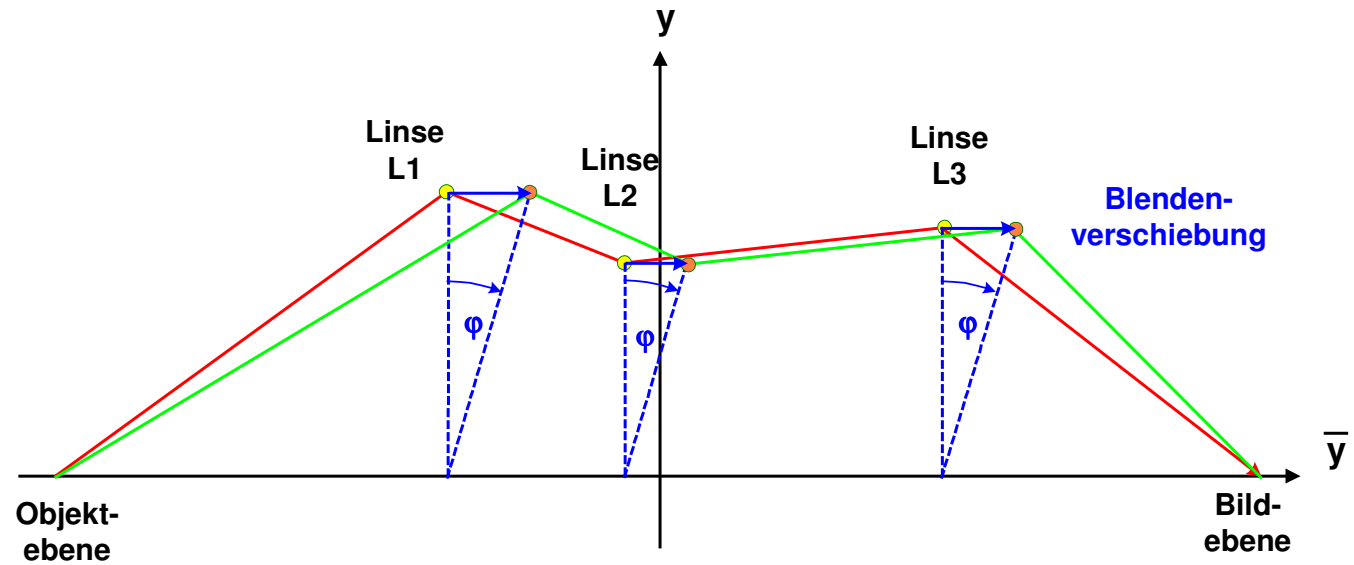


Delanodiagramm

- 3-linsiges Relaysystem

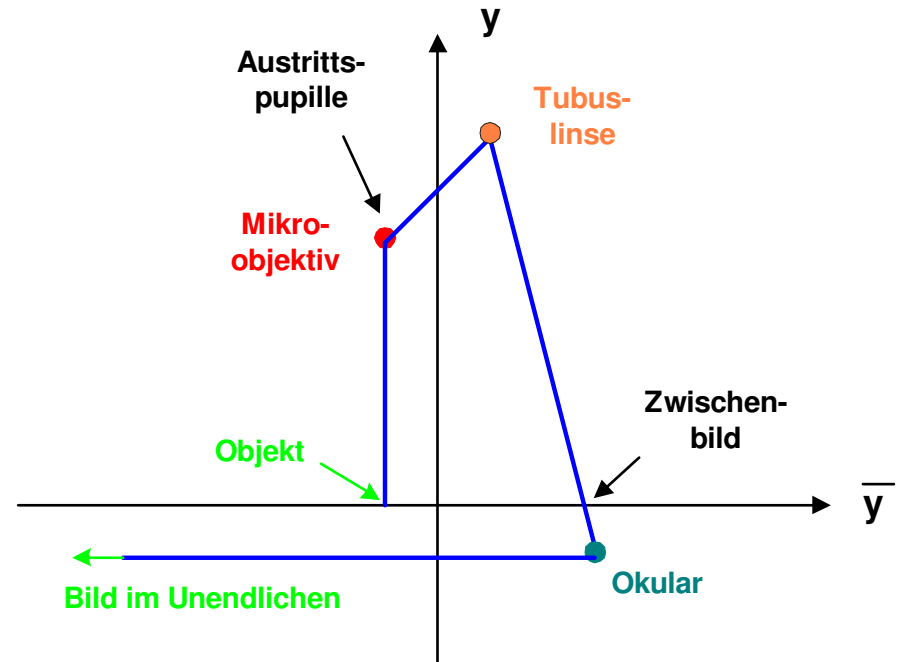
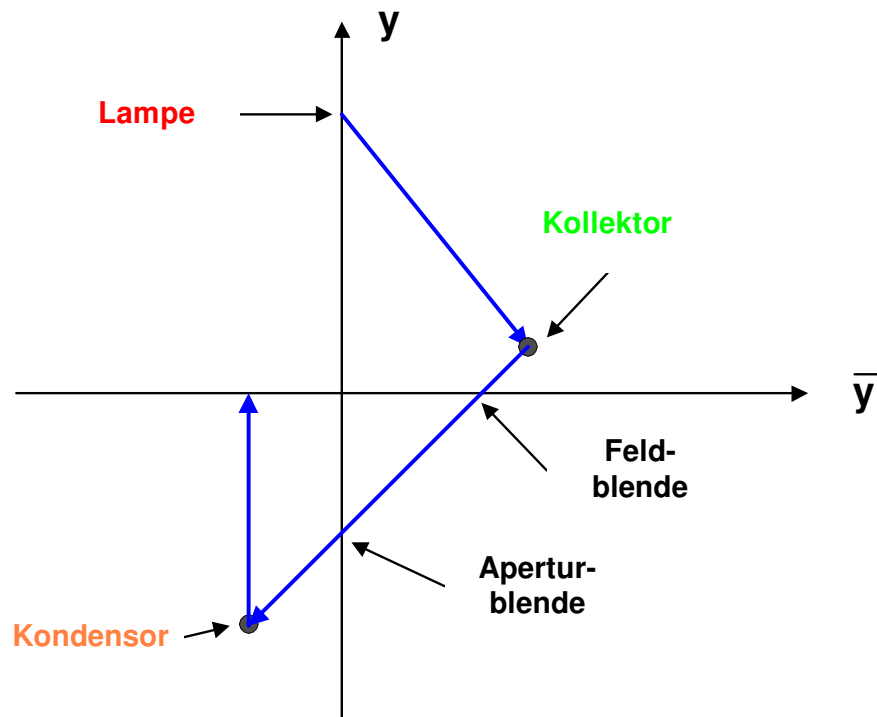


- Triplet



Delanodiagramm

- Mikroskop



- Köhlersche Beleuchtung

Inhalt / Übersicht

1. Geometrisch-optische Abbildung

1.1 Paraxiale und kollineare Abbildung

1.2 Matrixdarstellung der Abbildung

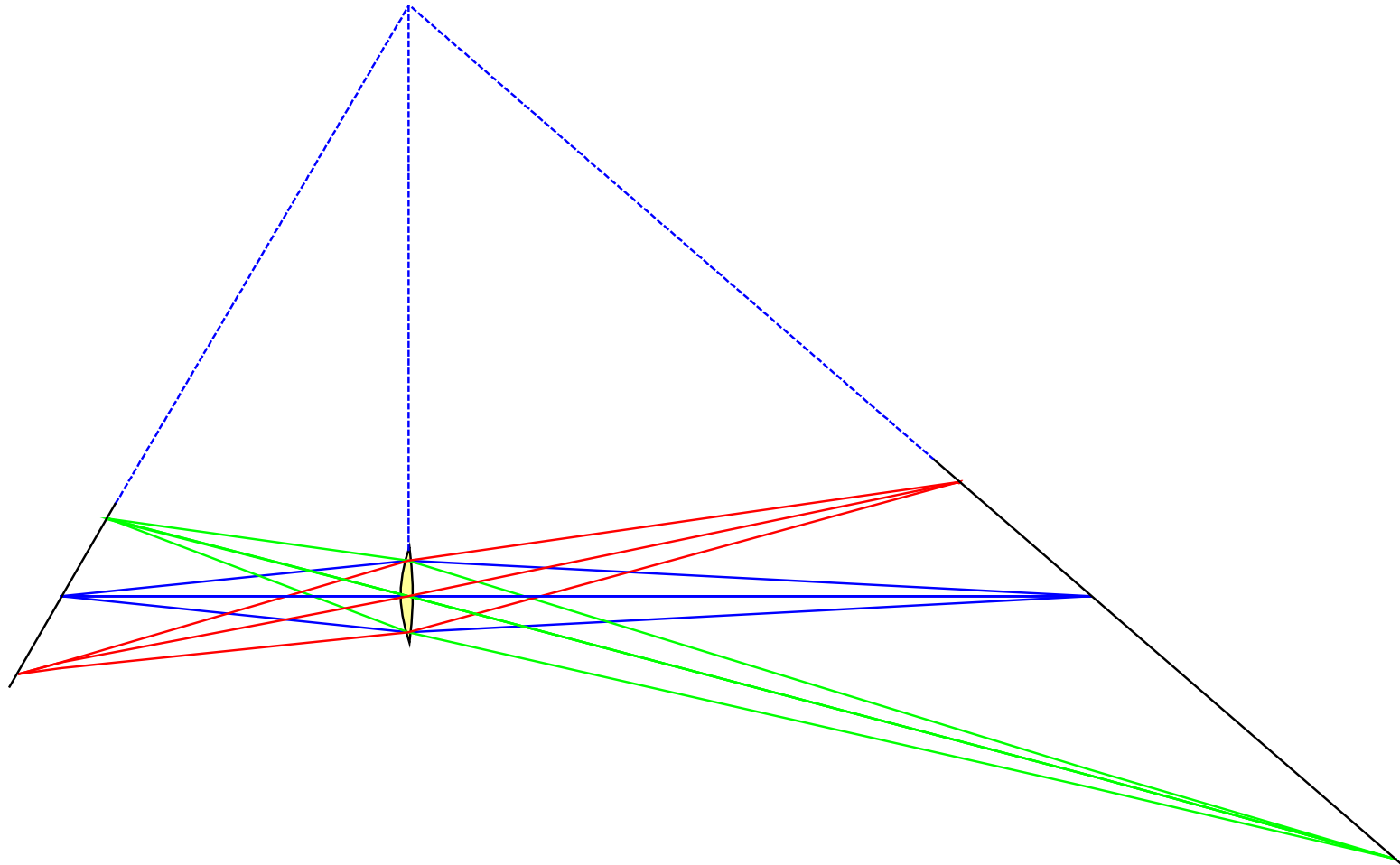
1.3 Pupillen, Blenden, Vignettierung

1.4 Delano-Diagramm

1.5 Spezielle Themen: Scheimpflug-Abbildung, Afokale Abbildung, Telezentrie, Coddington-Gleichungen, Anamorphote

Scheimpflugbedingung

- Abbildung mit geneigten Objekt- bzw. Bildebenen

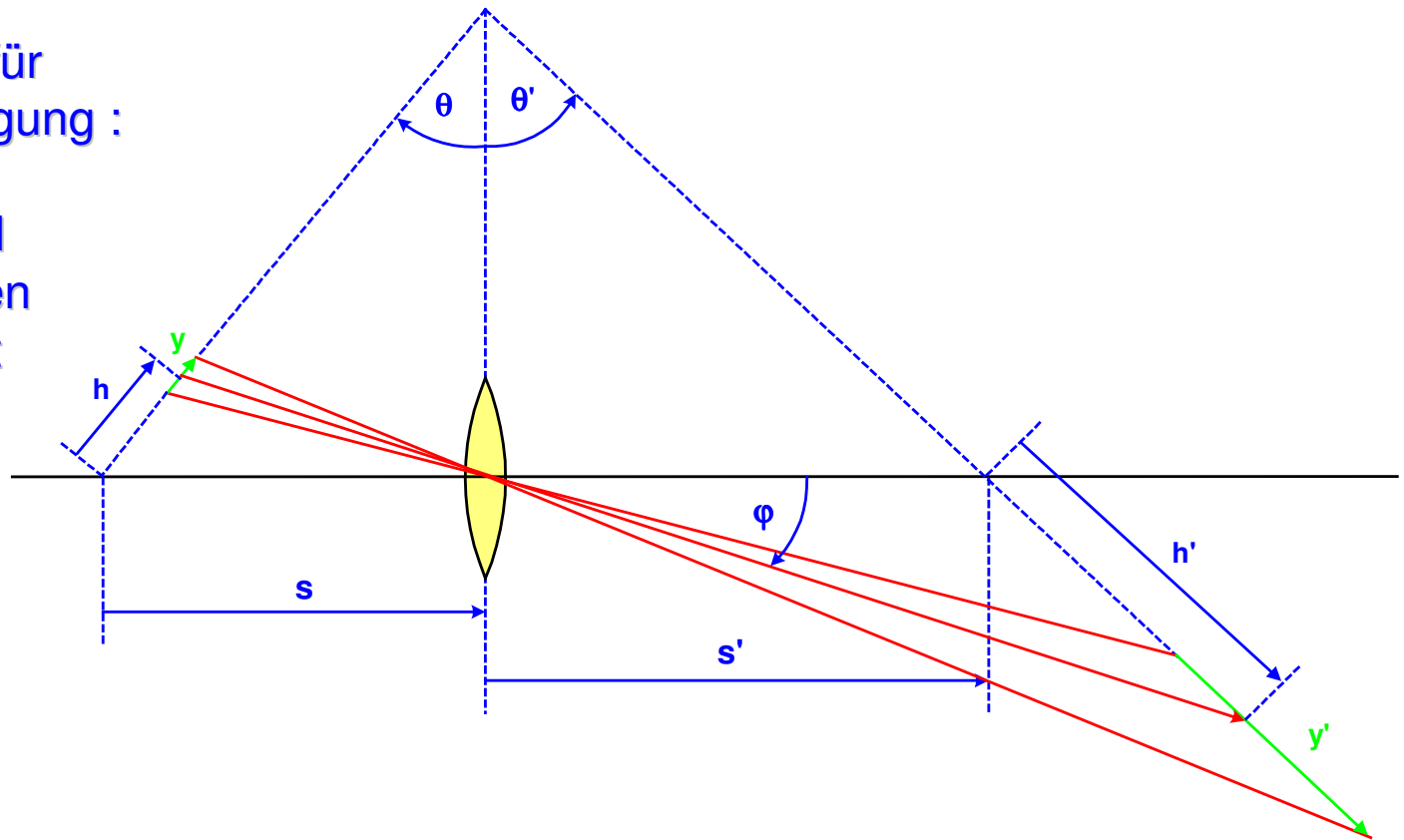


Scheimpflug - Abbildung

- Abbildung mit geneigter Objektebene
- Scharfe Abbildung für Scheimpflug-Bedingung :

Haupt-, Objekt- und Bildebene schneiden sich in einem Punkt
Es gilt :

$$\frac{s}{s'} = \frac{\tan \theta - \tan \varphi}{\tan \theta' - \tan \varphi}$$



Scheimpflug - Abbildung

- Abbildungsmaßstab ist ortsabhängig und anisotrop

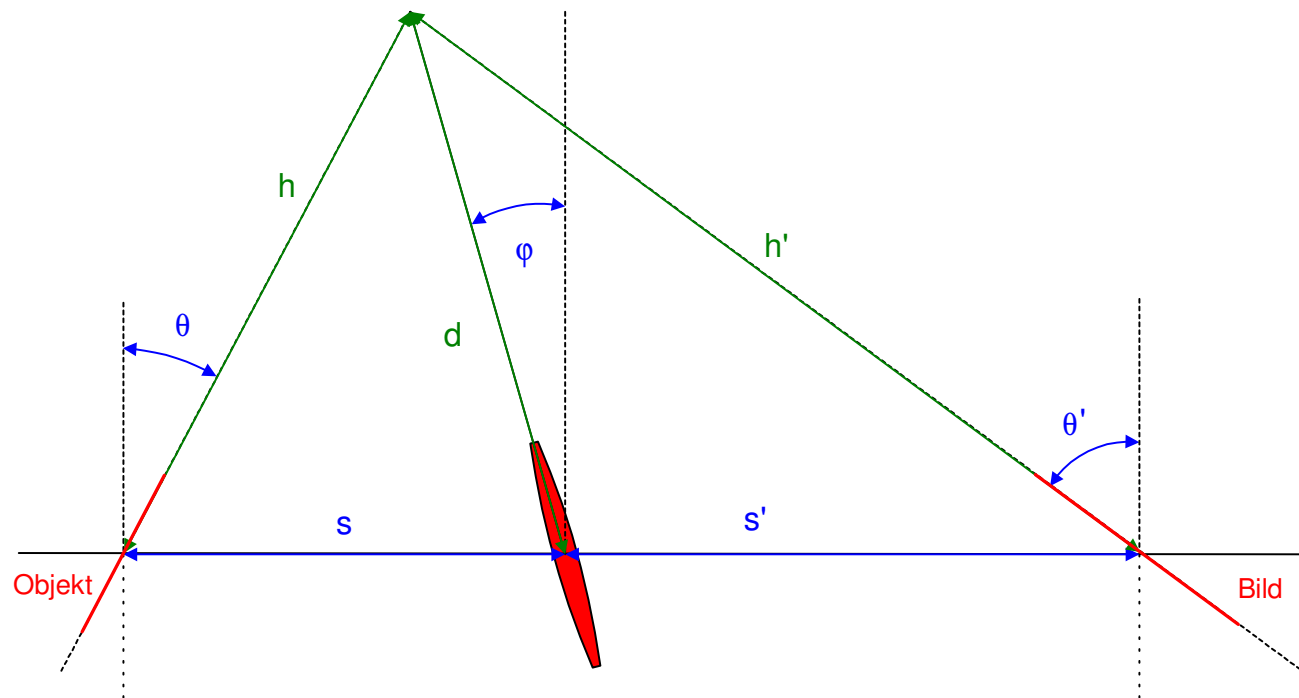
$$\beta_x' = \frac{s \cdot \beta_{\perp}'}{s + y \cdot (1 - \beta_{\perp}') \cdot \sin \theta}$$

$$\beta_y' = \left[\frac{s \cdot \beta_{\perp}'}{s + y \cdot (1 - \beta_{\perp}') \cdot \sin \theta} \right]^2 \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \theta'}$$

$$\frac{\tan \theta'}{\tan \theta} = \beta_{\perp}' = \frac{s'}{s}$$

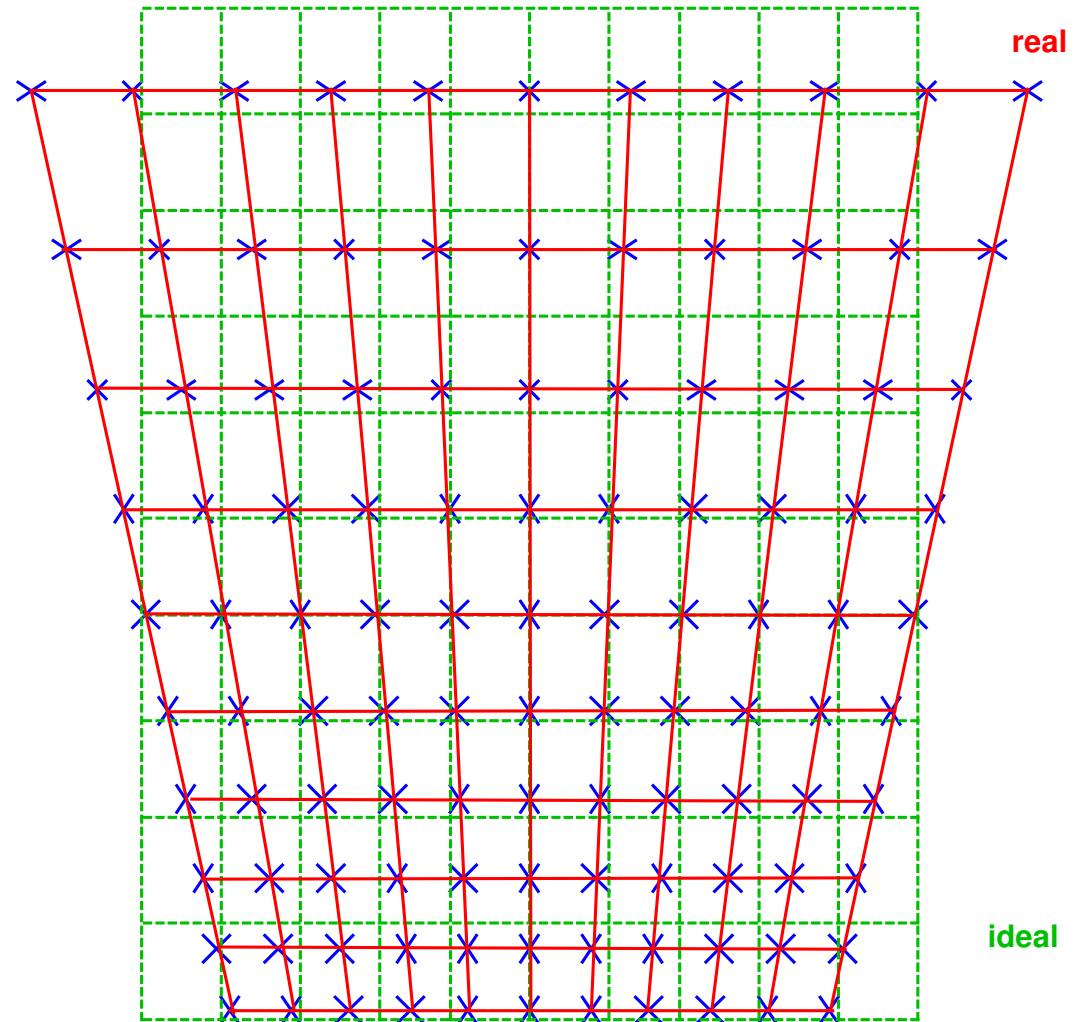
- Der Maßstab ist vom Ort abhängig :
starke Keystone-Verzeichnung

$$V = \beta_{\perp}' \cdot \frac{\sin \theta \cdot \cos \varphi}{f'}$$



Scheimpflug - Abbildung

- Keystoneverzeichnung

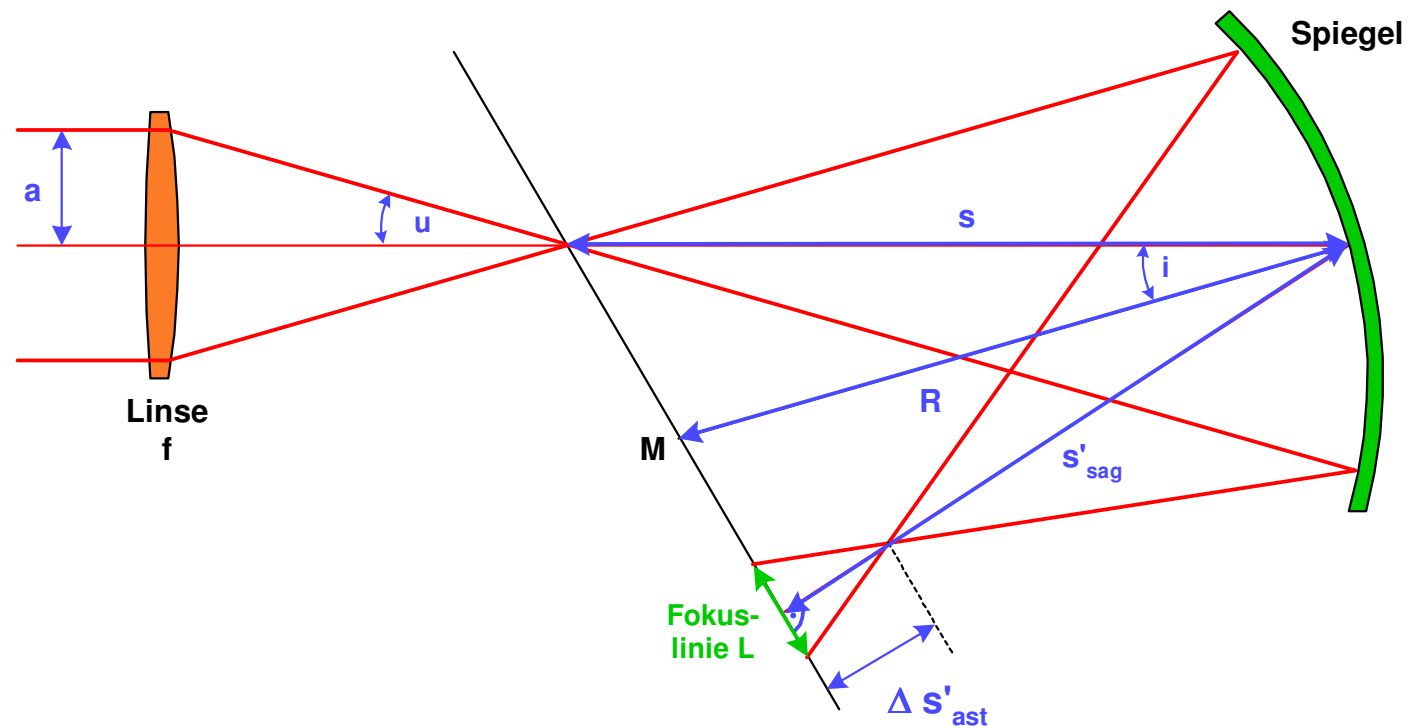


Astigmatismus geneigter Spiegel

- Sphärischer Spiegel schief benutzt :
Tangential und sagittal unterschiedliche Brennweiten

$$f_{\text{tan}} = \frac{R \cdot \cos i}{2}$$

$$f_{\text{sag}} = \frac{R}{2 \cos i}$$



Astigmatismus geneigter Spiegel

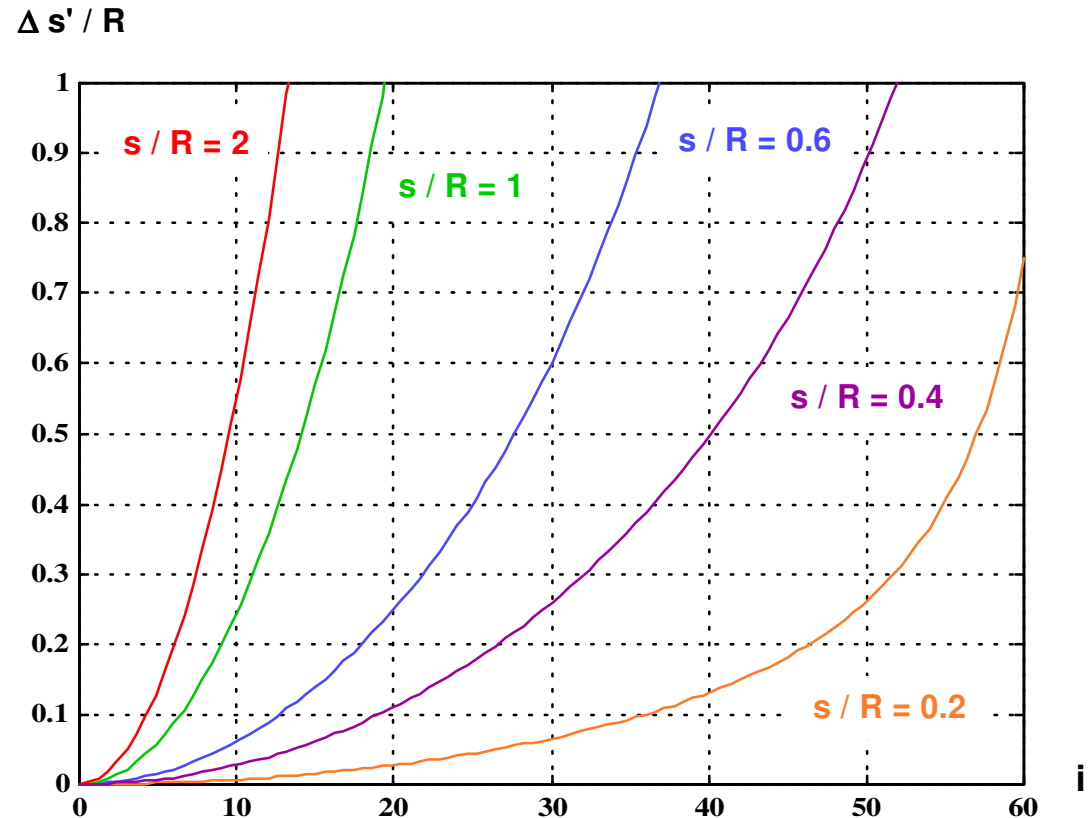
- Coddingtongleichungen für die Schnittweiten :

$$\frac{1}{s'_{\tan}} + \frac{1}{s_{\tan}} = \frac{2}{R \cdot \cos i}$$

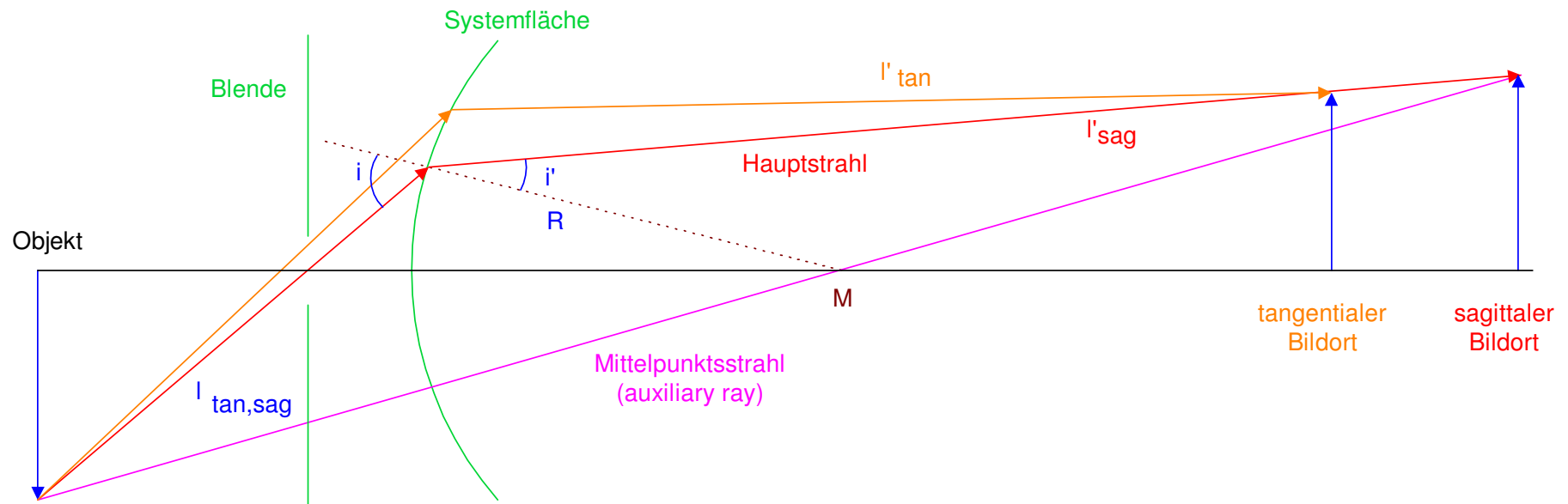
$$\frac{1}{s'_{sag}} + \frac{1}{s_{sag}} = \frac{2 \cdot \cos i}{R}$$

- Astigmatismus

$$\Delta s'_{ast} = \frac{s^2 \cdot R \cdot \sin^2 i}{2 \cos i \cdot \left(s - \frac{R \cos i}{2} \right) \cdot \left(s - \frac{R}{2 \cos i} \right)}$$



Astigmatismus : Coddington-Gleichungen



- Schräger Flächendurchgang :
 - Astigmatismus
 - Tangentialer und sagittaler Fokus
 - Differentielle Berechnung

$$\frac{n' \cos^2 i'}{l'_{\tan}} - \frac{n \cos^2 i}{l_{\tan}} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{R}$$

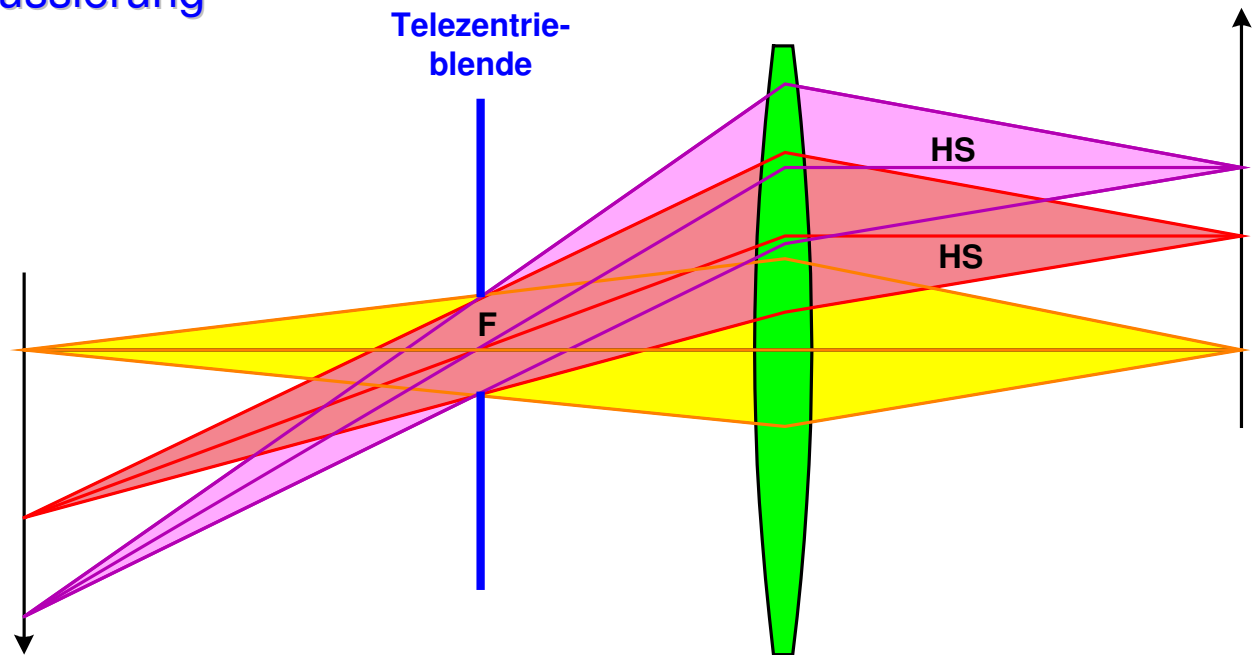
$$\frac{n'}{l'_{\text{sag}}} - \frac{n}{l_{\text{sag}}} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{R}$$

- Brennweiten :

$$f_{\tan} = \frac{R \cdot \cos i}{2} \quad f_{\text{sag}} = \frac{R}{2 \cos i}$$

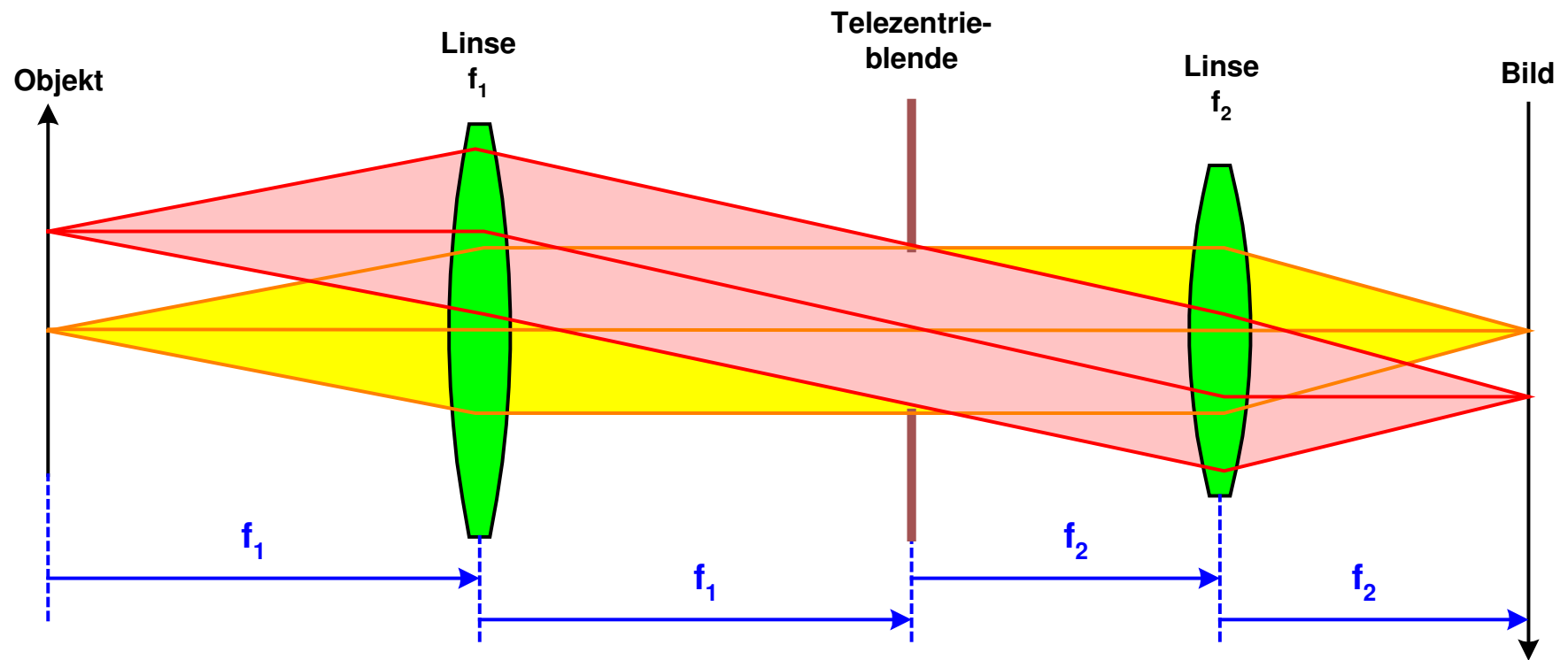
Telezentrie

- Telezentrie:
Blende in Brennebene erzwingt einen achsparallelen Hauptstrahl
- Drei Typen: bildseitig, objektseitig, beidseitig.
Jeweils andere Pupille im Unendlichen
- Spezielle Anwendung:
 - Messtechnik in Höhlungen
 - Maßstabstreue bei Defokussierung



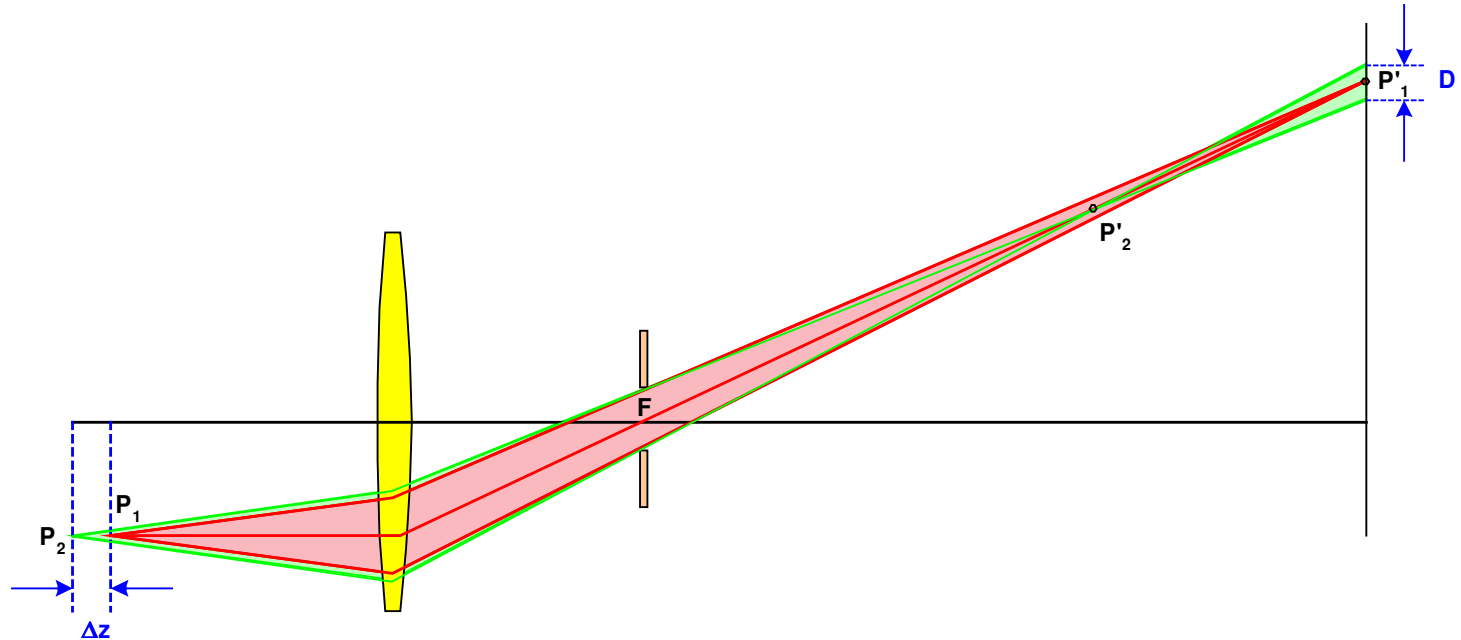
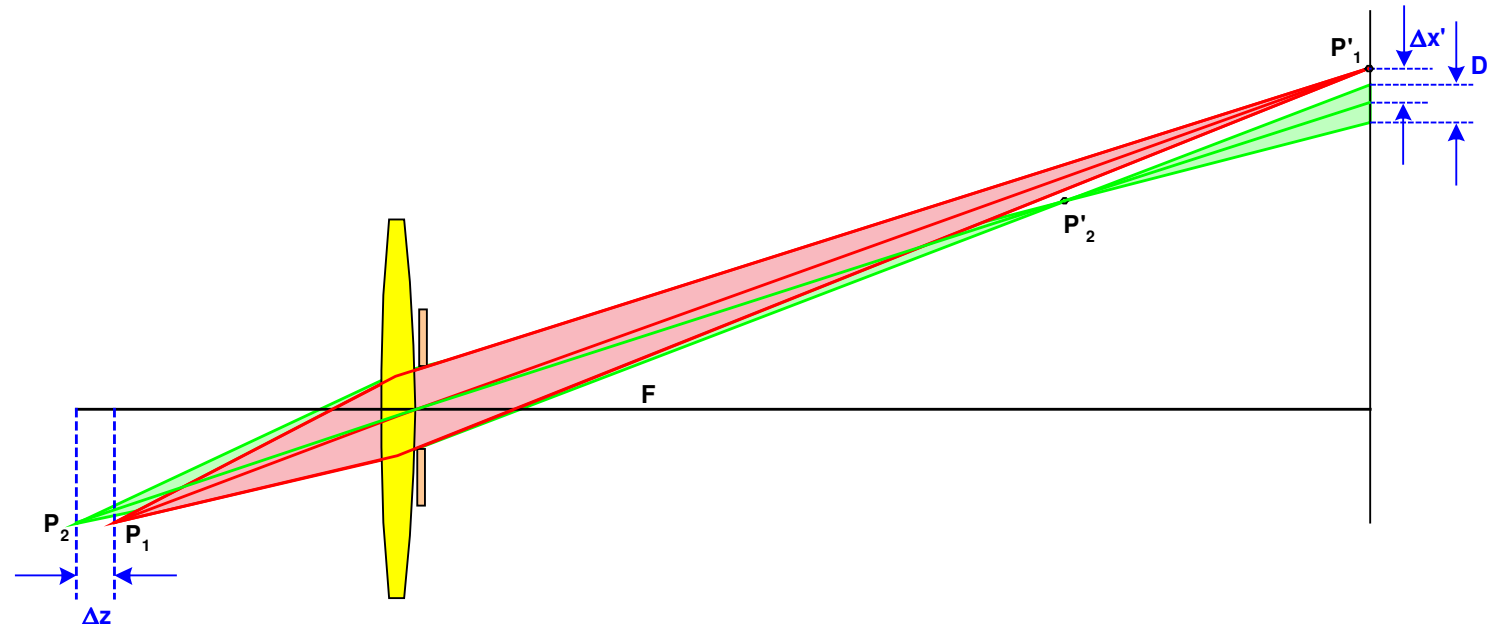
Telezentrie

- Doppelt-telezentrisches System



Telezentrie

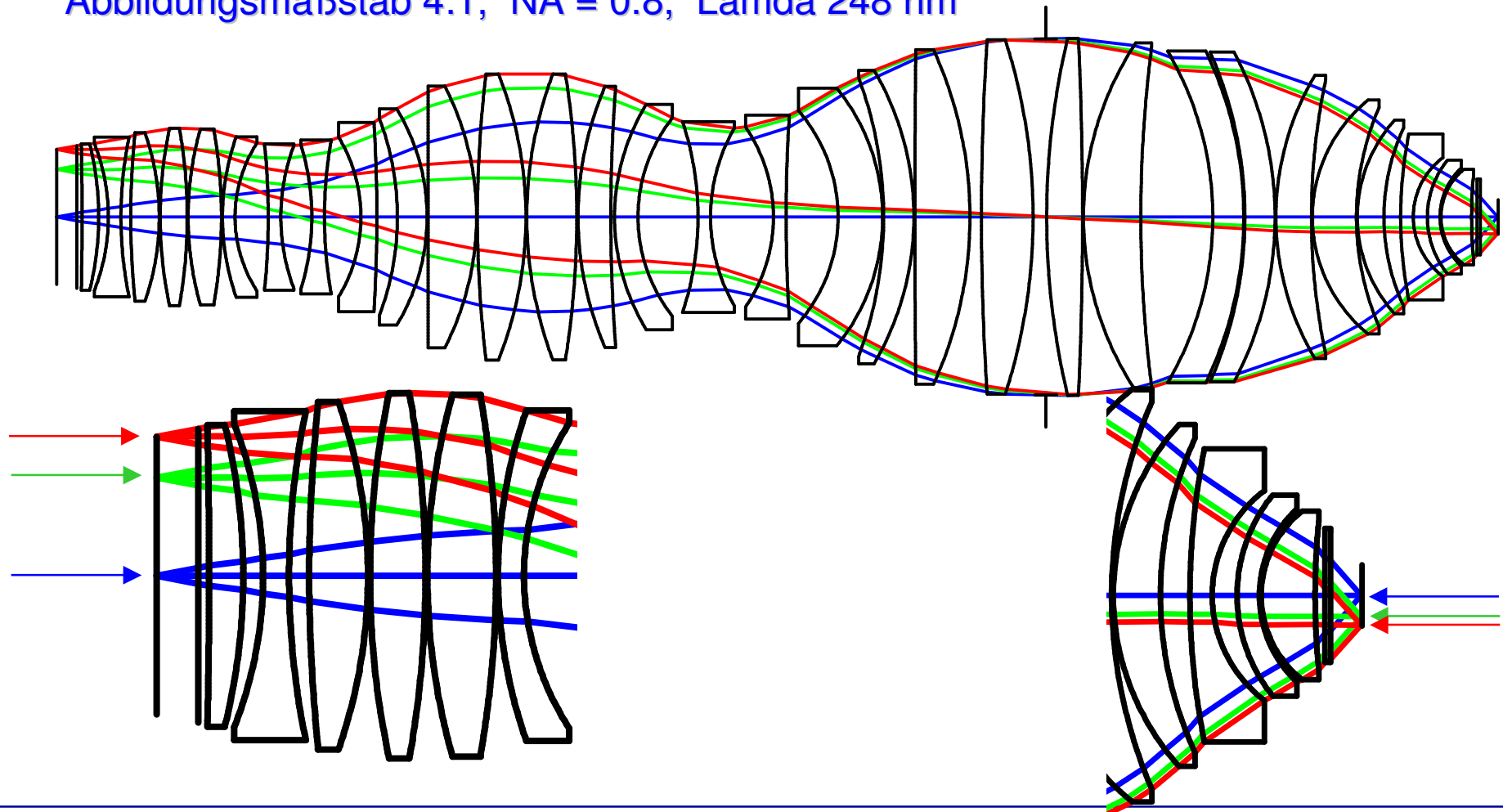
- Maßstab ist bei Defokus konstant
- Anwendung : Meßtechnik



Telezentrie (3)

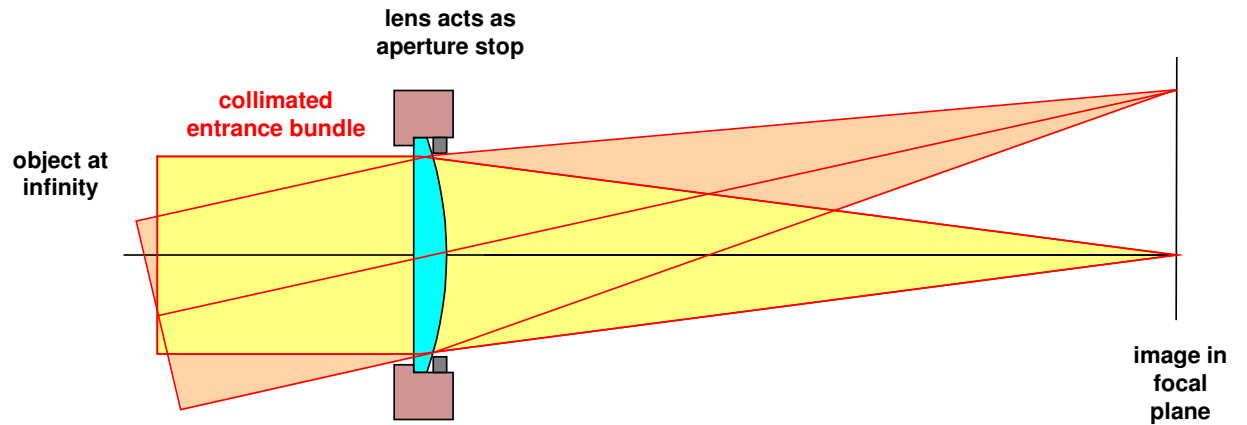
Beidseitig telezentrisches Halbleiterobjektiv, EP 1 006 389 A2

Abbildungsmaßstab 4:1, NA = 0.8, Lamda 248 nm

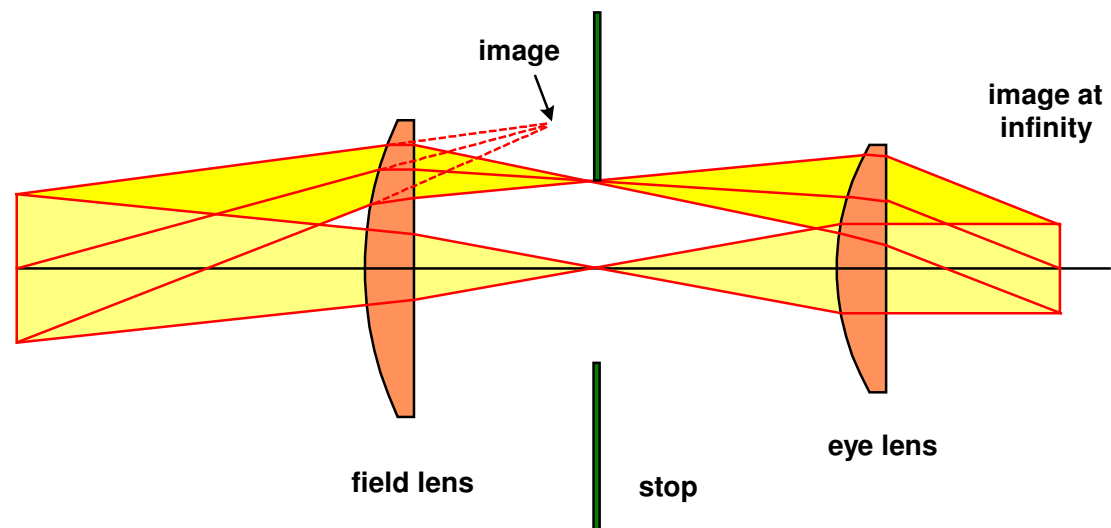


Objekt oder Bild im Unendlichen

- System mit unendlicher Objektlage :
Eingangslinse wirkt als Eintrittspupille

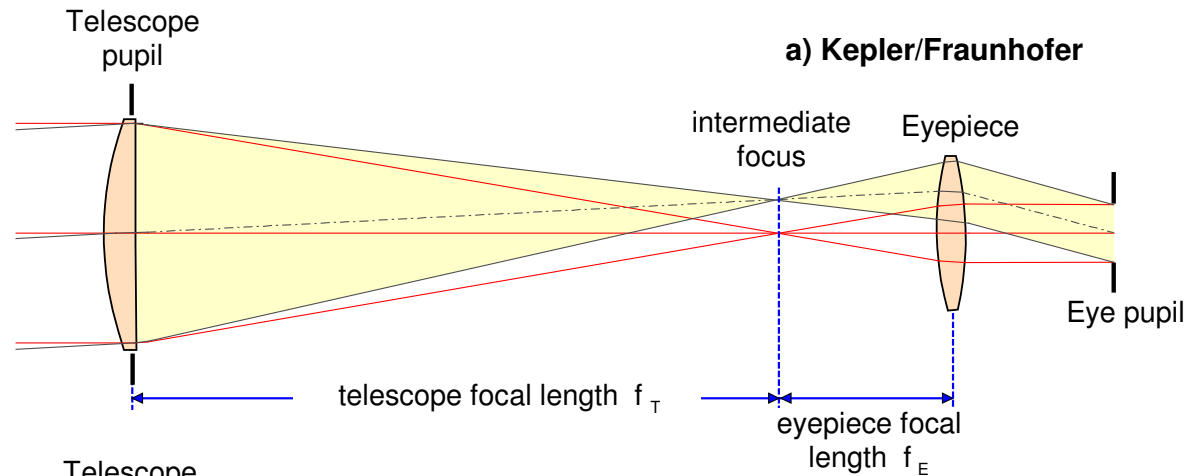


- Bild im Unendlichen :
Beispiel Okular

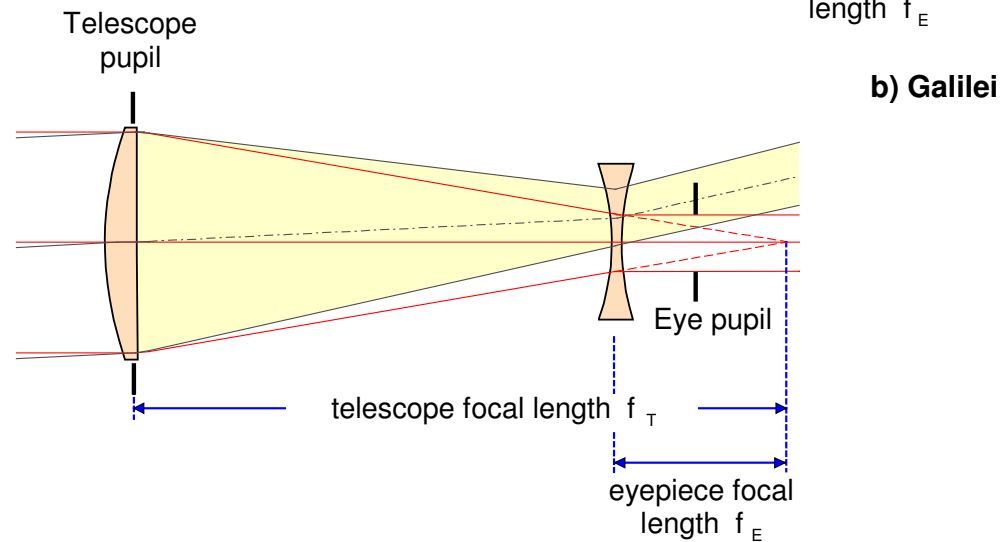


Basic Refractive Telescopes

- Kepler typ:
 - internal focus
 - longer total track
 - $\Gamma > 0$

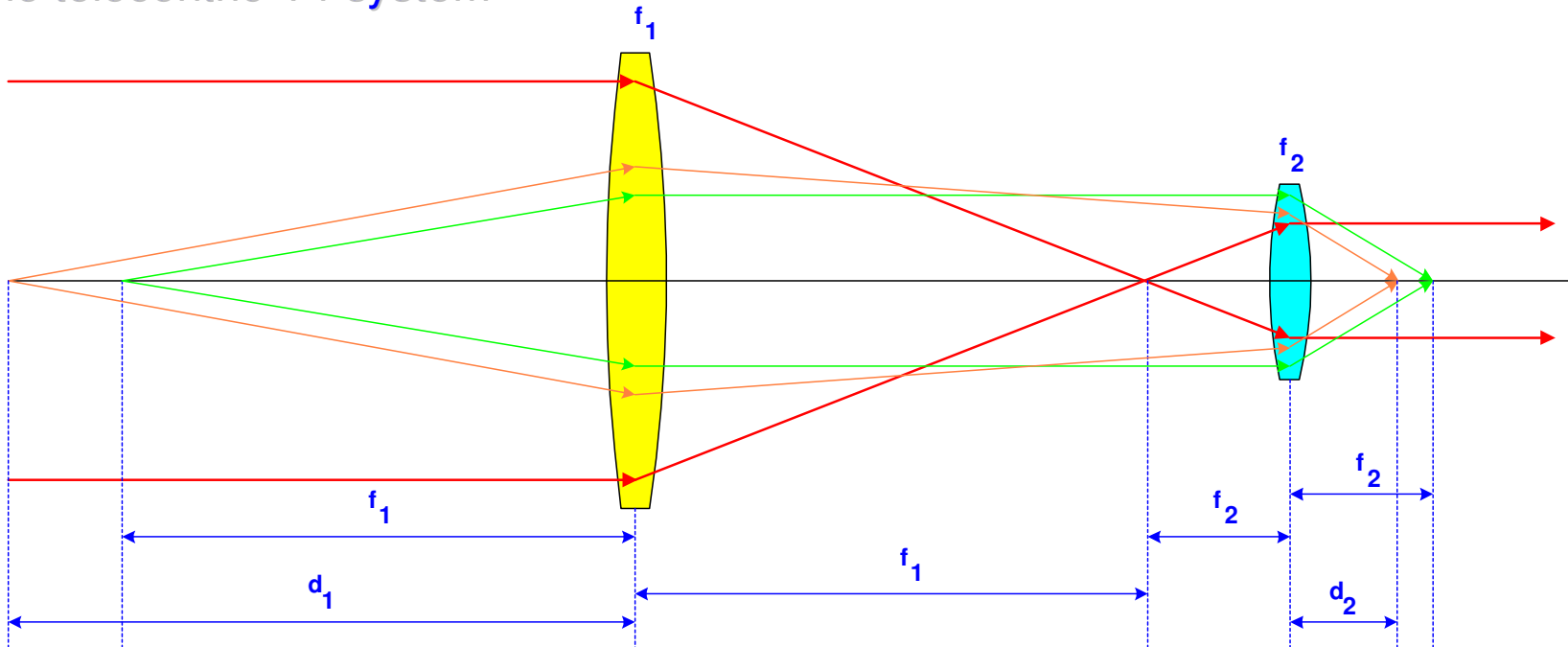


- Galilei typ:
 - no internal focus
 - shorter total track
 - $\Gamma < 0$



Kepler Telescope

- Afocal telescope with two positive groups $\Gamma = \frac{f_1}{f_2}$
Magnification
- Principal planes in infinity, Lens makers formula not usable
- Focal length infinity
Finite imaging for:
$$d_1 < \frac{f_1 + f_2}{\Gamma}$$
- Object in front focal plane:
double telecentric 4-f-system



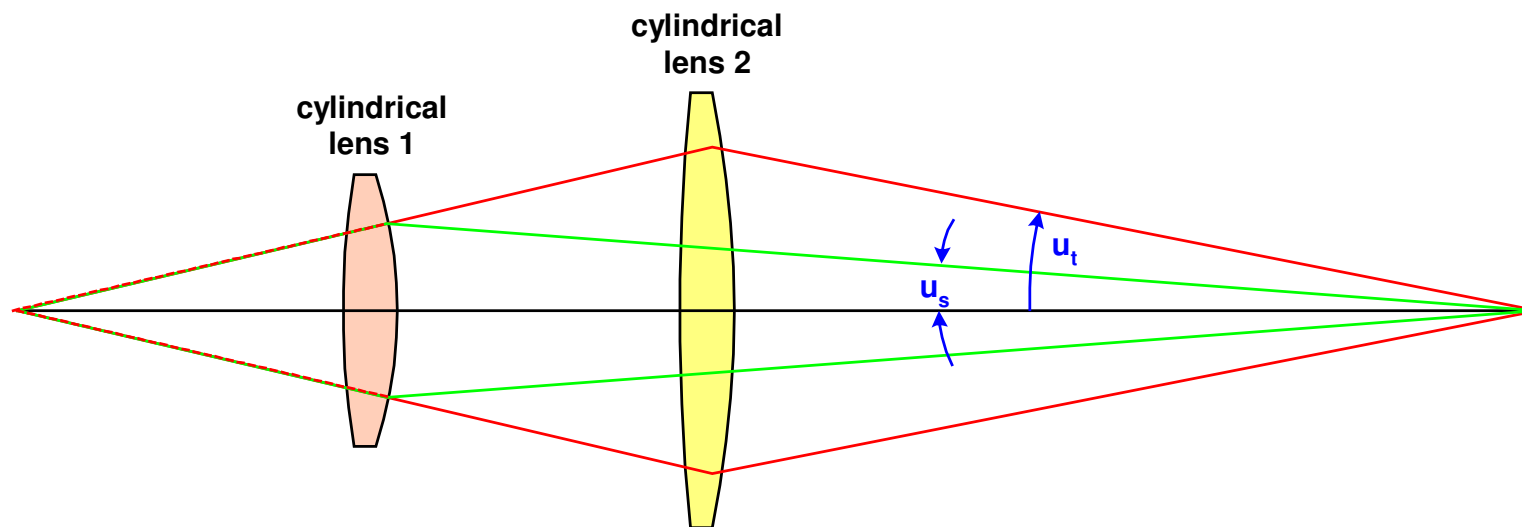
Anamorphotische Abbildung

- Anamorphotische Abbildung :
Unterschiedliche Maßstäbe im tangentialen Schnitt
und im sagittalen Schnitt
Aber gleiche Bildlagen.
- Anamorphotischer Faktor :

$$\beta_t = \frac{n_1 \cdot u_{t,1}}{n_k \cdot u_{t,k}}$$

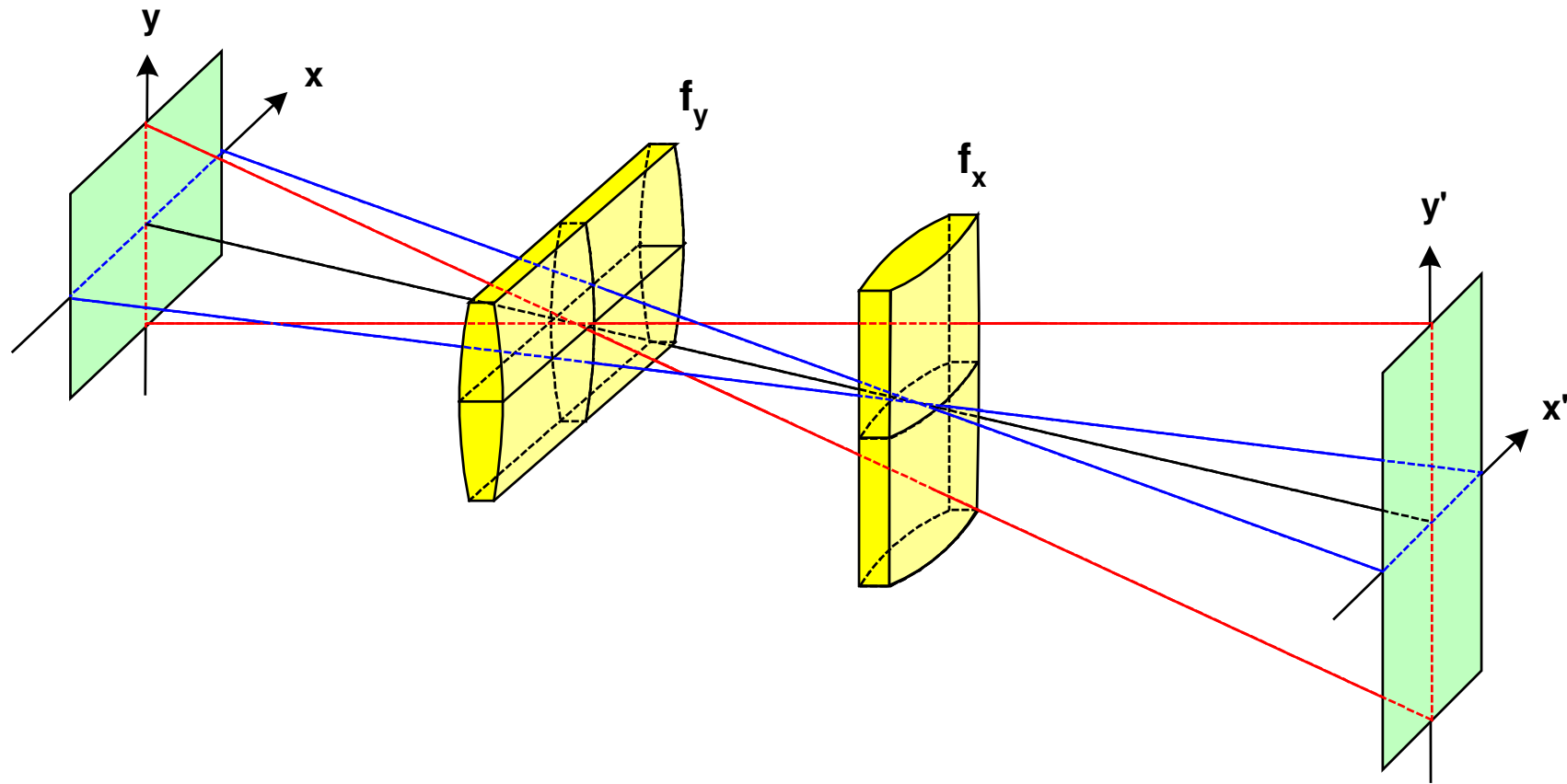
$$\beta_s = \frac{n_1 \cdot u_{s,1}}{n_k \cdot u_{s,k}}$$

$$F_{anamorph} = \frac{\beta_s}{\beta_t}$$



Anamorphotische Abbildung

- Realisierung mit Zylinderlinsen



Anamorphic Systems

- Example:
Laser beam collimator

