

Abbildung von Laserstrahlbündeln

von
Carsten Funke und Peter Schreier

am 07.05.2010

Synthese und Bewertung optischer Systeme

Gliederung

1. Motivation
2. Einführung
3. Charakterisierung von Gaußstrahlen
4. Bestimmung der Strahlqualität
5. Abbildung von Laserstrahlbündeln
6. Zusammenfassung

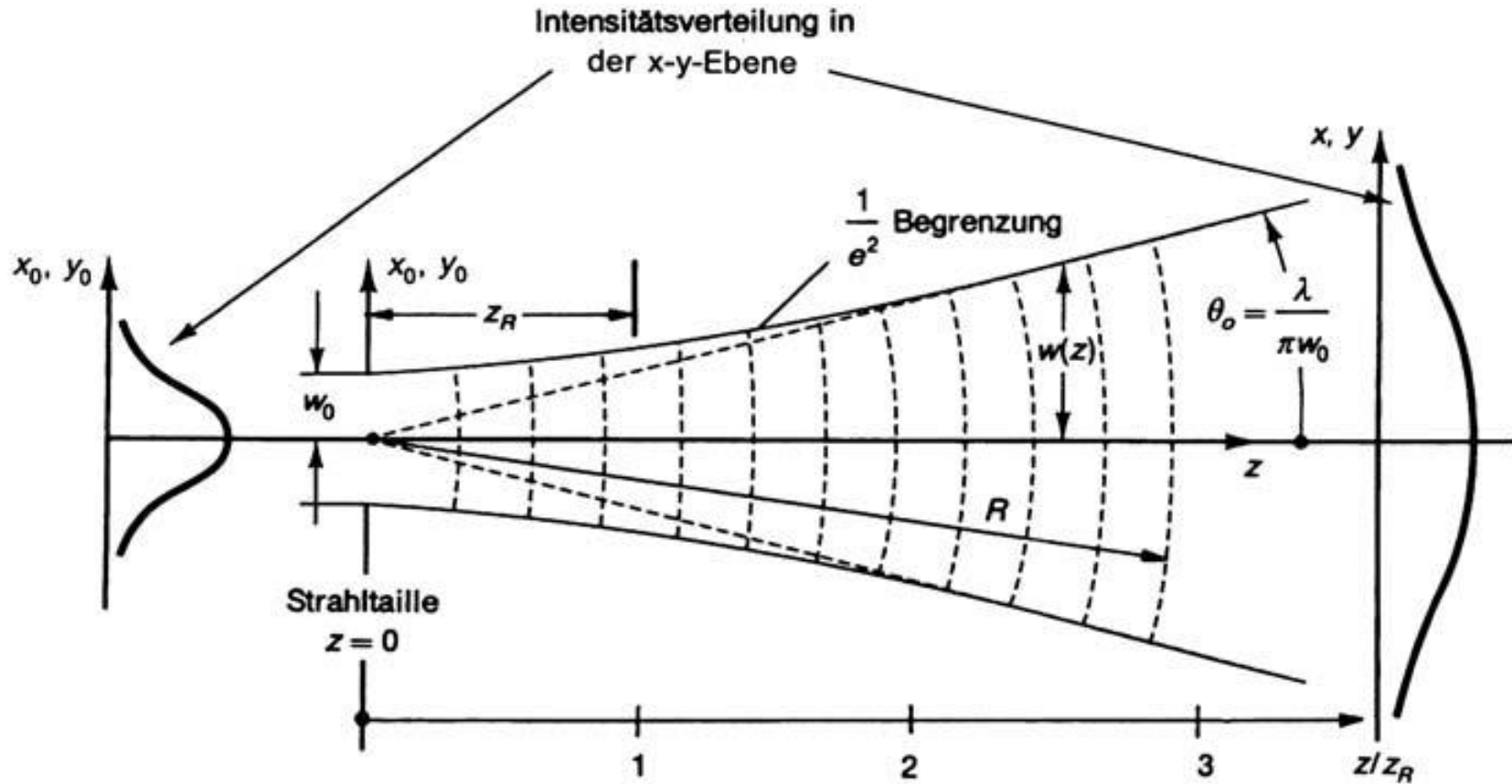
1. Motivation

- Abgrenzung der Laserstrahlung zu anderen Lichtquellen
- Verständnis für die mathematischen Beziehungen und die Kennzahlen
- Kennenlernen der Abbildungsvorschriften

2. Einführung

- Laserstrahlung:
 - Mathematische Beschreibung mit ebenen Wellen und Kugelwellen nicht möglich → Gaußstrahlen
- Gaußstrahl:
 - Eine Lösung der paraxial genäherten Helmholtz-Gleichung
 - Kugelwellen mit imaginärem Quellpunkt
 - transversales Profil gemäß einer Gauß-Kurve
 - longitudinales Lorentz-Profil (Strahlkaustik)
 - Sehr gut geeignet für die Beschreibung von Laserstrahlung
 - Schmalere, stark fokussiertes Laserstrahlbündel angestrebt

3. Charakterisierung von Gaußstrahlen



Quelle: Pedrotti et al.: Optik für Ingenieure, S.649

3. Charakterisierung von Gaußstrahlen

- Eine (von mehreren) Lösungen der paraxialen Helmholtzgleichung

$$\nabla_t^2 \cdot A - 2 \cdot i \cdot k \cdot \frac{\partial A}{\partial z} = 0$$

$$A(r, z, t) \approx \frac{\hat{A}_2}{q} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \cdot \exp\left(-i \frac{k \cdot r^2}{2 \cdot R(z)}\right) \cdot \exp i(\omega \cdot t - k \cdot z)$$

3. Charakterisierung von Gaußstrahlen

- Strahlparameter q : $q(z) = z + iz_R$
- Strahlradius: $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$
- Strahlradius an der Strahltaile: $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi}}$
- Rayleighlänge: $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$
- Krümmungsradius: $R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right]$ $R(z) \approx z$

3. Charakterisierung von Gaußstrahlen

- Intensität:
$$I(r, z) = I_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp \left[-\frac{2r^2}{w^2(z)} \right]$$
- Divergenz:
$$\theta_0 = \frac{w_0}{z_R} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$
- Strahlparameterprodukt:
$$\theta_0 \cdot w_0 = \frac{\lambda}{\pi} = \theta_0' \cdot w_0'$$
- Beugungsmaßzahl:
$$M^2 = \frac{2\theta_m \cdot 2w_m}{2\theta_0 \cdot 2w_0} = \frac{2\theta_m \cdot 2w_m}{4\lambda/\pi}$$

→ Strahlkaustik ist durch mindestens 3 der 7 Größen θ , w_0 , $w(z)$, z_R , $R(z)$, λ , M^2 vollständig definiert

4. Bestimmung der Strahlqualität

Vorgehensweise nach ISO 11146:

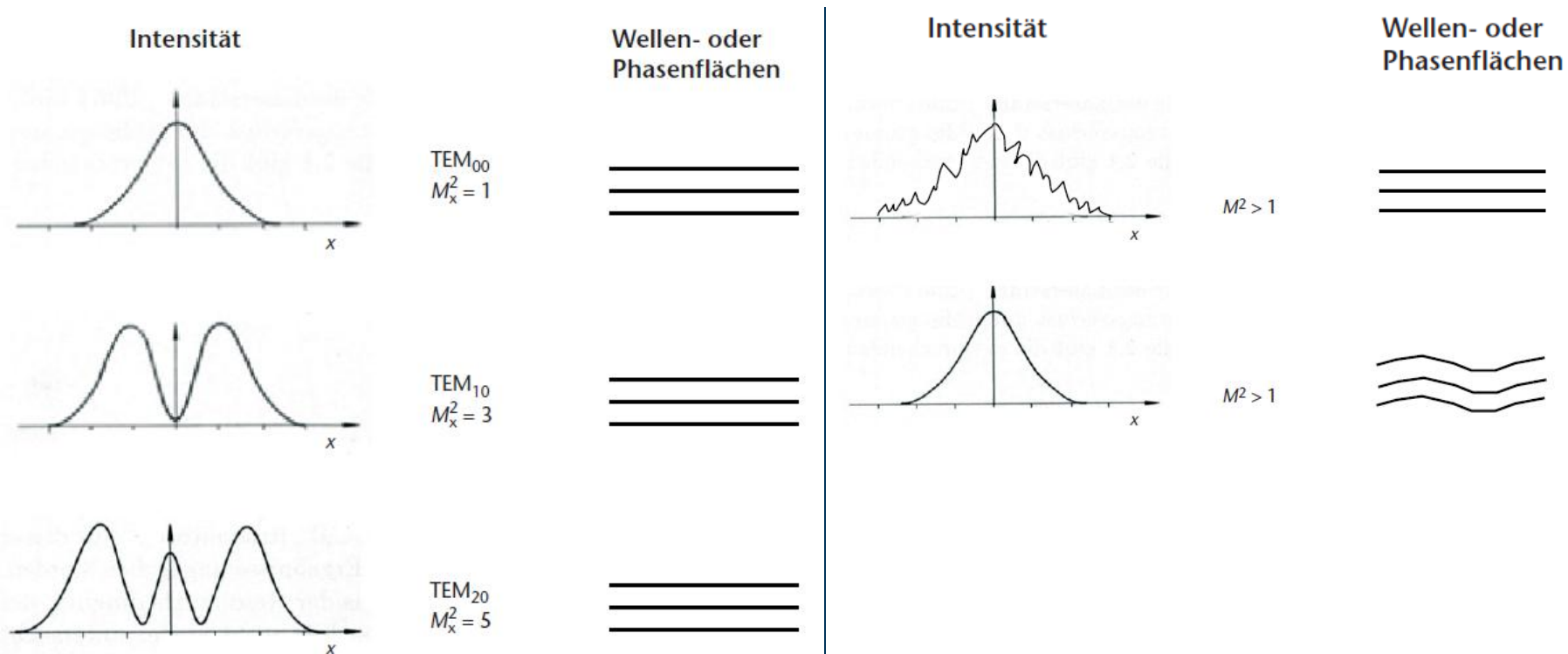
- Fokussierung des Laserstrahlbündels mit Linse
- Bestimmung des Strahltaillenradius $w(z)$ an mind. 10 Stellen mit CCD-Kamera
- Berechnung von z_0 , w_0 und θ durch Koeffizientenvergleich

- Berechnung der Beugungsmaßzahl $M^2 = \frac{2\theta_m \cdot 2w_m}{4\lambda/\pi}$

- Strahlqualität $K = \frac{1}{M^2}$

4. Bestimmung der Strahlqualität

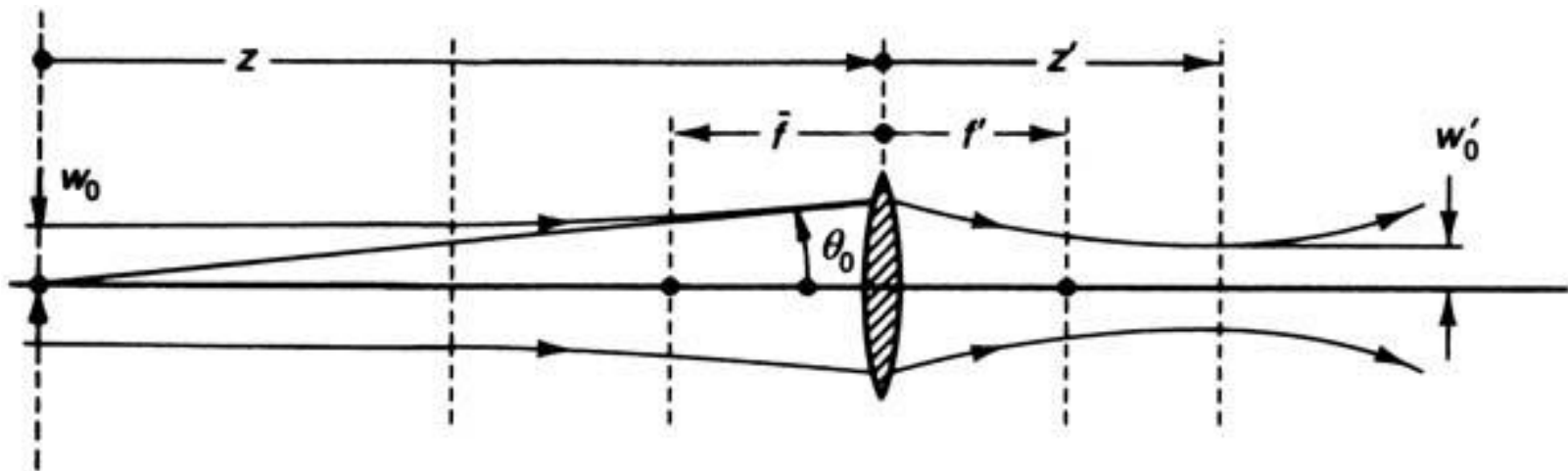
Aussagekraft der Strahlqualität:



Quelle: Eichler et al., Laser Technik Journal, Ausgabe Oktober 2004 S. 63ff.

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln

- Strahländerung beim Durchgang durch ein beliebiges optisches System

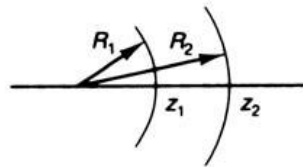


Quelle: Pedrotti et al.: Optik für Ingenieure, S.663

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln

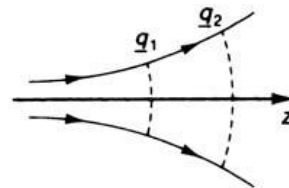
- Zusammenhang zwischen $R(z)$ (gewöhnliche Kugelwelle) und $q(z)$ (Gaußscher Strahl)

gewöhnliche Kugelwellen



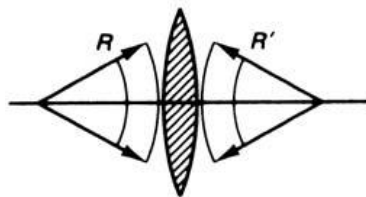
$$R_2 = R_1 + (z_2 - z_1)$$

Gaußsche Kugelwellen



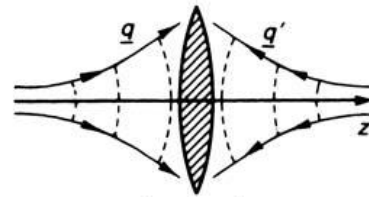
$$q_2 = q_1 + (z_2 - z_1)$$

Ausbreitung



$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f'}$$

Wirkung einer Sammellinse



$$\frac{1}{q'} = \frac{1}{q} - \frac{1}{f'}$$

$$R_2 = R_1 + (z_2 - z_1)$$

$$q_2 = q_1 + (z_2 - z_1)$$

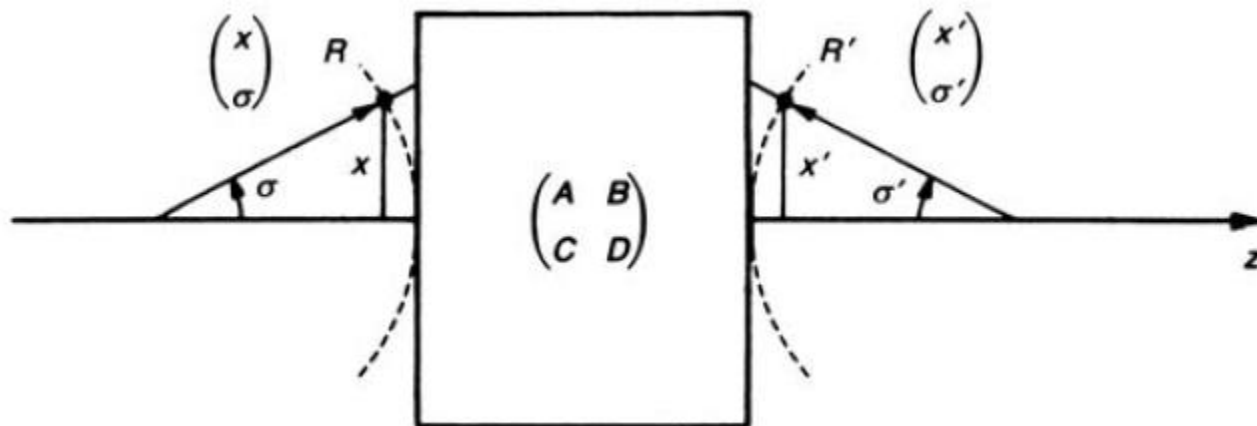
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{q'} = \frac{1}{q} - \frac{1}{f'}$$

Quelle: Pedrotti et al.: Optik für Ingenieure, S.656

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln

Ausbreitung von Kugelwellen im Matrixformalismus



$$R = \frac{x}{\sigma}$$

Quelle: Pedrotti et al.: Optik für Ingenieure, S.657

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln

Beschreibung des Systems durch die ABCD-Matrix:

$$\begin{pmatrix} x' \\ \sigma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \sigma \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow x' = Ax + B\sigma \quad \text{und} \quad \sigma' = Cx + D\sigma$$

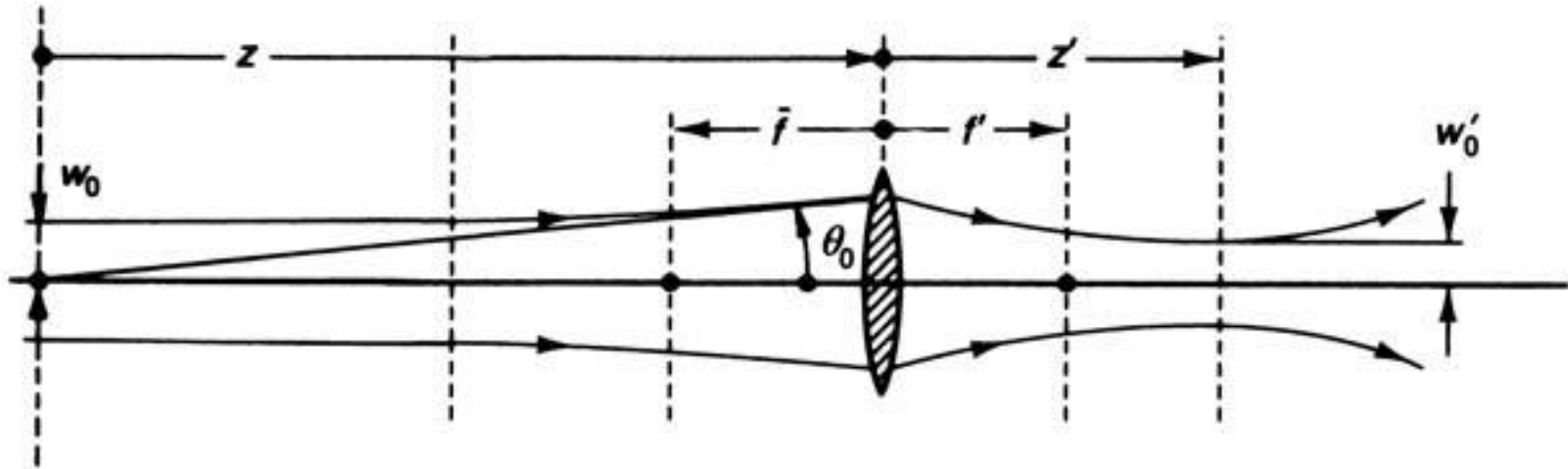
$$\rightarrow R' = \frac{AR + B}{CR + D}$$

Durch Substitution von R' durch q' erhält man:

ABCD-Transformationsgesetz
für Gaußsche Strahlen

$$\underline{q'} = \frac{A\underline{q} + B}{C\underline{q} + D}$$

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln

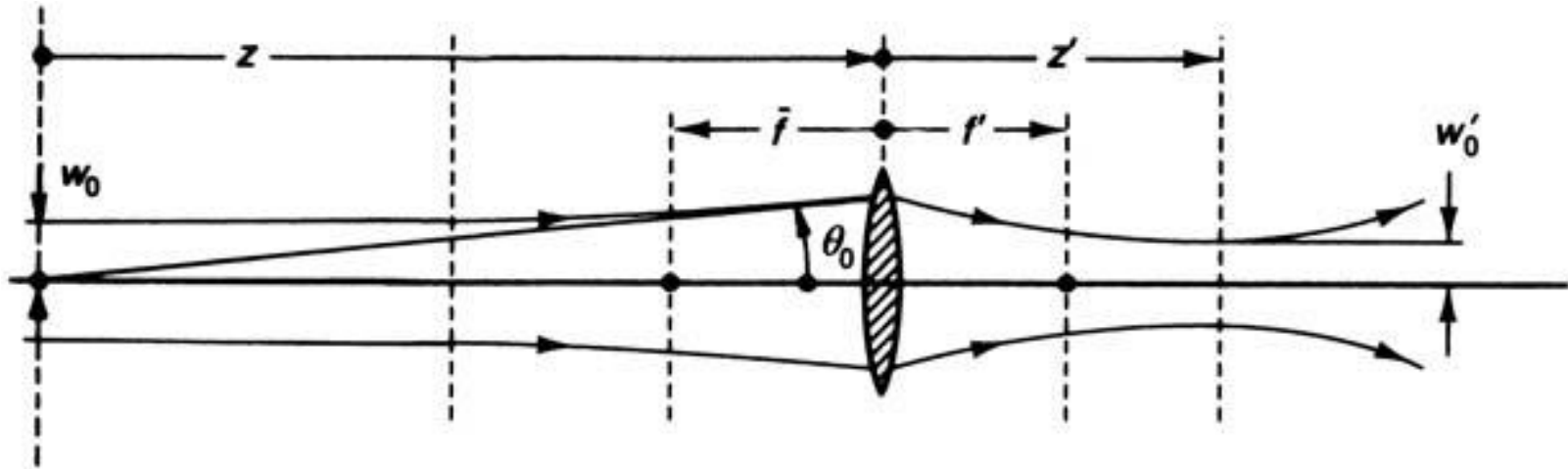


Strahltaillenradius: $w'_0 = w_0 V'_{\text{Gauß}}$

Halber Strahlöffnungswinkel: $\theta'_0 = \frac{\theta_0}{V'_{\text{Gauß}}}$

Lage der Strahltaile: $z' - f' = V'^2_{\text{Gauß}}(z - f)$

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln



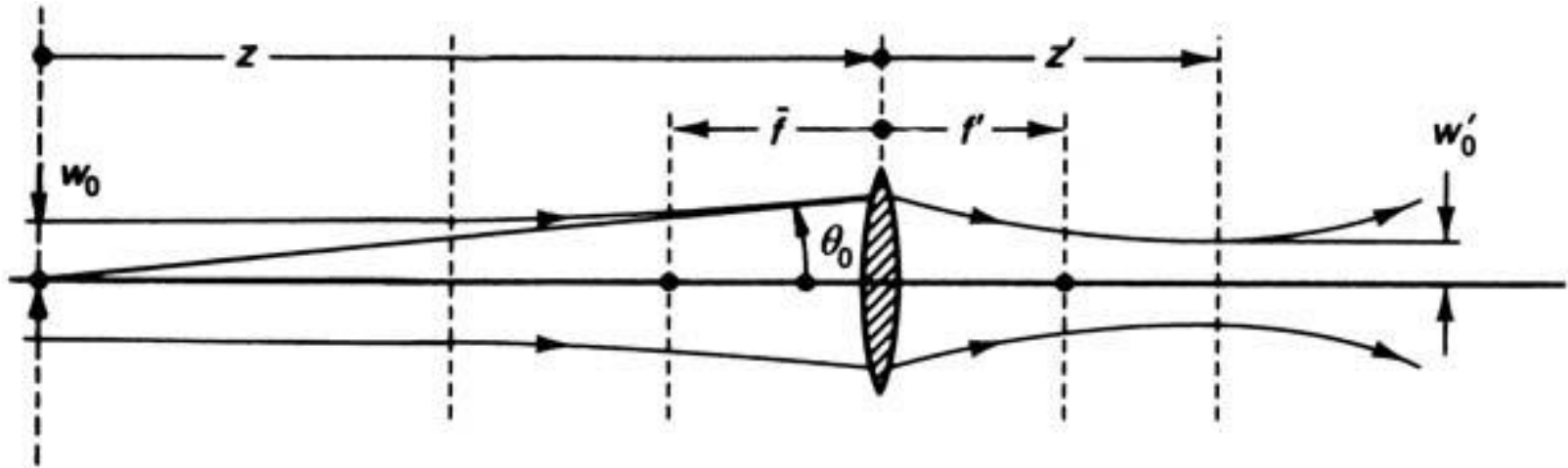
Vergrößerung:

$$V'_{\text{Gauß}} = \frac{f'}{\sqrt{z_R^2 + (z - f')^2}}$$

Schärfentiefe:

$$2z'_R = V'^2_{\text{Gauß}} 2z_R$$

5. Abbildung von Laserstrahlbündeln



Näherungsformeln für $2z_R \gg f'$ und w_0 bei $z=0$

Strahlradius: $w'_0 \approx f' \frac{\lambda}{\pi w_0} = f' \theta_0$

Lage der Strahltaile: $z' \approx f'$

6. Zusammenfassung

- Gaußstrahl:
 - Kugelwelle mit imaginärem Quellpunkt
 - Beschreibung von Laserstrahlbündeln
- Charakterisierung:
 - 7 wichtige Parameter: θ , w_0 , $w(z)$, z_R , $R(z)$, λ , M^2
 - Mit 3 gegebenen Parametern hinreichende Bestimmung des Strahlenbündels

6. Zusammenfassung

- Strahlqualität:
 - Abweichung der realen Laserstrahlung vom idealen Gaußstrahlenmodell
 - Keine exakte Aussage über Intensitätsverteilung oder verzernte Wellenfronten
- Abbildungen von Laserstrahlbündel:
 - Korrespondenz zwischen gewöhnlichen Kugelwellen und Gaußstrahlen
 - ABCD-Gesetz: $\underline{q}' = \frac{A\underline{q} + B}{C\underline{q} + D}$

Quellen

- **Saleh/Teich:** „Grundlagen der Photonik“, 2. Auflage, WILEY-VCH Verlag Weinheim 2008
- **Pedrotti et al.:** „Optik für Ingenieure“, 3. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005
- **Baumann, Markus:** „Analyse und Formung von Diodenlaserstrahlung“, Diss., Shaker Verlag Aachen 2004
- **Eichler/Eichler:** „Laser“, 3. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1998
- **Eichler et al.,** Laser Technik Journal, Ausgabe Oktober 2004, S.63ff.