

Synthese und Bewertung optischer Systeme

Inhalte der Lehrveranstaltung

1. Theorie der Abbildung



1. Modelle der optischen Abbildung
2. Geometrisch optische Theorie der Abbildung
3. Rechnergestützte paraxiale bzw. kollineare Dimensionierung von Abbildungen

2. Geometrische Strahldurchrechnung und Aberrationen

3. Wellenmodell

4. Optikdesign mit ZEMAX

5. Systematik des Entwurfs optischer Systeme

6. Analytische Bildfehlertheorie

1. Theorie der Abbildung

1. Modelle der optischen Abbildung



2. Geometrisch optische Theorie der Abbildung

2.1 Paraxiale Abbildung



2.2 Kollineare Abbildung

1. Einführung der Kardinalpunkte



2. Bildkonstruktion und Abbildungsformeln



3. Kollineare Abbildungsfolgen und Ersatzsystem



4. Spezielle kollineare Abbildungen (schief, afokal, anamorphotisch, usw.)



5. Strahlbegrenzung durch Blenden

6. Verkettete Abbildungen

7. Matrixdarstellung der kollinearen Abbildung

3. Rechnergestützte paraxiale bzw. kollineare Dimensionierung von Abbildungen

4. Spezielle kollineare Abbildungen

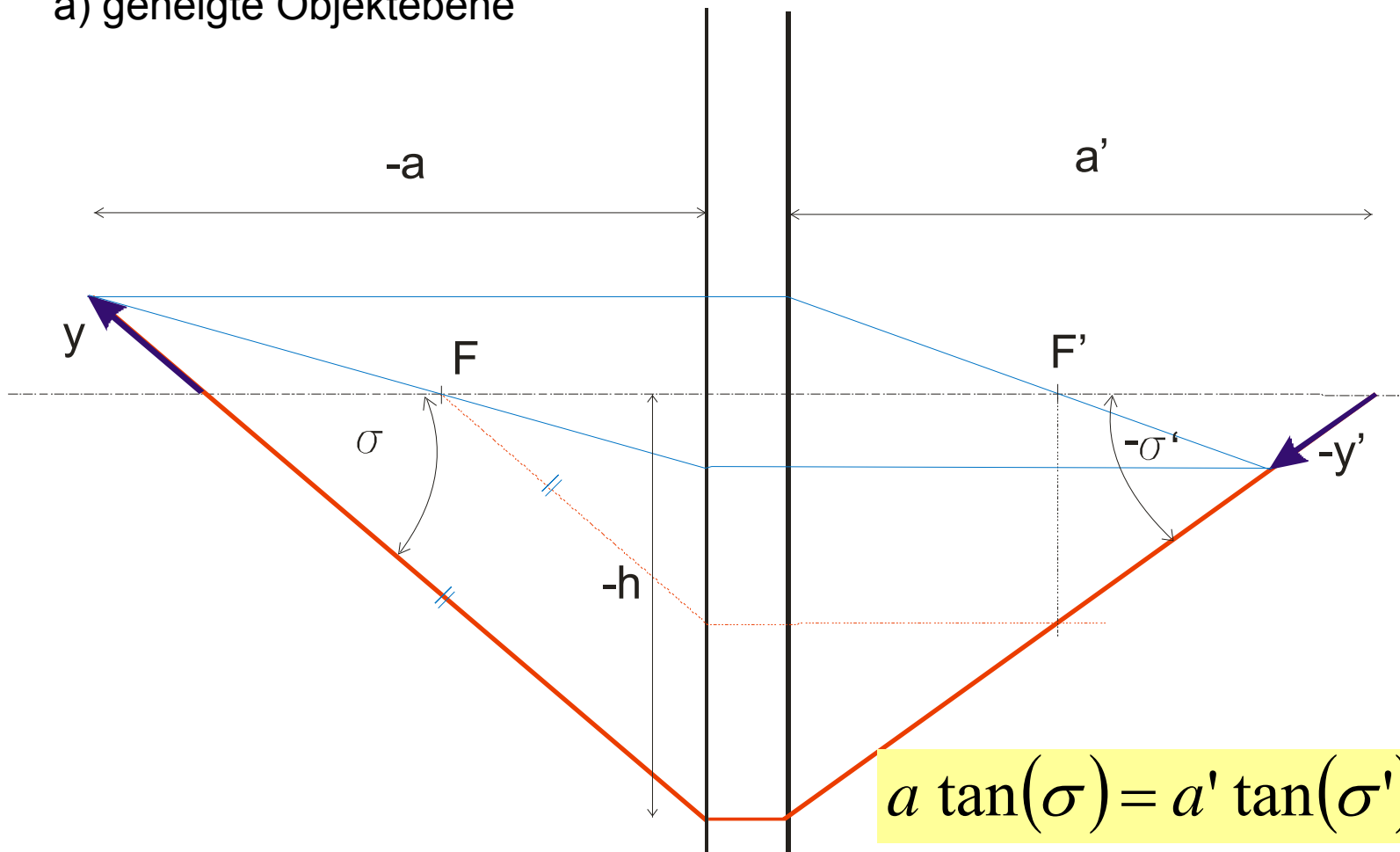
1. Schiefe Abbildung
2. Afokale Abbildung
3. Anarmophotische Abbildung
4. Abbildung von Körpern

1. Schiefe Abbildung

mit Scheimplugbedingung (axialer Schnitt)

H H'

a) geneigte Objektebene

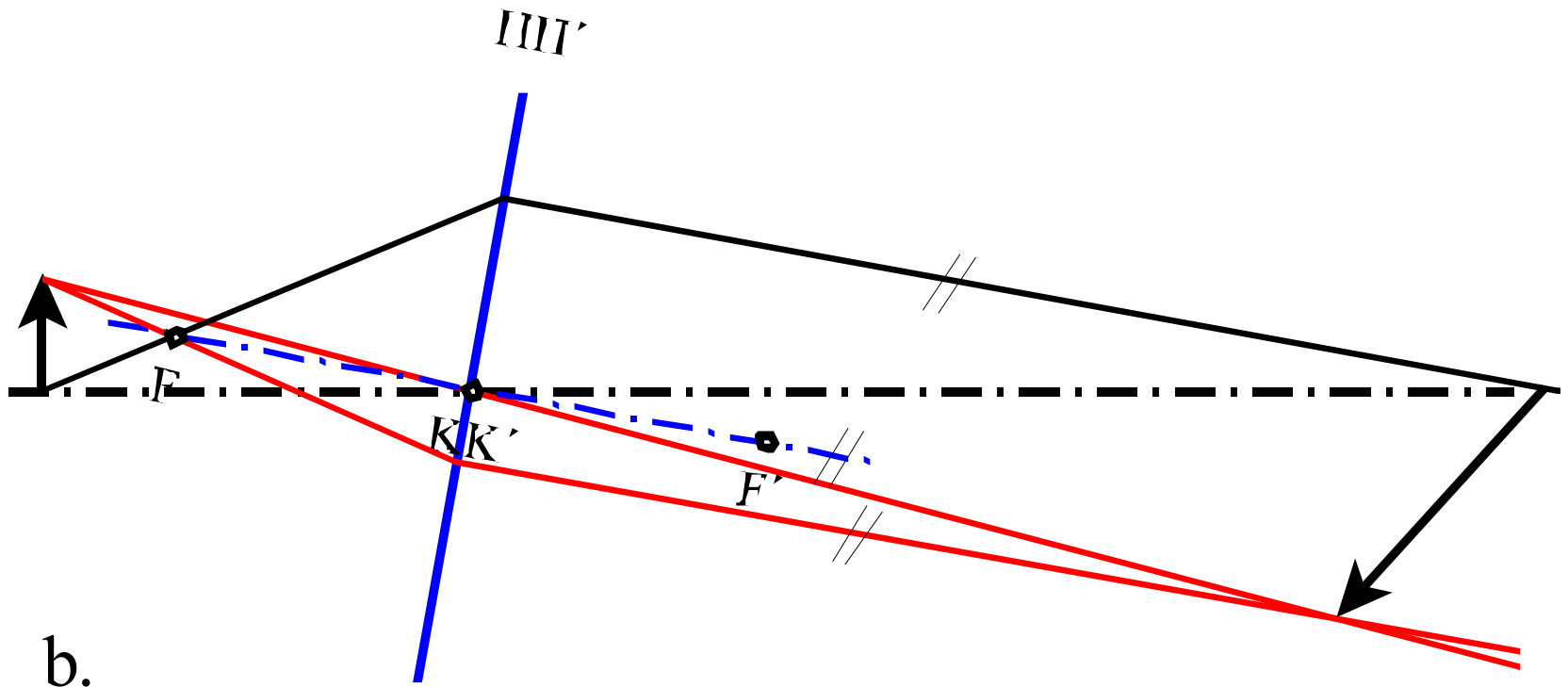


$$a \tan(\sigma) = a' \tan(\sigma')$$

(35)

Was passiert bei einer zur Optik geneigten Hauptebene?

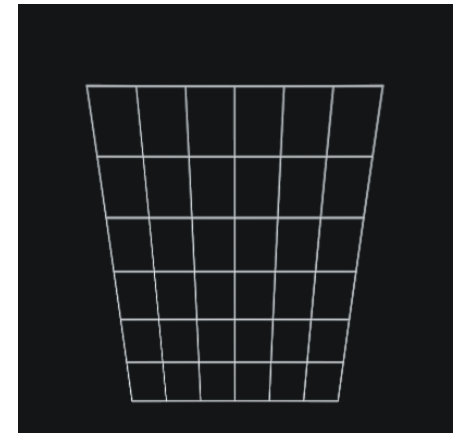
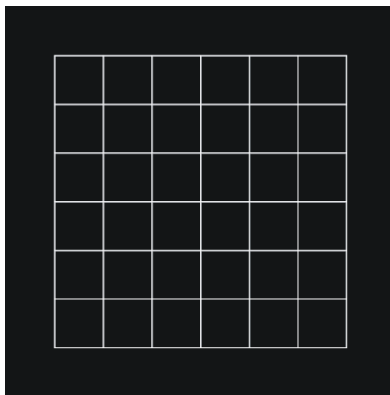
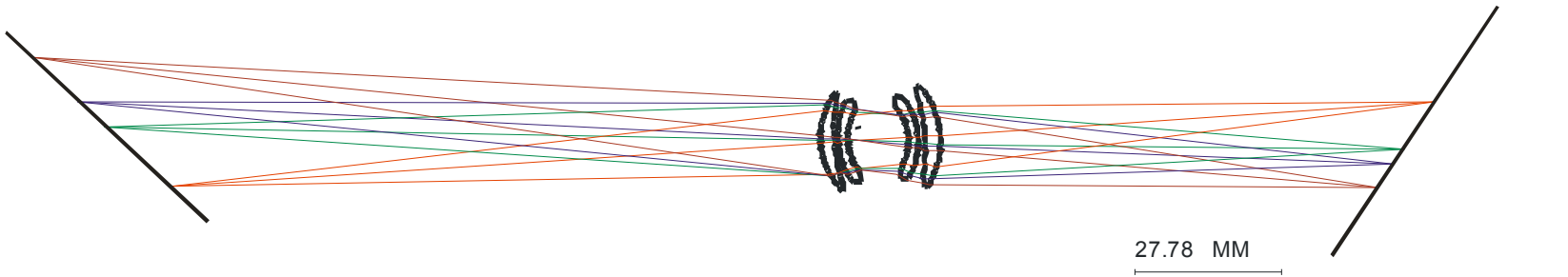
Schiefe Abbildung



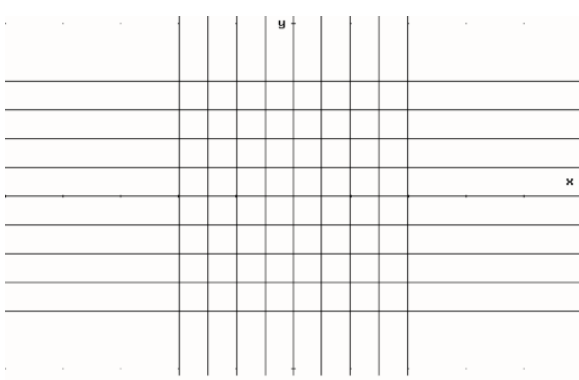
Objekt- Bild-Transformation bei Einhaltung der Scheimpflugbedingung

Objektebene
um 45° geneigt

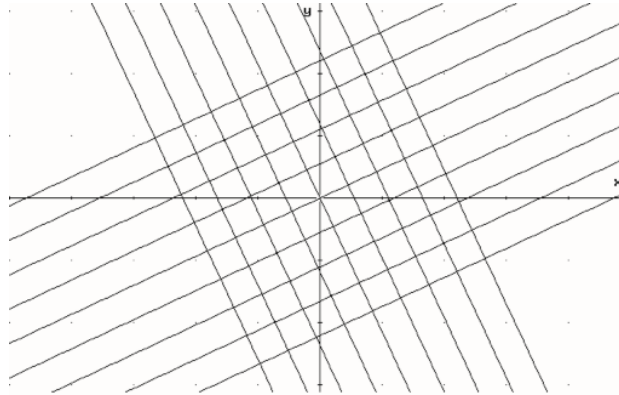
Gaußsche Bildebene



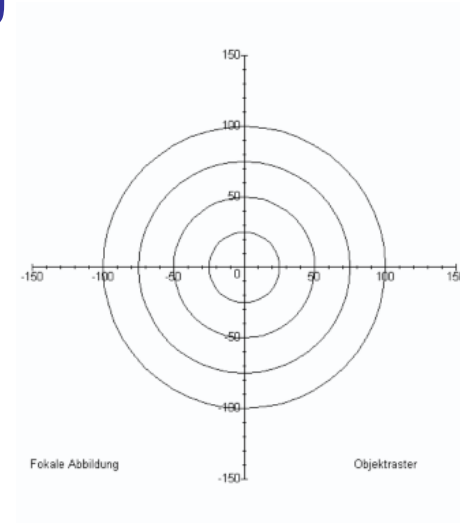
Fokale schiefe Abbildung



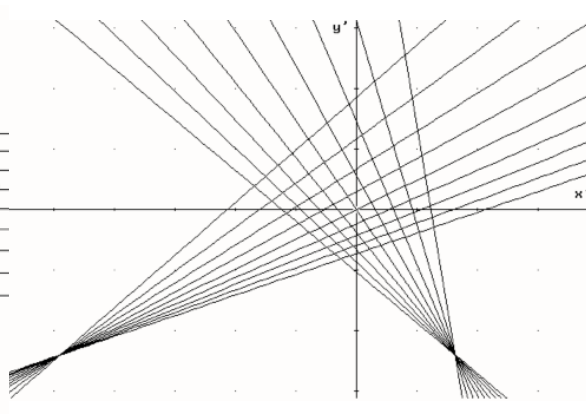
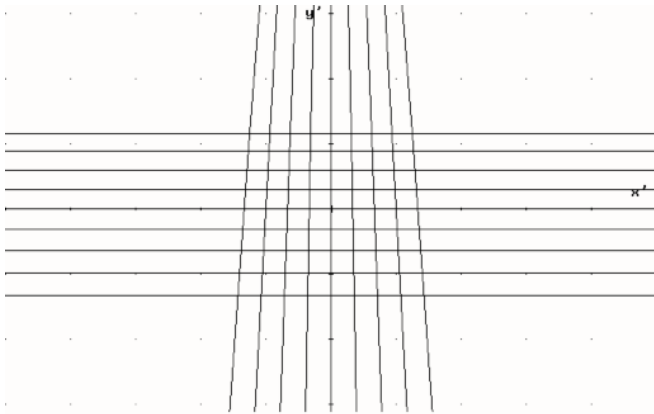
Linienraster



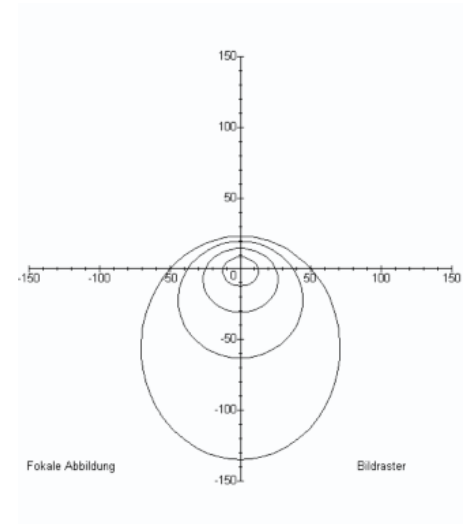
verdrehtes Linienraster



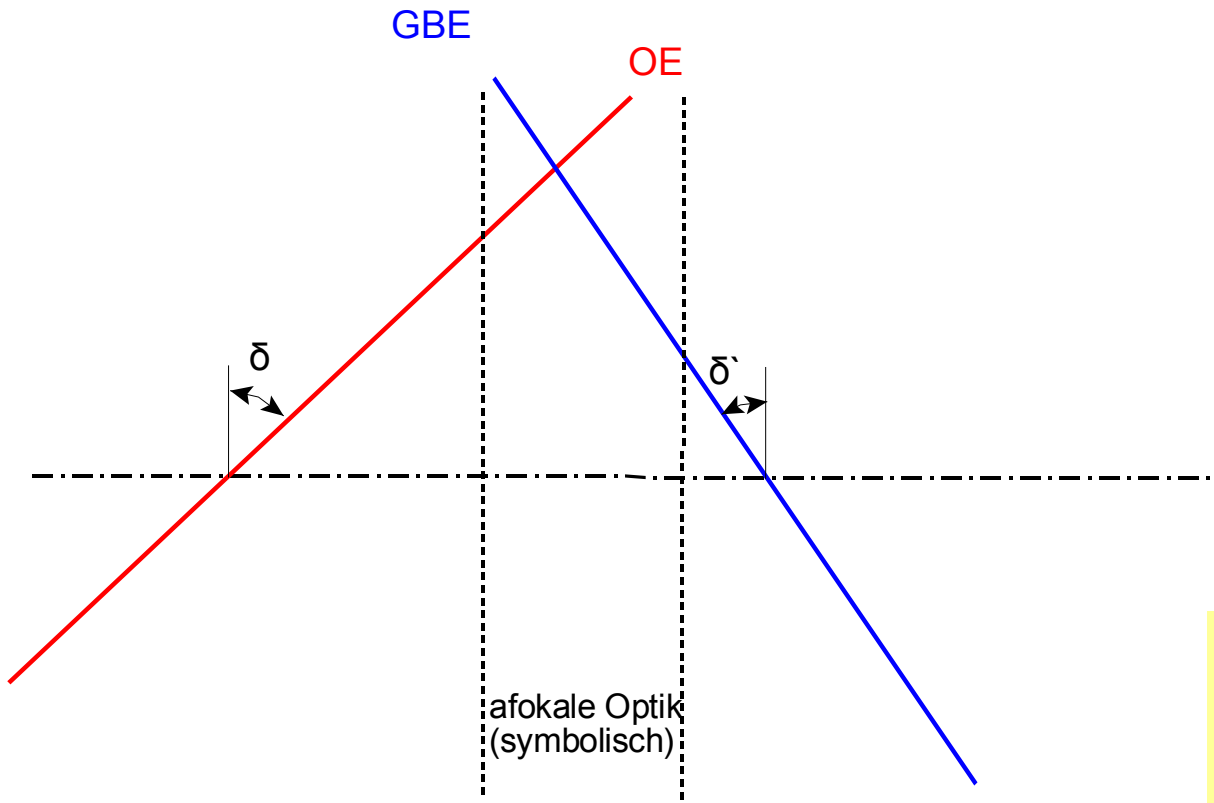
äquidistante Kreise



Bilder der schief abgebildeten Objektraster



Schiefe afokale Optik



$$\beta' = \frac{\tan(\delta')}{\tan(\delta)} = \frac{1}{\Gamma'} \quad (36)$$

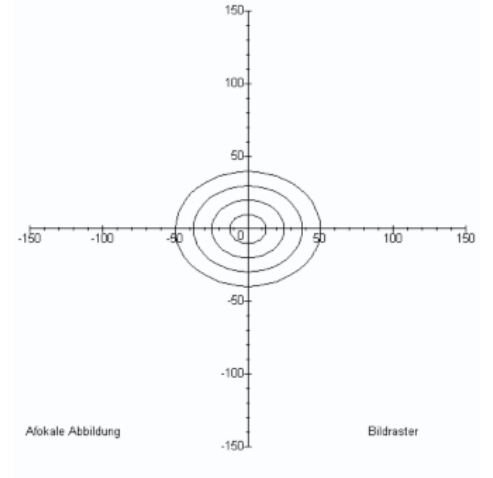
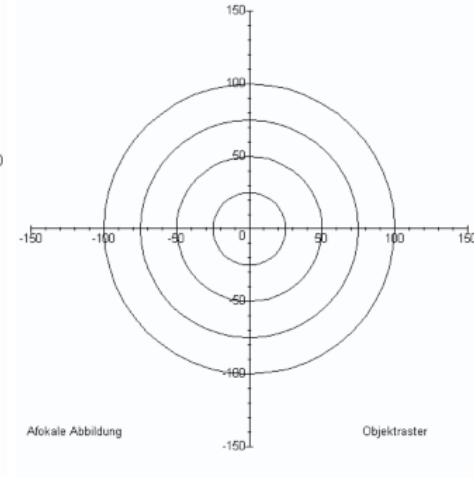
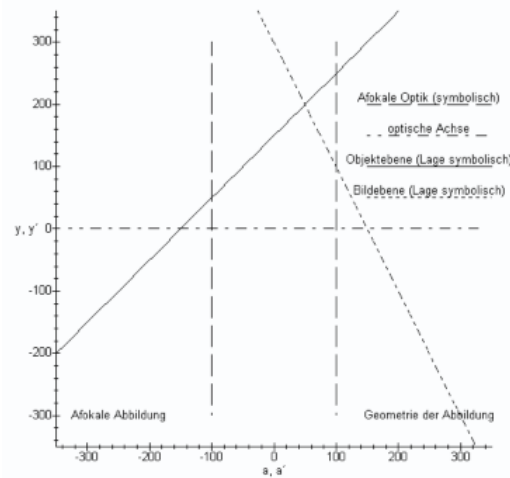
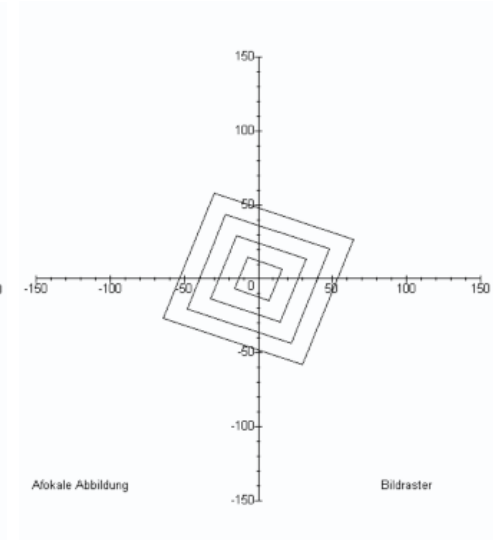
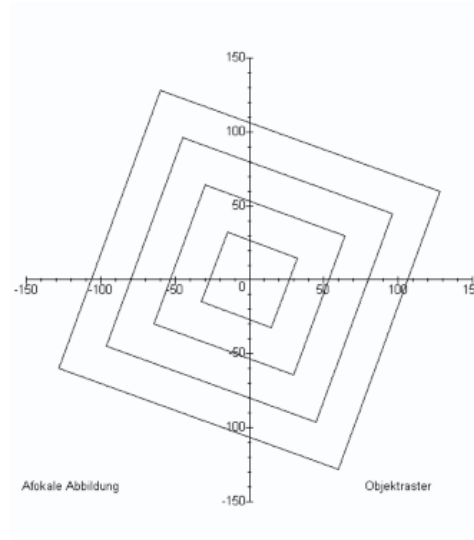
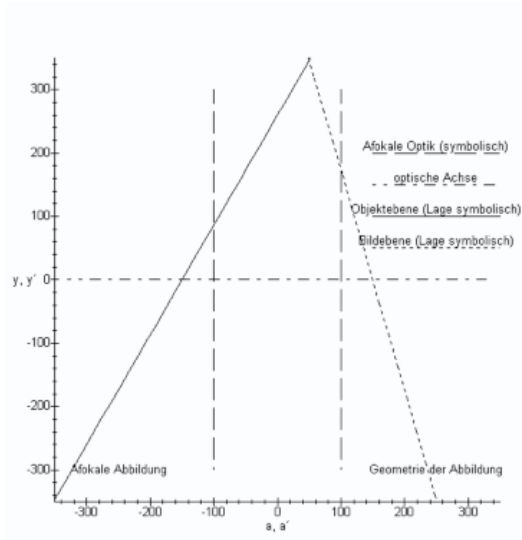
$$\beta_x' = \beta' \quad (37)$$

$$\frac{x'}{x} = \beta_x' \quad (38)$$

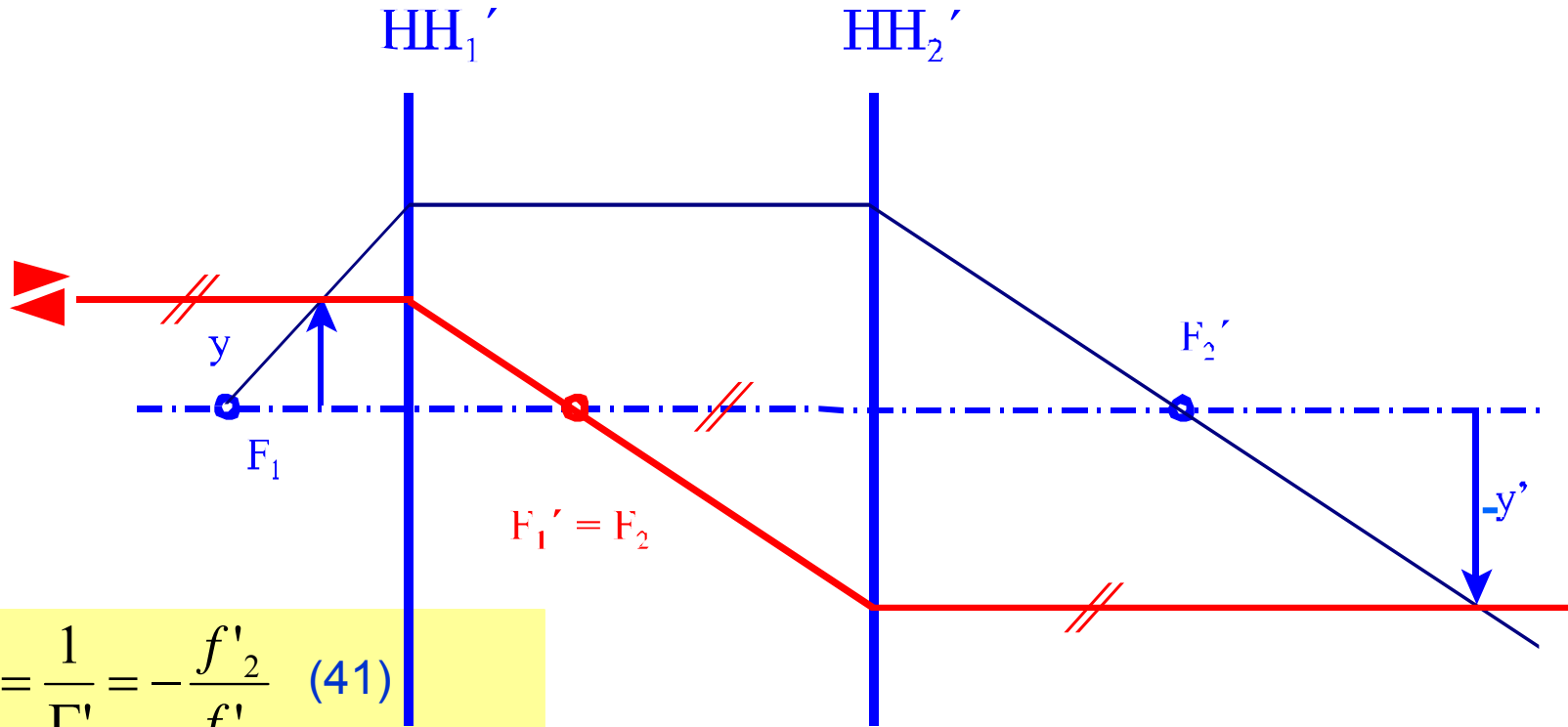
$$\beta_y' = \beta' \frac{\cos(\delta)}{\cos(\delta')} \quad (39)$$

$$\frac{y'}{y} = \beta_y' \quad (40)$$

Afokale schiefe Abbildung



2. Afokale Systeme



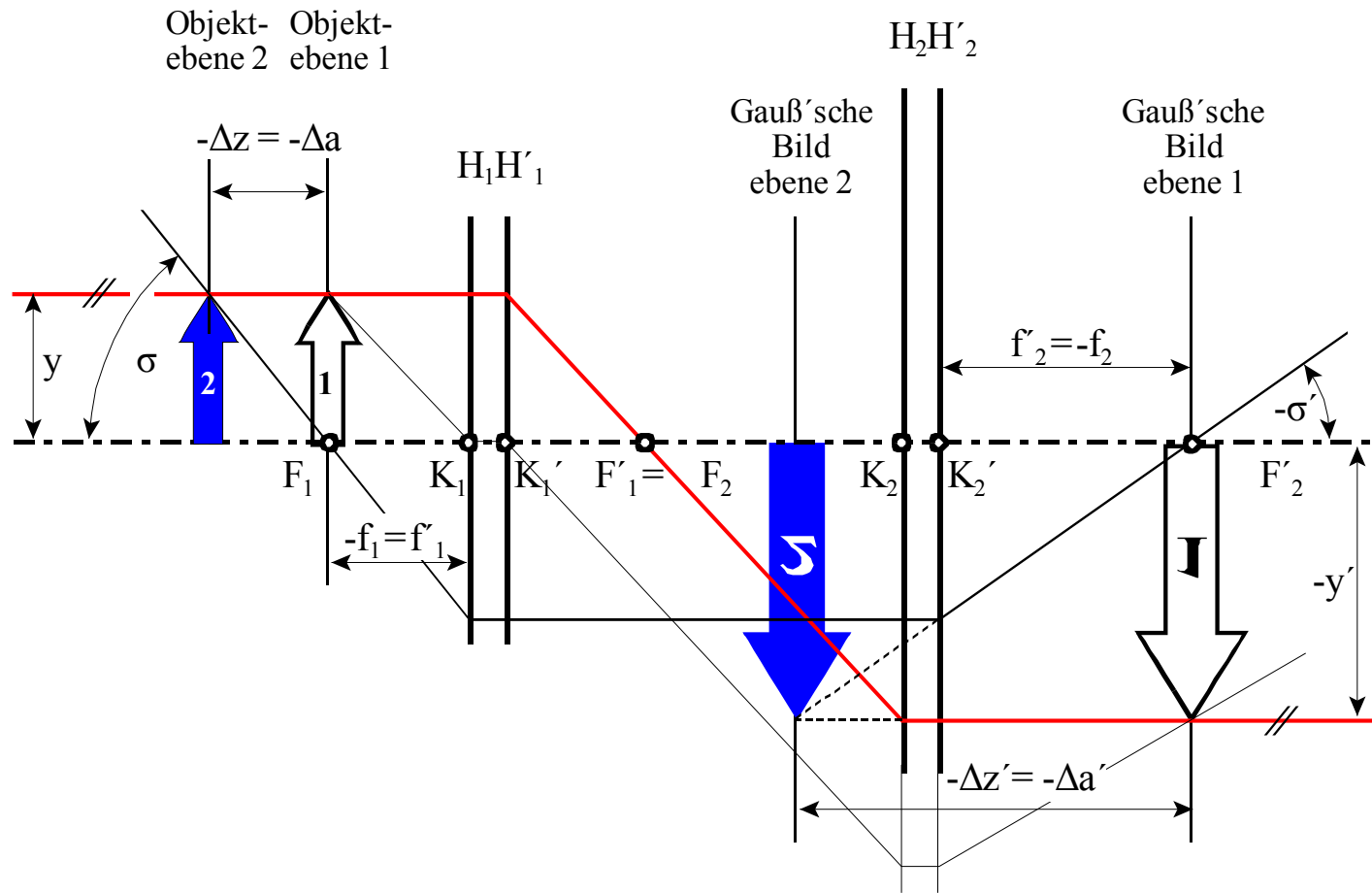
$$\beta' = \frac{1}{\Gamma'} = -\frac{f'_2}{f'_1} \quad (41)$$

$$\gamma' = \Gamma' = -\frac{f'_1}{f'_2} \quad (42)$$

$$\alpha' = \beta'^2 = \frac{\Delta z'}{\Delta z} = \frac{\Delta a'}{\Delta a} = \frac{f'_2{}^2}{f'_1{}^2} \quad (43)$$

Abbildungsmaßstab ($\beta' = y'/y$) unabhängig von der Objektentfernung!

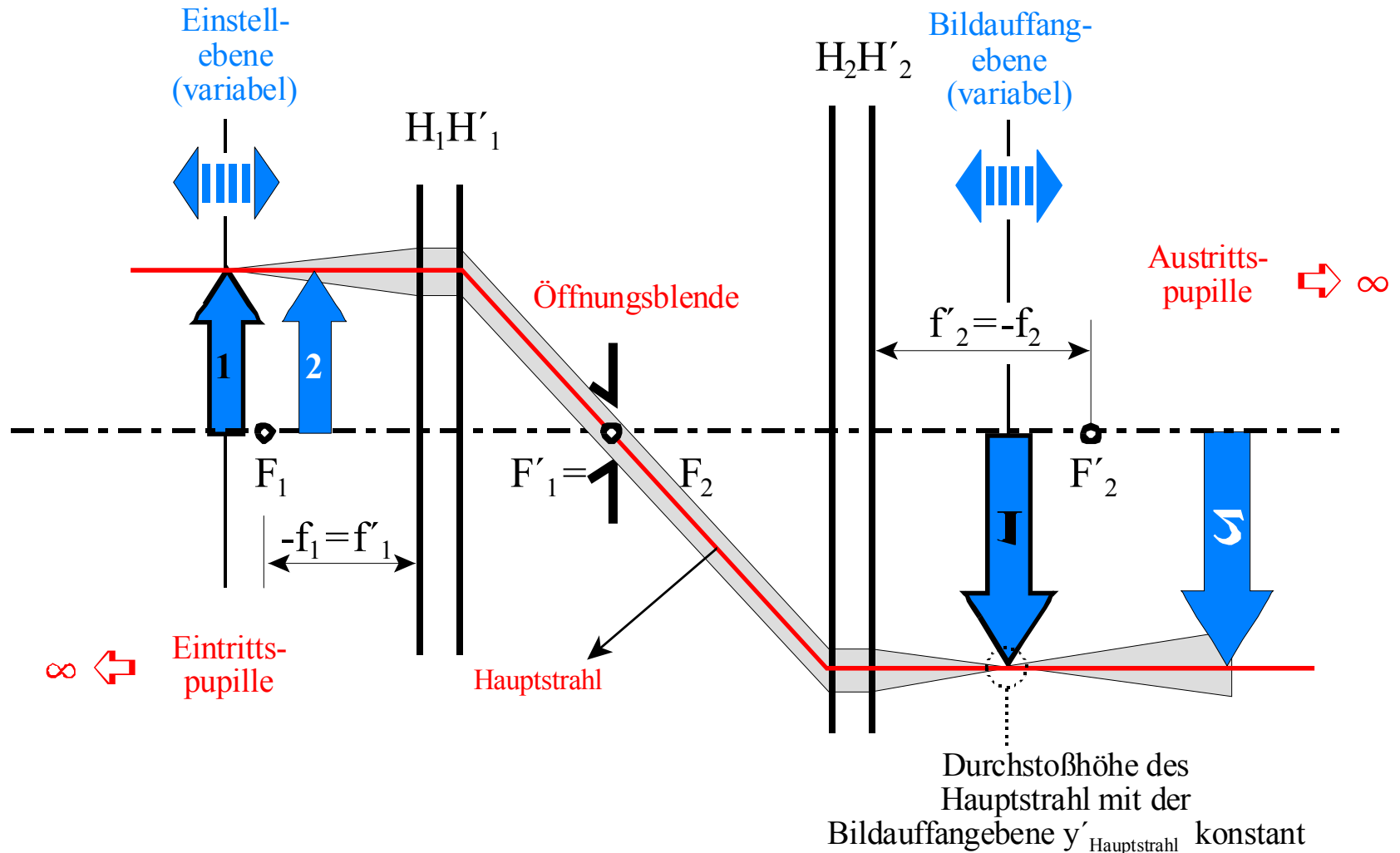
Auswirkung einer Objektverschiebung auf den Abbildungsmaßstab



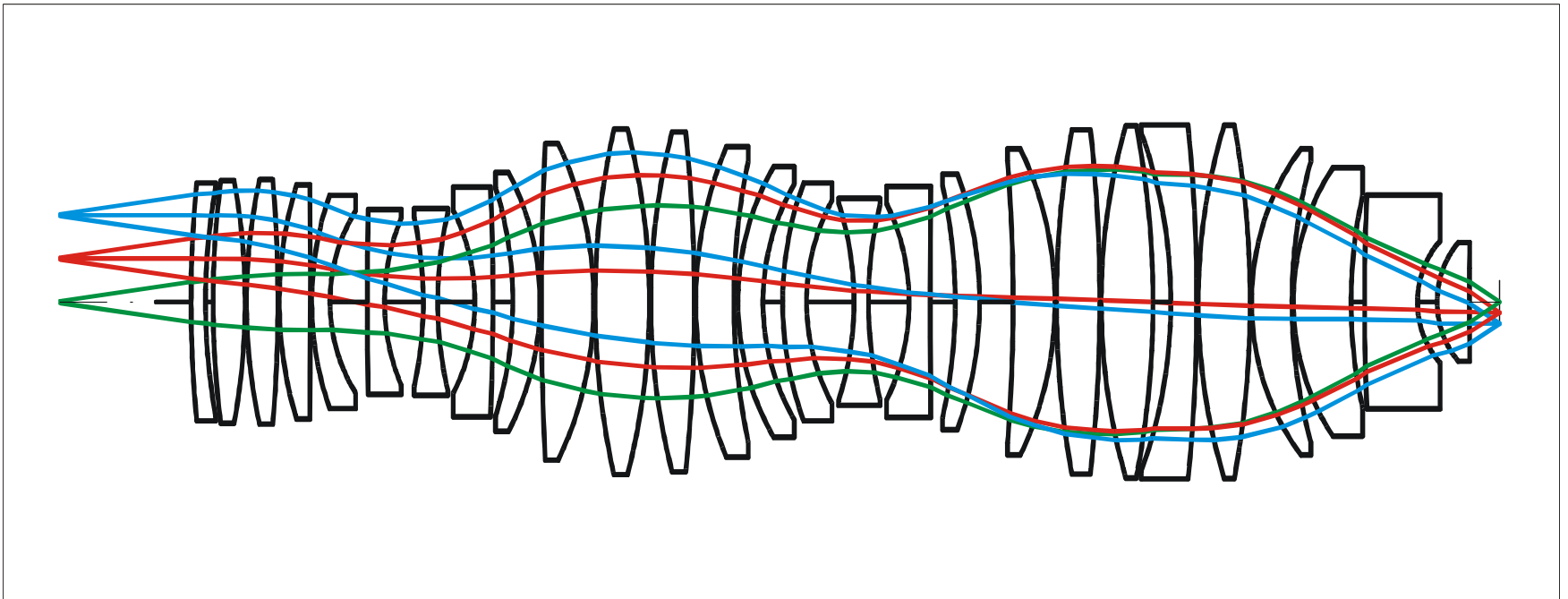
Zweigliedrige afokale Optik

Objekt- und bildseitige telezentrische Abbildung als afokales optisches System

Öffnungsblende in den zusammenfallenden Brennebenen



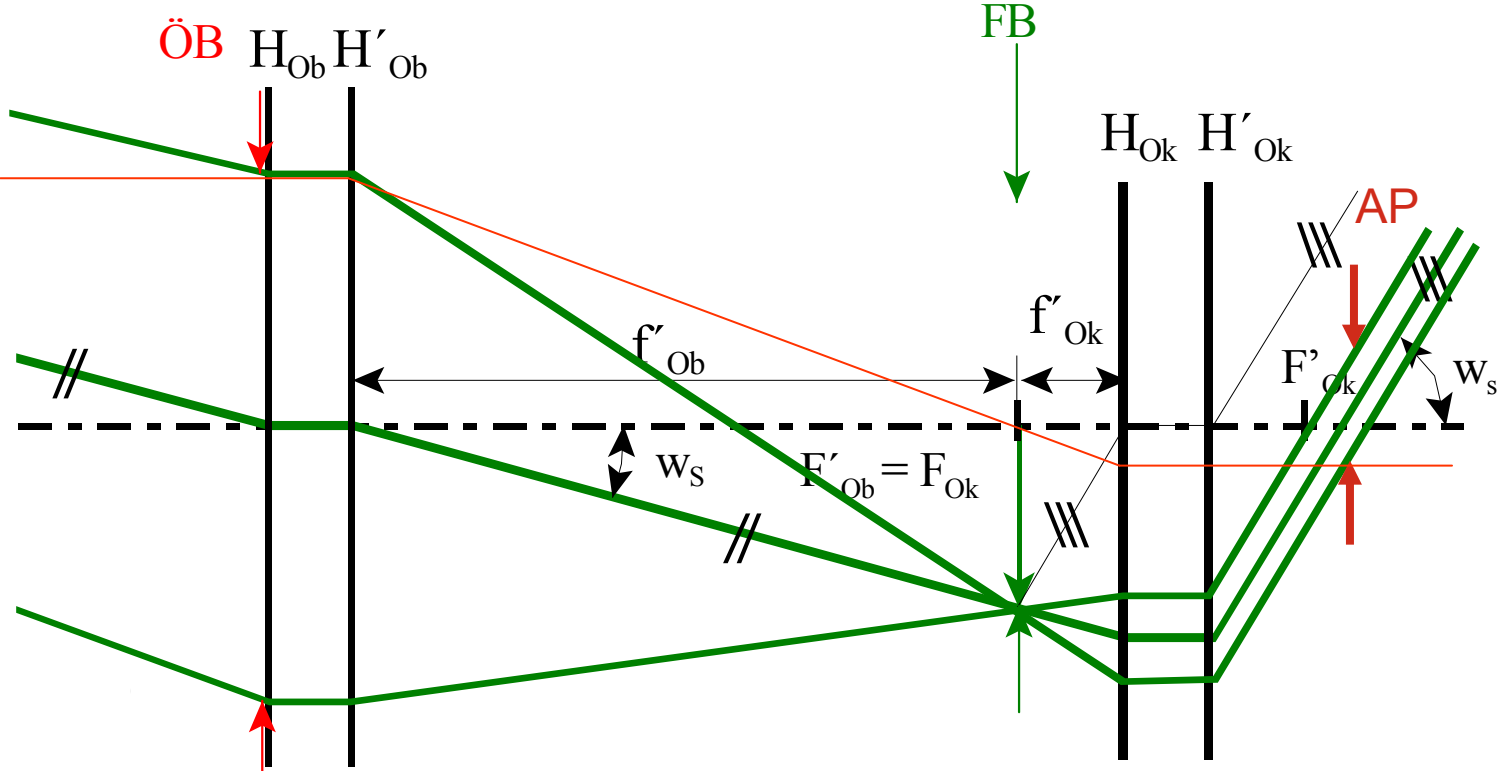
Beispiel einer objekt- und bildseitig telezentrischen Abbildung



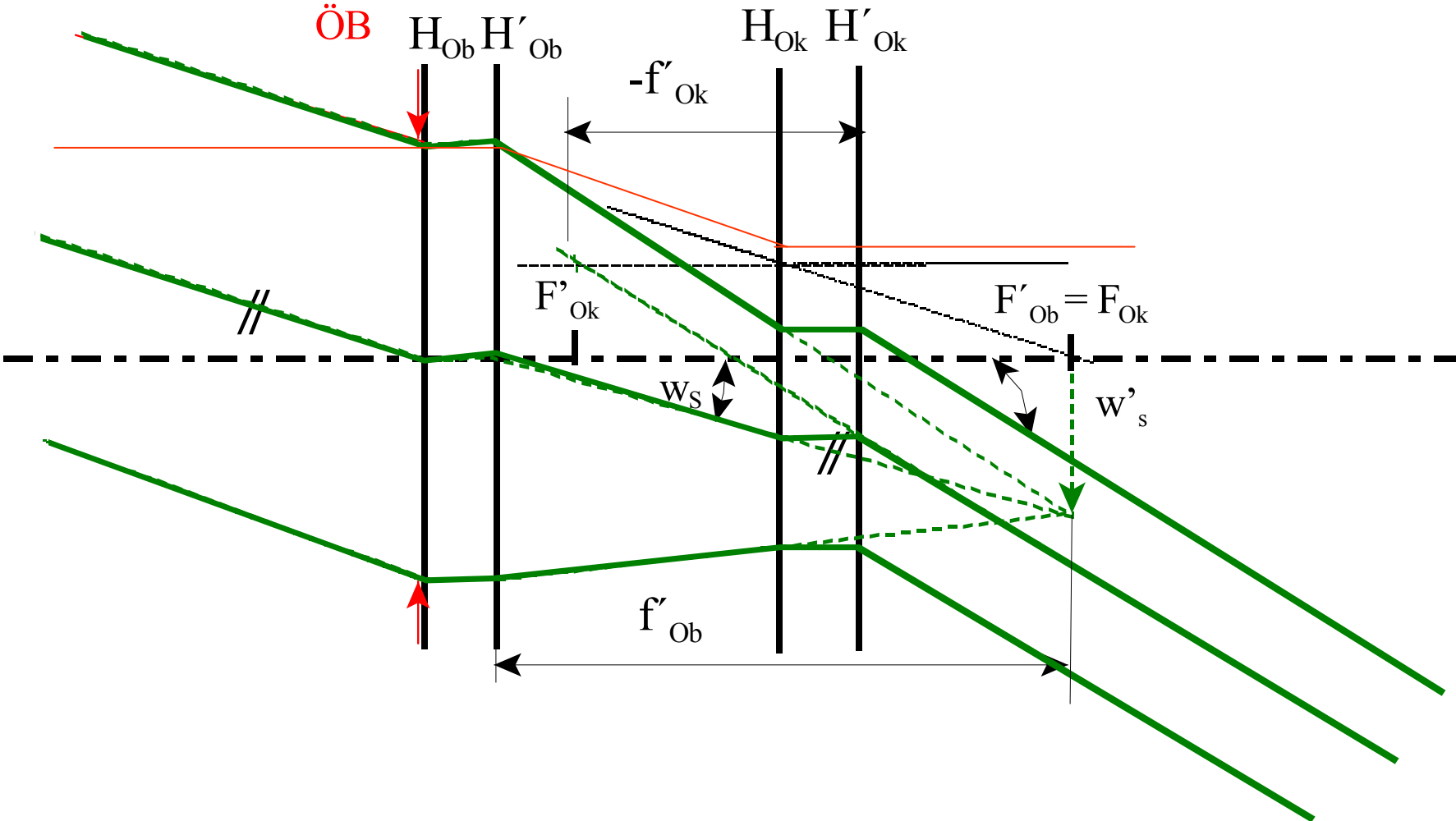
Fotolithografisches Objektiv

Fernrohre als afokale optische Systeme:

Keplersches (astronomisches) Fernrohr

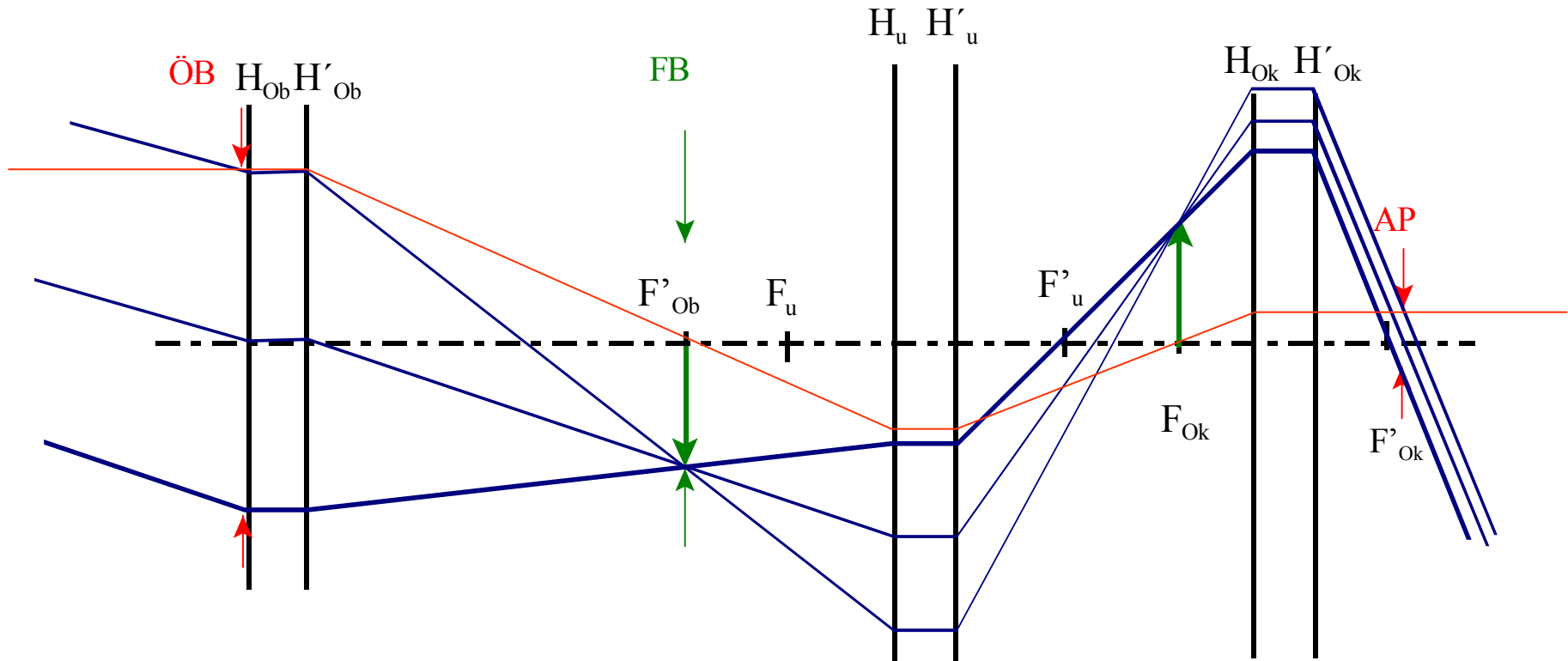


Galileisches (holländisches) Fernrohr



Erdfernrohr

Keplersches (astronomisches) Fernrohr mit Umkehroptik

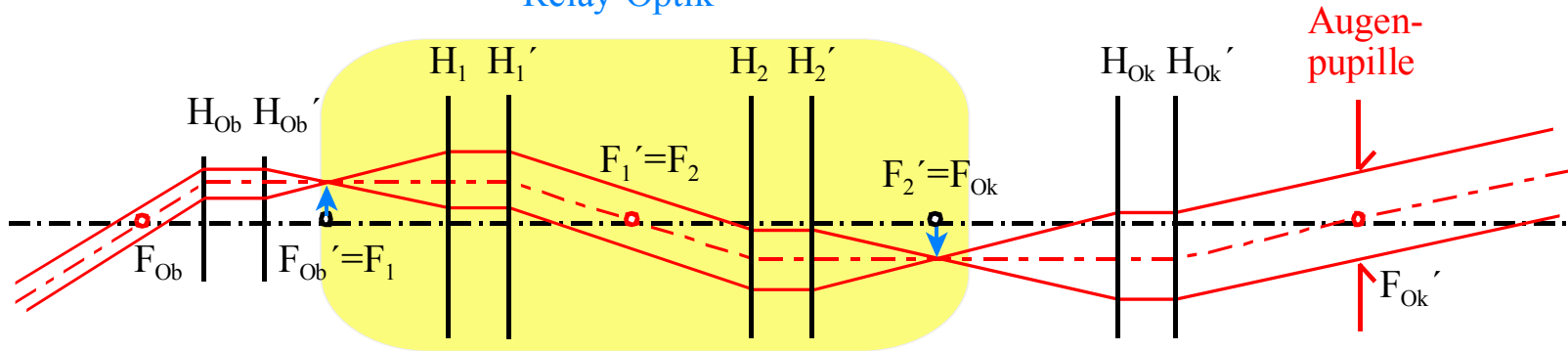


Fernrohrvergrößerung bei
zusätzlicher Umkehroptik:

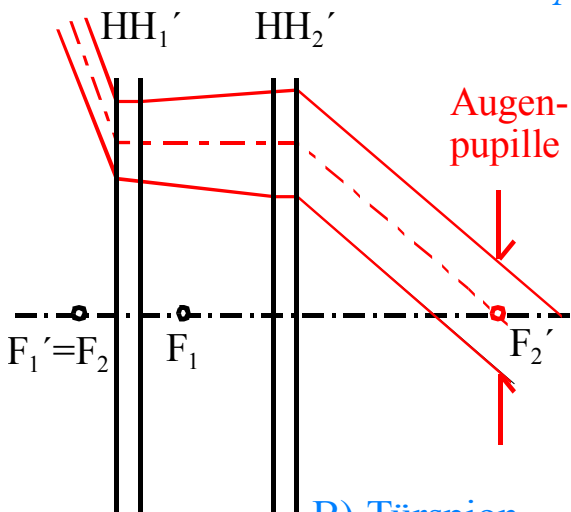
$$\Gamma' = - \frac{f'_{Ob}}{f'_{Ok}} \beta_U \quad (44)$$

Spezielle afokale Systeme (umgekehrte Fernrohre)

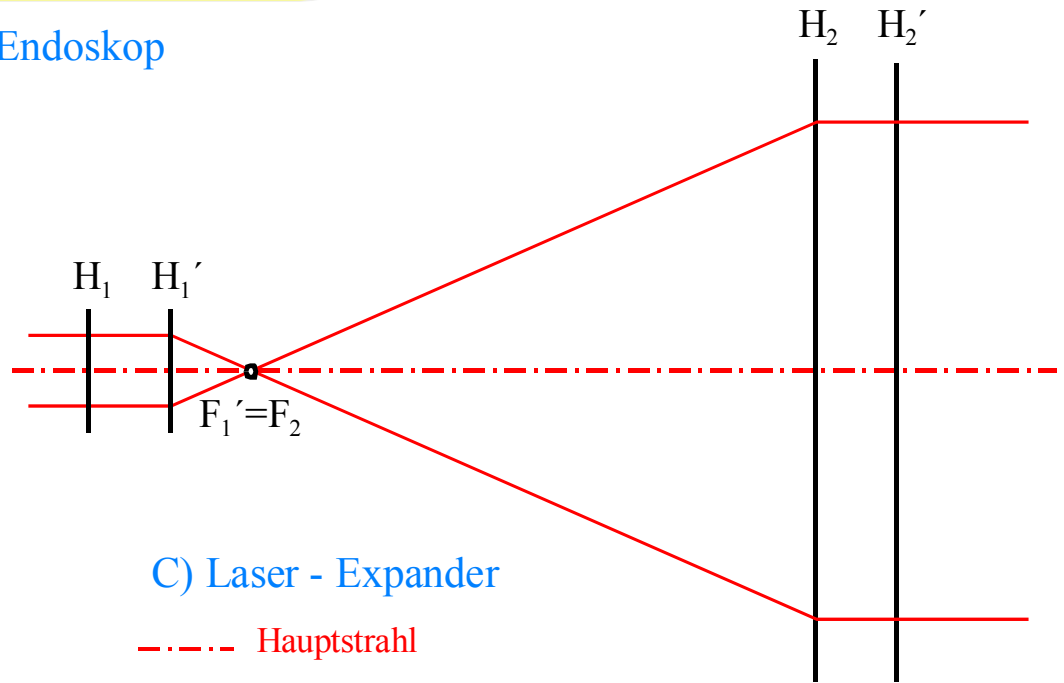
afokale telezentrische
Relay-Optik



A) Endoskop



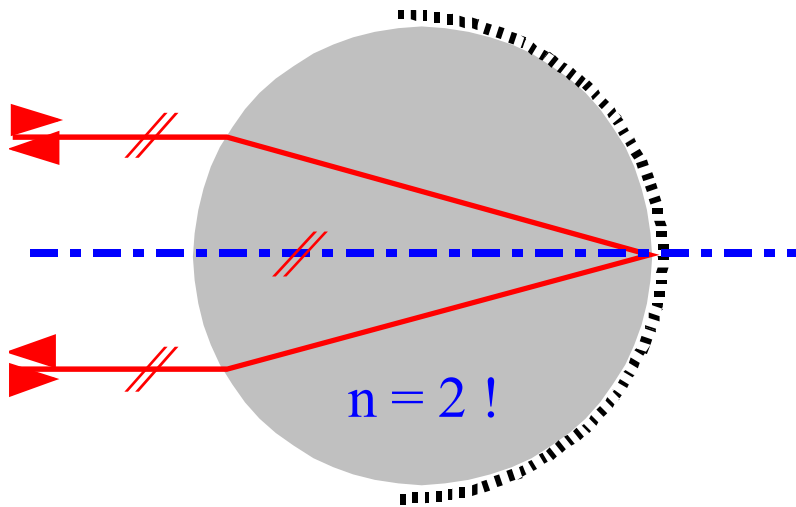
B) Türspion



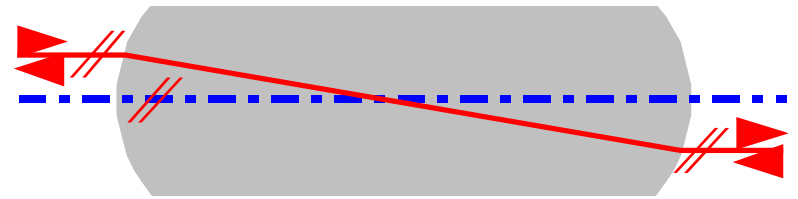
C) Laser - Expander

----- Hauptstrahl

Spezielle afokale Bauelemente



“Retrokugel”



afokale Stablinse

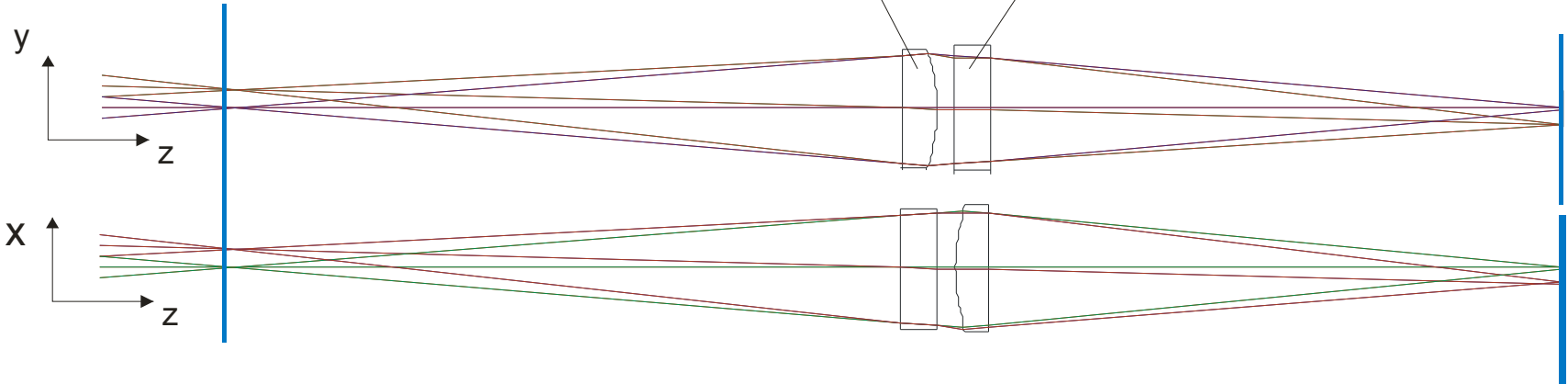
3. Anamorphotische Abbildung

Objektebene

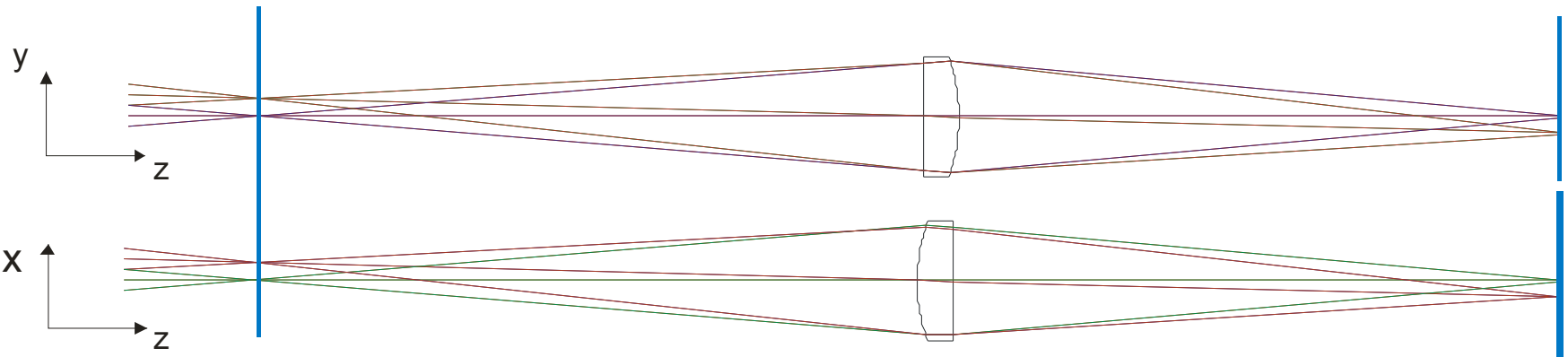
1. Zylinderlinse

2. Zylinderlinse

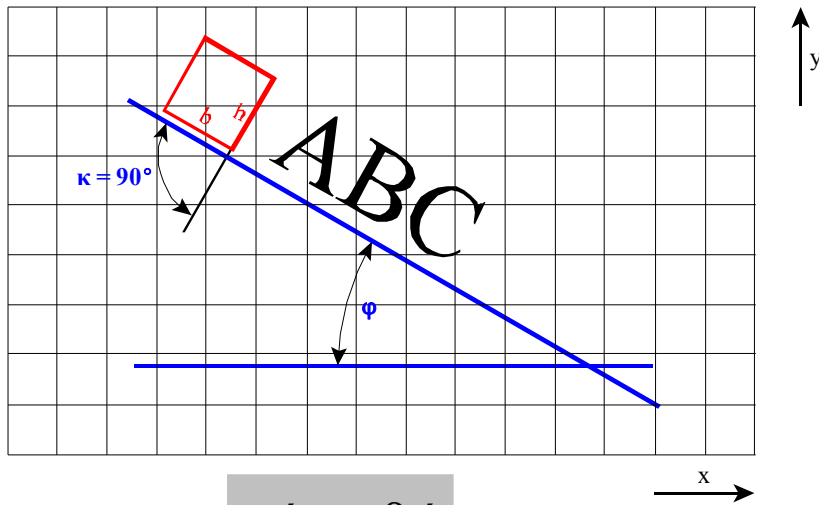
verzerrte Abbildung in der Gaußschen Bildebene



torische Einzellinse



Anarmorphotische Abbildung



$$y' = y \beta_{y'}$$

$$x' = x \beta_{x'}$$

$$\varphi = 0, \beta_{y'} = 1, \beta_{x'} = 1$$

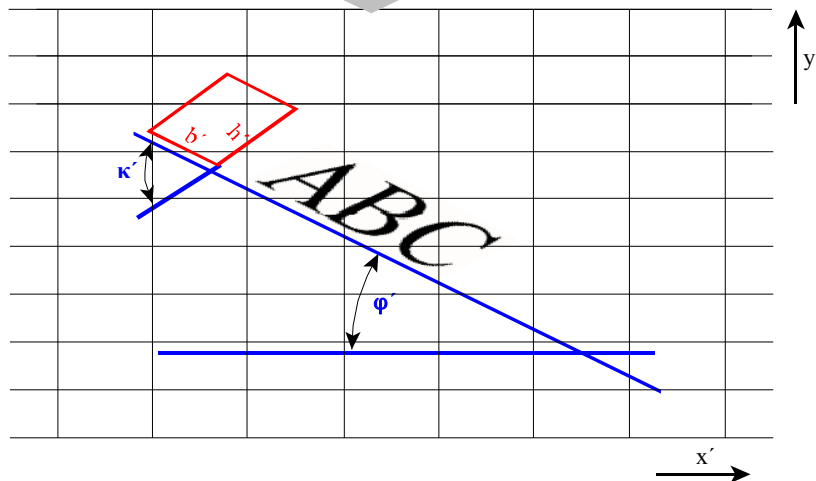
ABC

$$\varphi = 0, \beta_{y'} = 2, \beta_{x'} = 1$$

ABC

$$\varphi = 0, \beta_{y'} = 0.5, \beta_{x'} = 2$$

ABC



$$\varphi = +30^\circ, \beta_{y'} = 0.75, \beta_{x'} = 1.5$$

ABC

$$\varphi = -45^\circ, \beta_{y'} = 0.5, \beta_{x'} = 2$$

ABC

4. Abbildung von Körpern und Strahlen

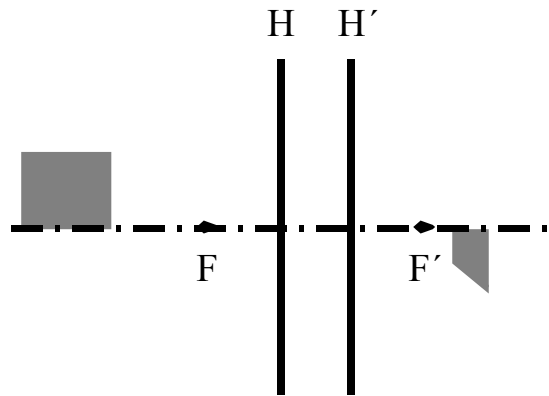


Abbildung eines Quadrats
(Quader)

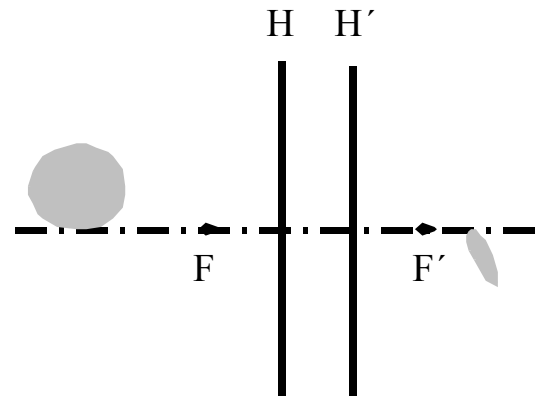
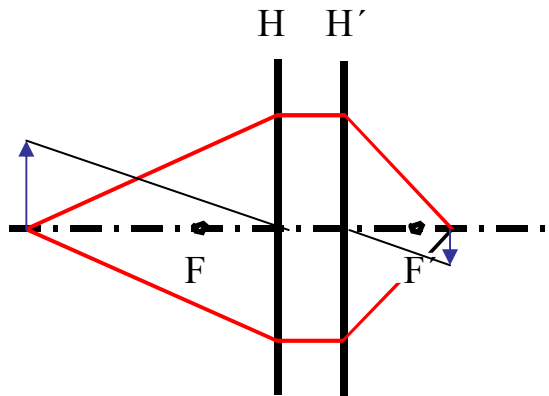
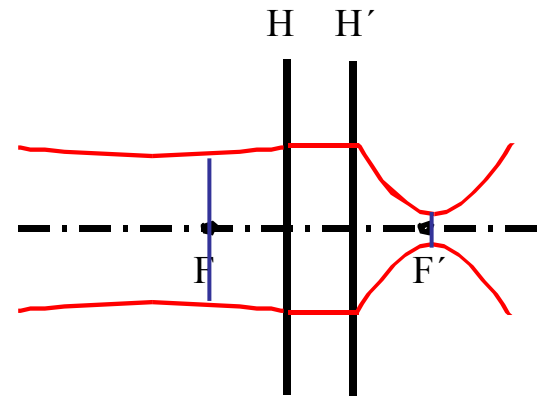


Abbildung eines Kreises
(Kugel)



“Abbildung” von Strahlen



“Abbildung” von Strahlen
(Gaußbündel)

1. Theorie der Abbildung

1. Modelle der optischen Abbildung



2. Geometrisch optische Theorie der Abbildung

2.1 Paraxiale Abbildung



2.2 Kollineare Abbildung

1. Einführung der Kardinalpunkte



2. Bildkonstruktion und Abbildungsformeln



3. Kollineare Abbildungsfolgen und Ersatzsystem



4. Spezielle kollineare Abbildungen (schief, afokal, anamorphotisch, usw.)



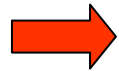
5. Strahlbegrenzung durch Blenden

6. Verkettete Abbildungen

7. Matrixdarstellung der kollinearen Abbildung

3. Rechnergestützte paraxiale bzw. kollineare Dimensionierung von Abbildungen

5. Strahlbegrenzung durch Blenden



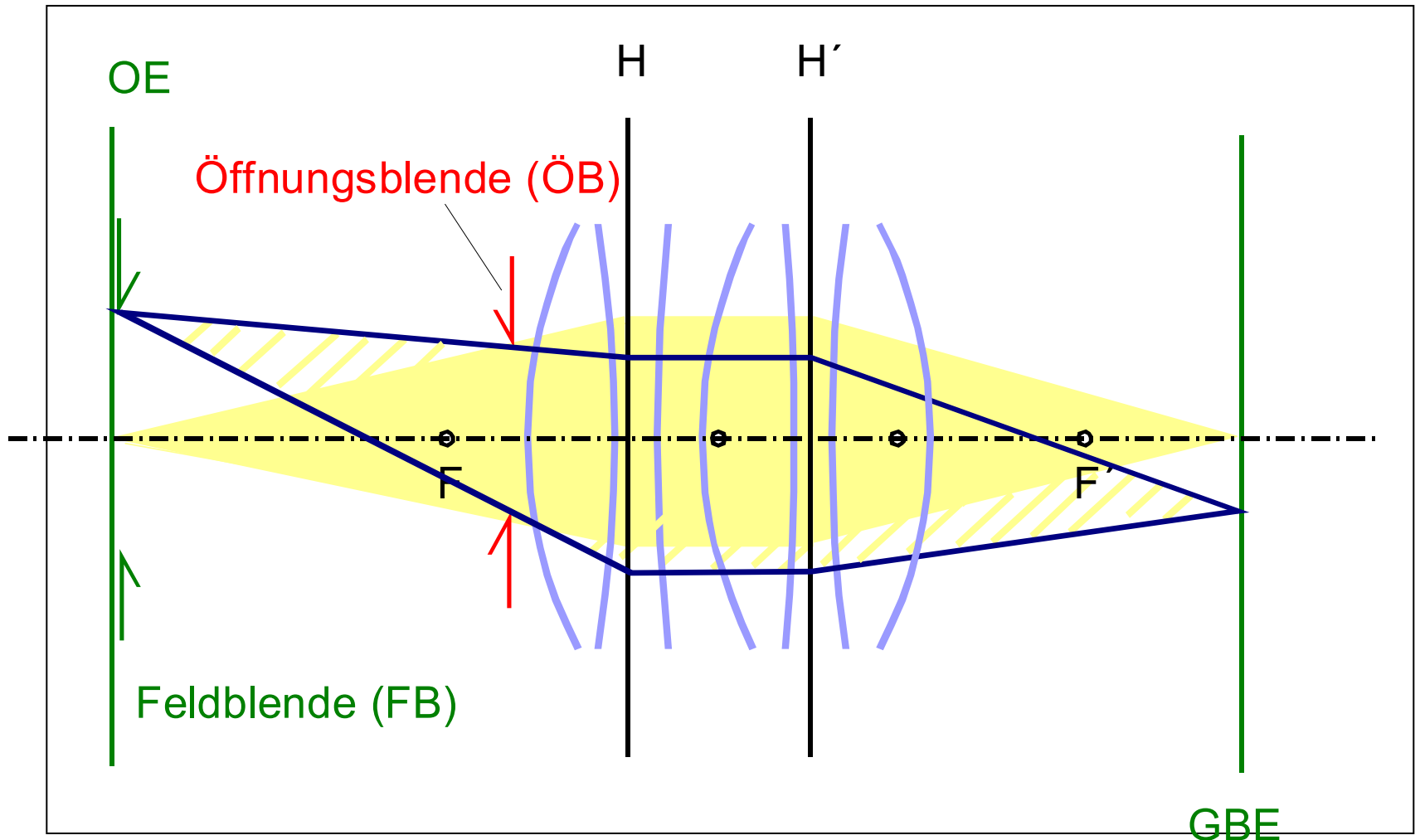
1. Allgemein: Blenden im optische System
2. Öffnungsblende und Pupillen
3. Feldblende und Luken

Was versteht man unter Blenden im optischen System ?

Definition 1: Alle Öffnungen im Strahlenraum eines optischen Systems, die an der Bündelbegrenzung beteiligt sind, heißen Blenden.

Blenden

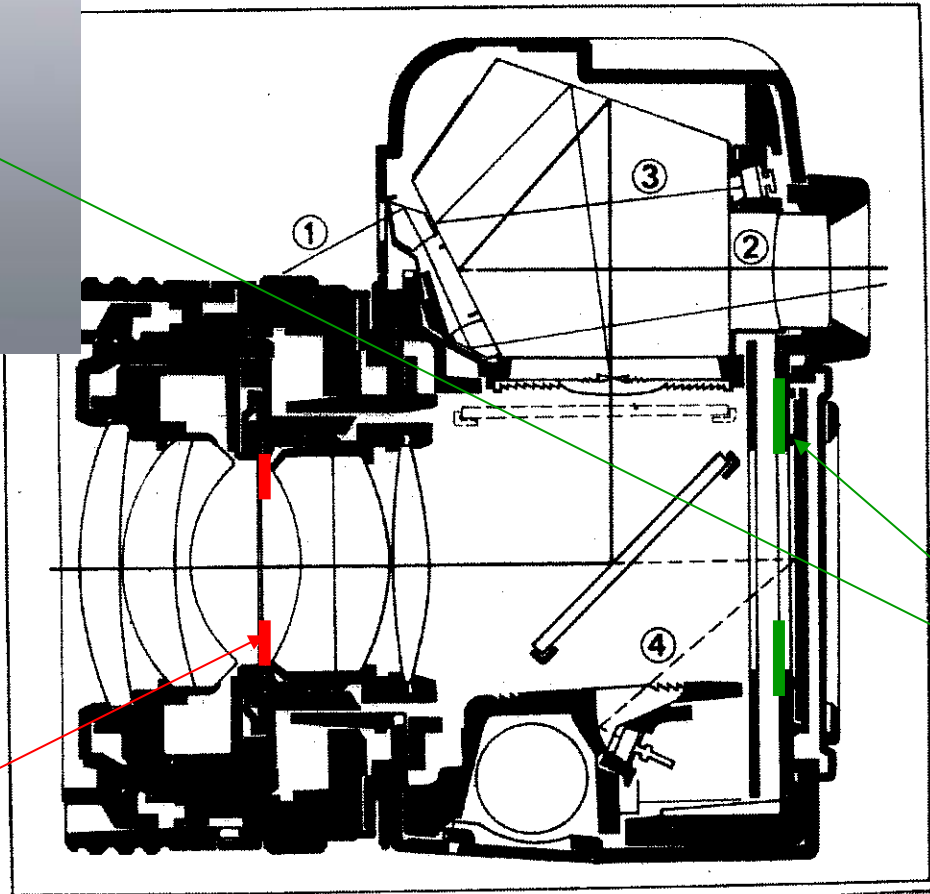
Beispiele und Definitionen



Öffnungs- und Feldbegrenzung bei der Spiegelreflexkamera



digital

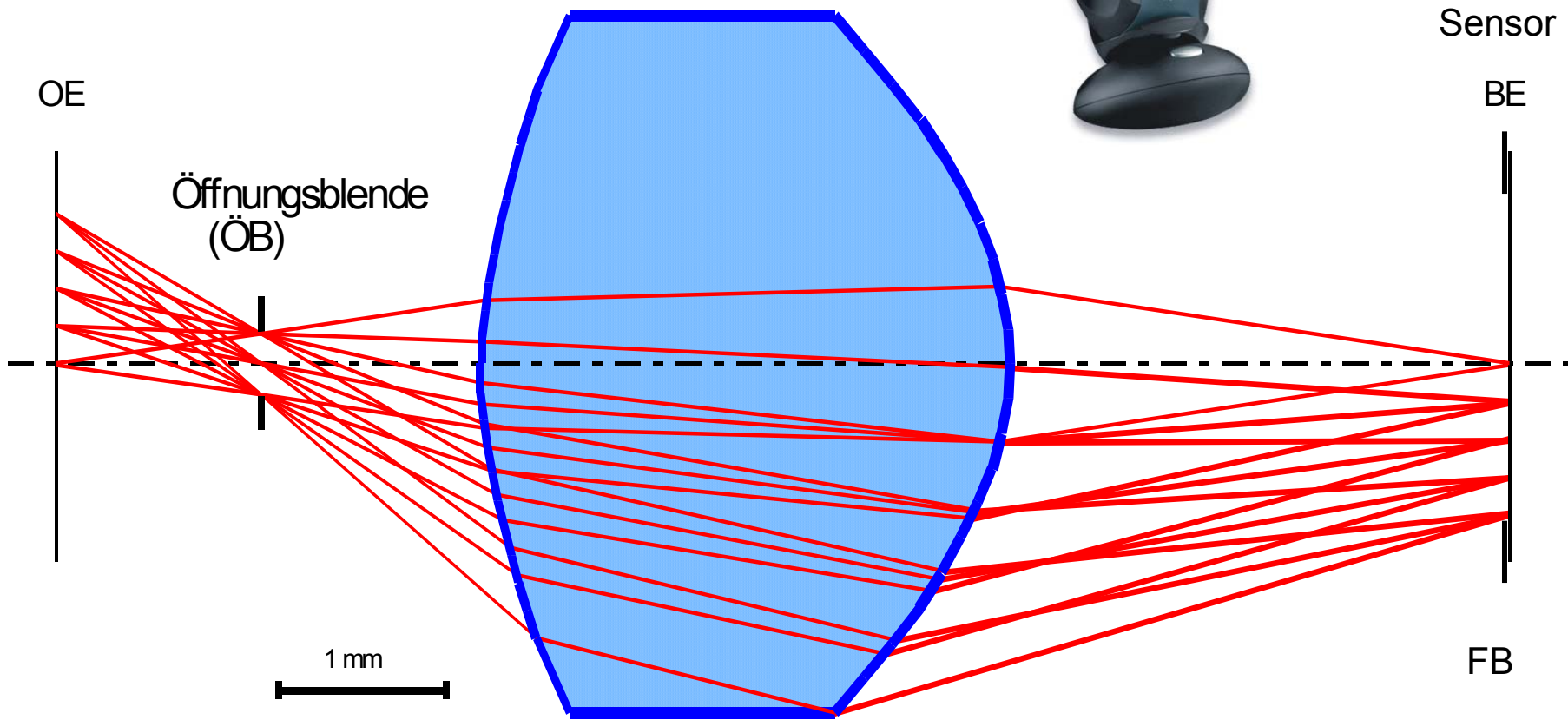


Öffnungsblende

analog

Feldblende

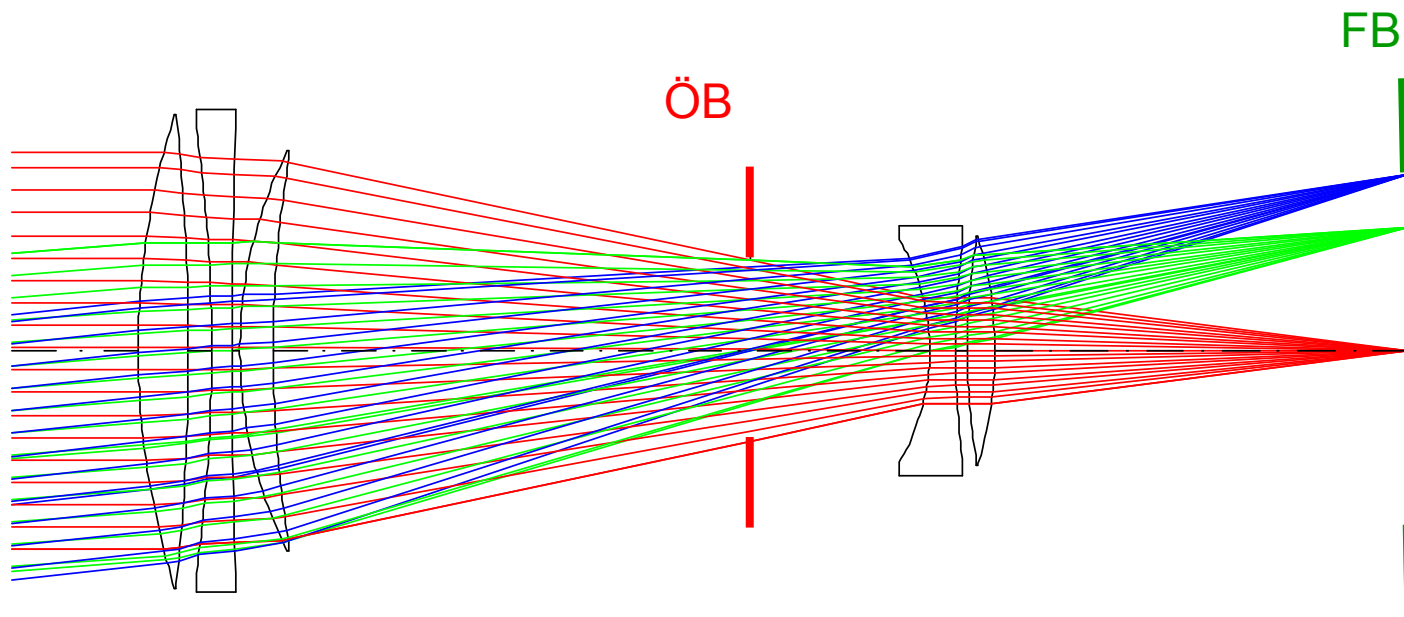
Abbildungsstrahlengang bei der optischen Maus



Was sind Abschattblenden??

Definition 2: Blenden, die weder ÖB noch FB sind, aber trotzdem bei der Abbildung außeraxialer Punkte an der Bündelbegrenzung beteiligt sind, heißen Abschattblenden.

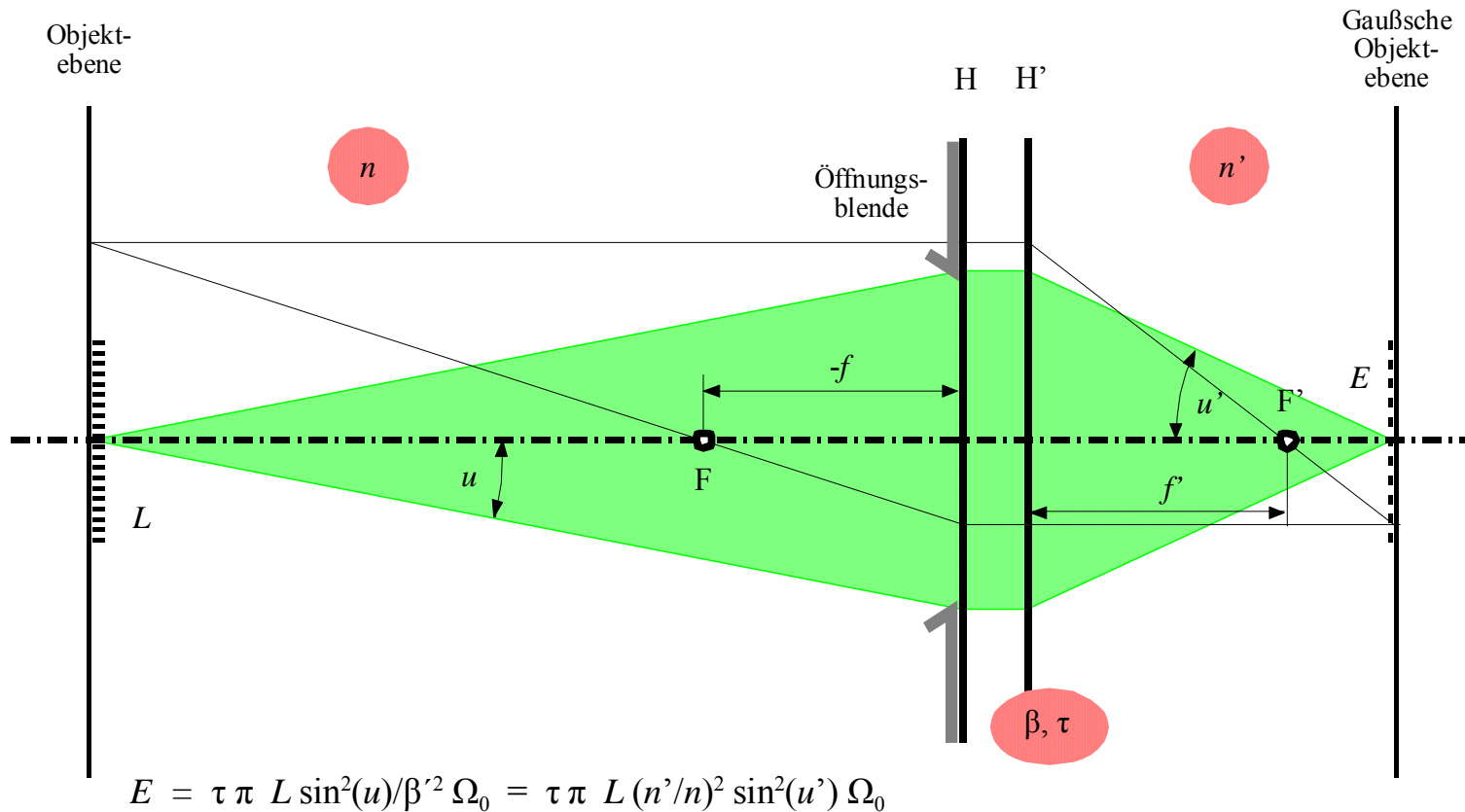
Teleobjektiv



2. Öffnungsblende und Pupillen

Bedeutung von Lage und Größe der
Öffnungsblende für die
optische Abbildung

Einfluss der Größe der Öffnung auf die Beleuchtungsstärke



$$E = \tau \pi L (f'/f)^2 \sin^2(u') \Omega_0$$

Einfluss der Öffnungsblende auf die Tiefenschärfe



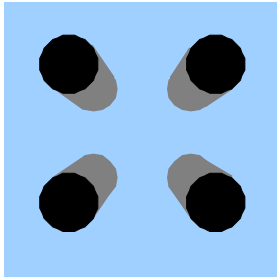
Aufnahme mit "Offenblende" (2,8)

Große Schärfentiefe bei kleiner Öffnung

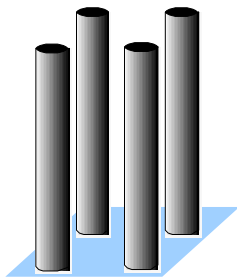


Aufnahme "extrem abgeblendet" (32)

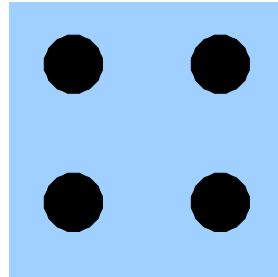
Einfluss der Lage der Eintrittspupille auf die Perspektive



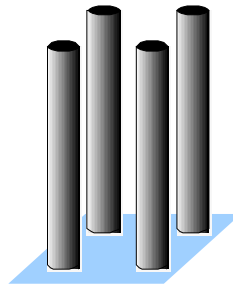
**Endozentrische
Abbildung**



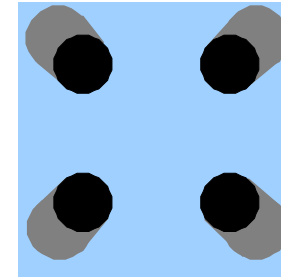
EP in Lichtrichtung hinter
der OE



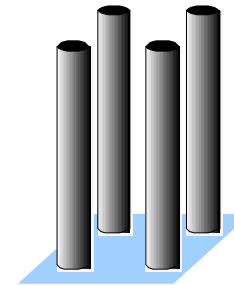
**Telezentrische
Abbildung**



EP im ∞

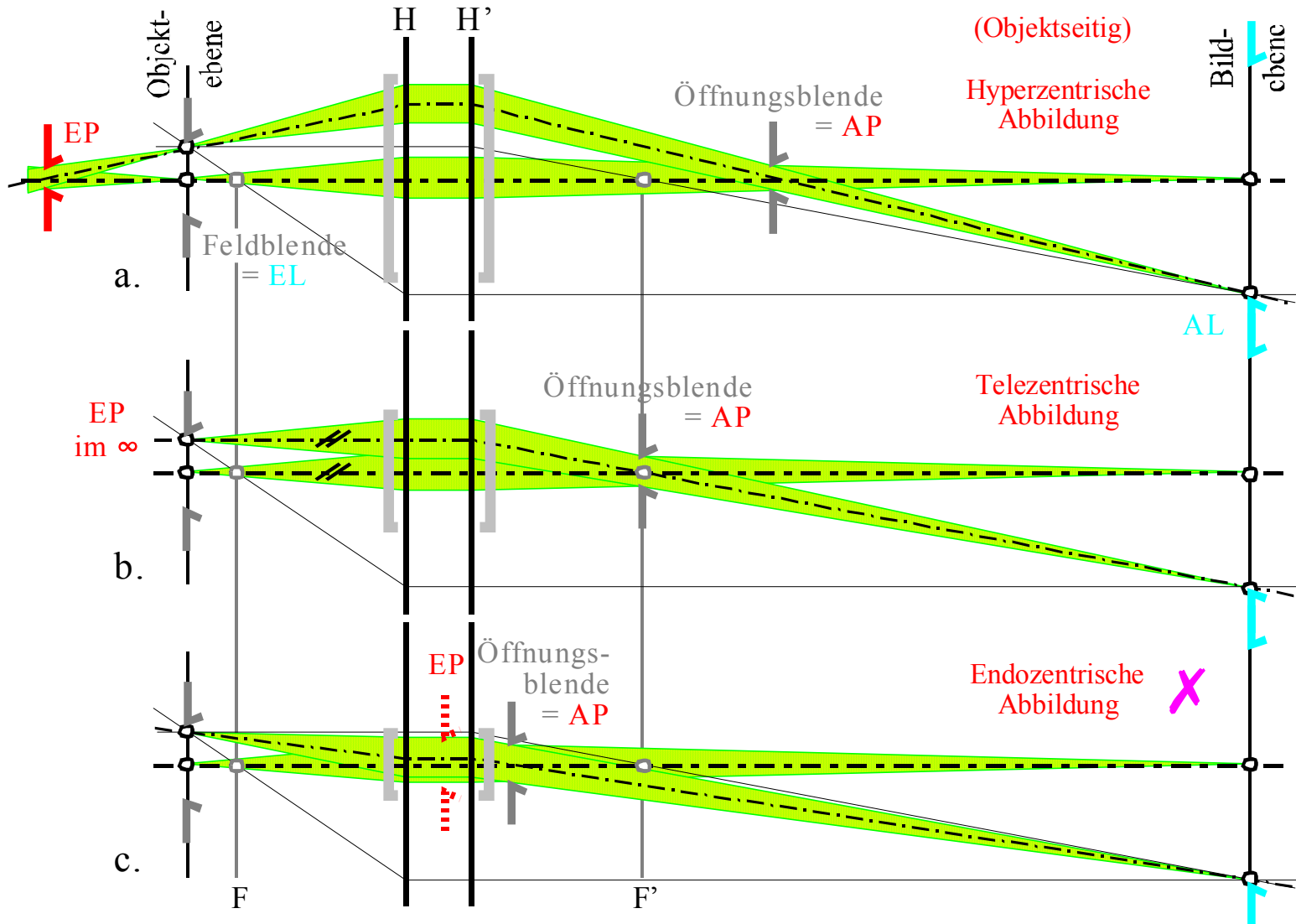


**Hyperzentrische
Abbildung**

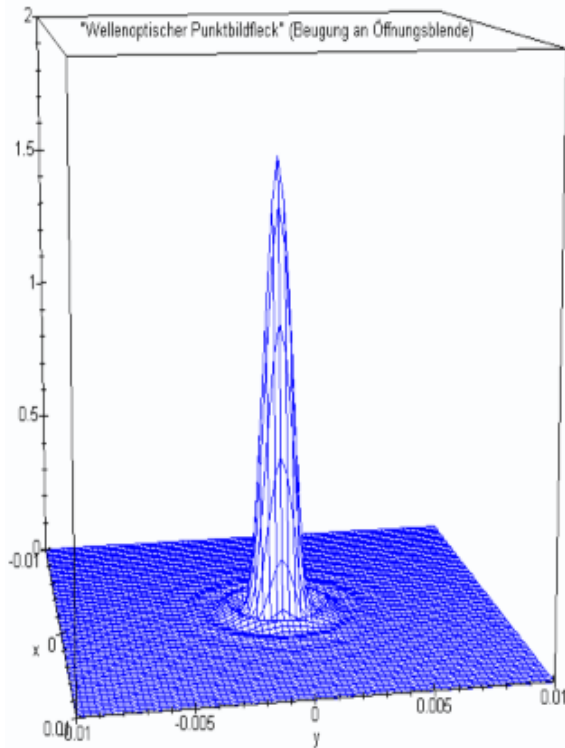


EP in Lichtrichtung vor der
OE

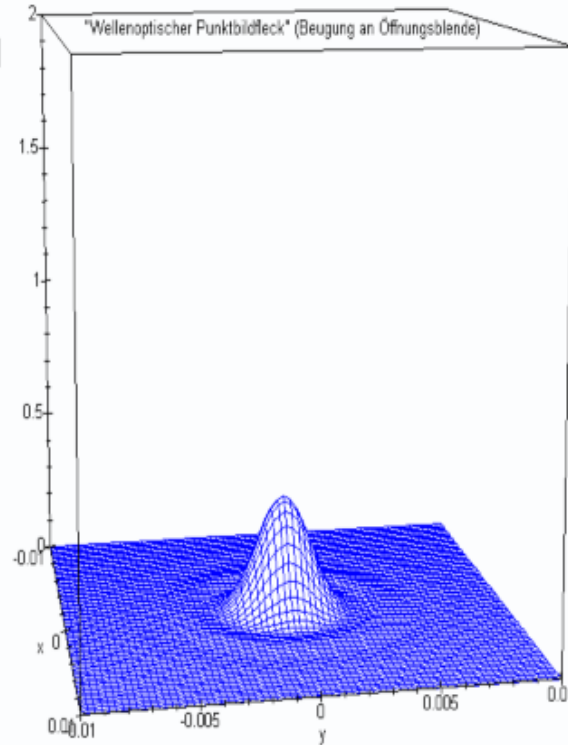
Zur Perspektive



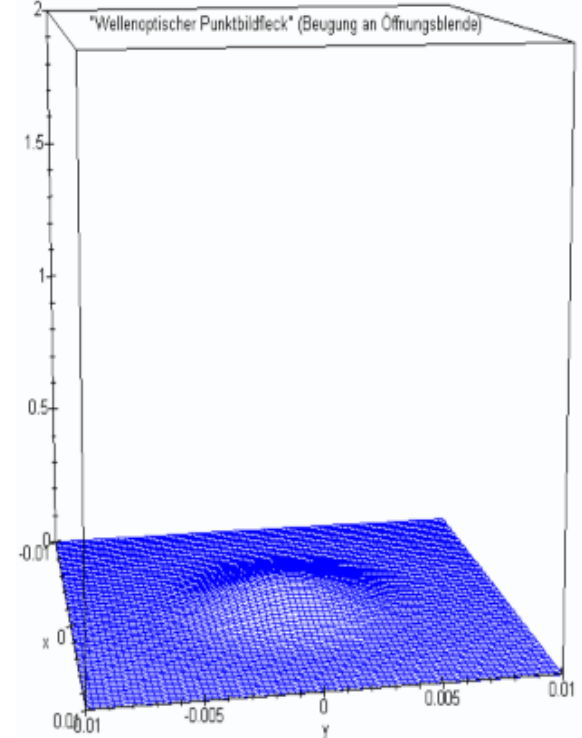
Zur Beugung an der Öffnungsblende



$NA' = 0,2$



$NA' = 0,1$



$NA' = 0,05$

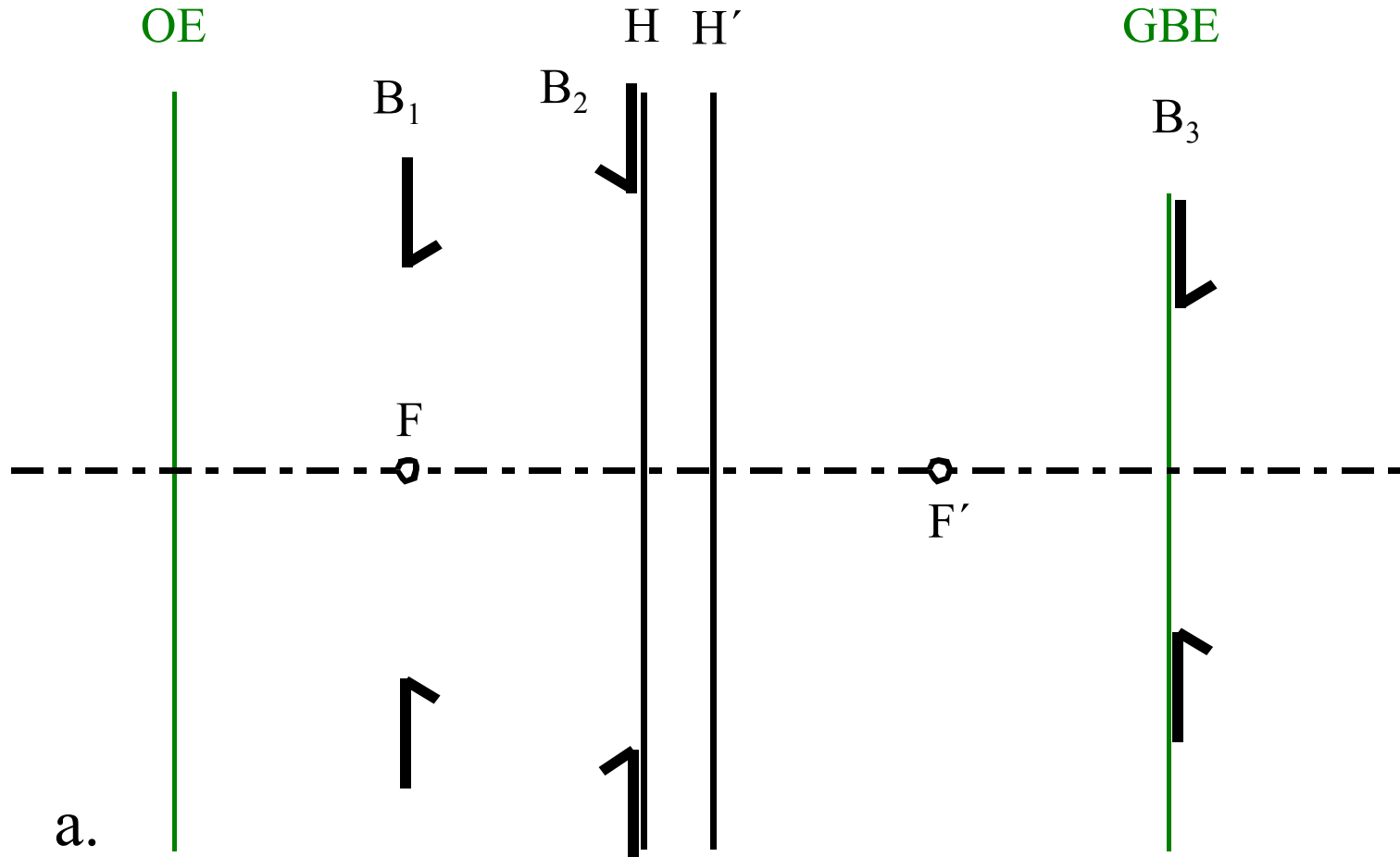
Abhängigkeit des „wellenoptischen Punktbildflecks“ in Höhe und Breite von der Öffnung

Zur Definition der Öffnungsblende

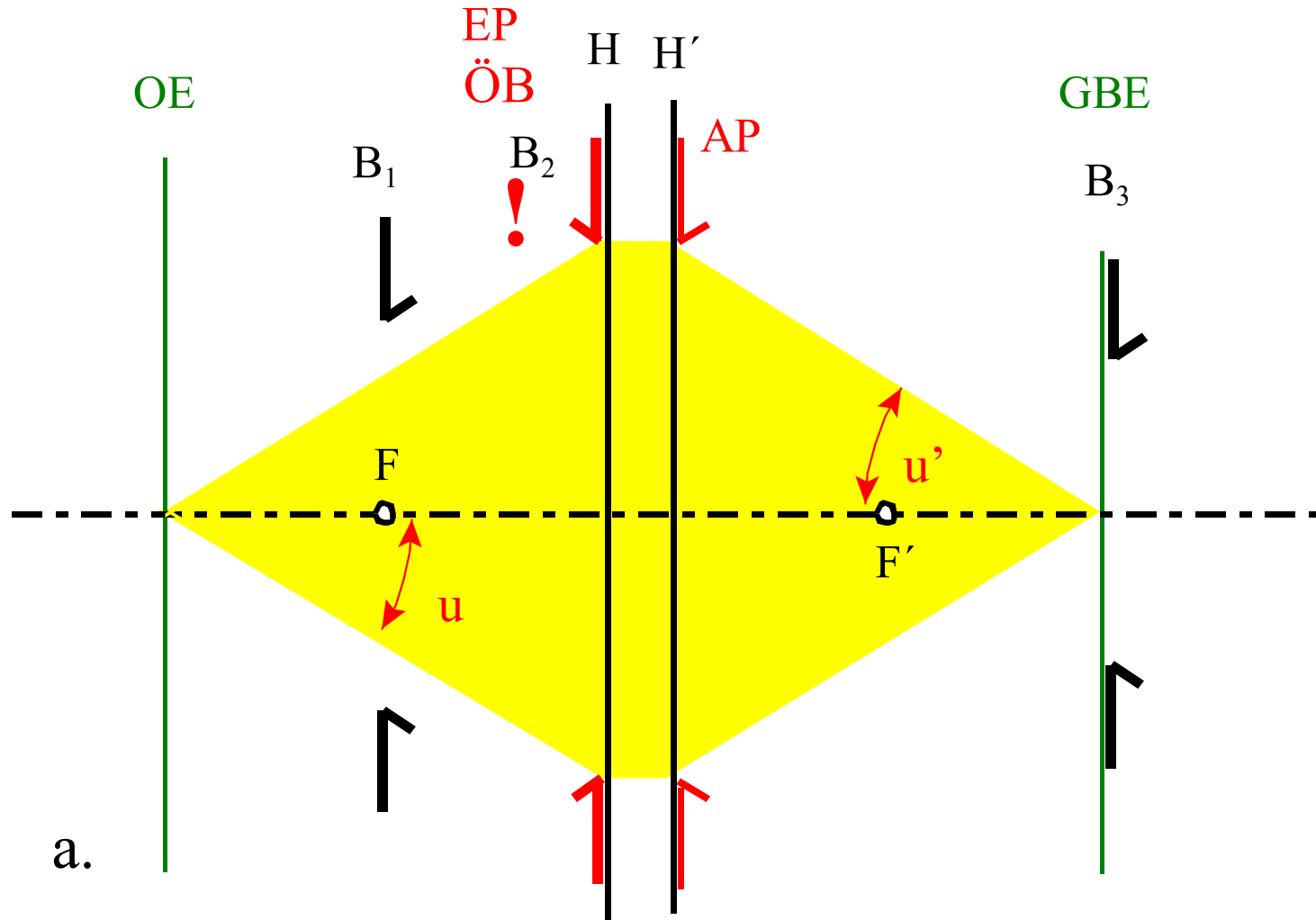
Welche der im optischen System existierenden
Blenden wirkt als Öffnungsblende??

Definition 3: Die ÖB definiert die Öffnung des Lichtbündels für die
Abbildung des Achsobjektpunktes.

Objektebene im Endlichen



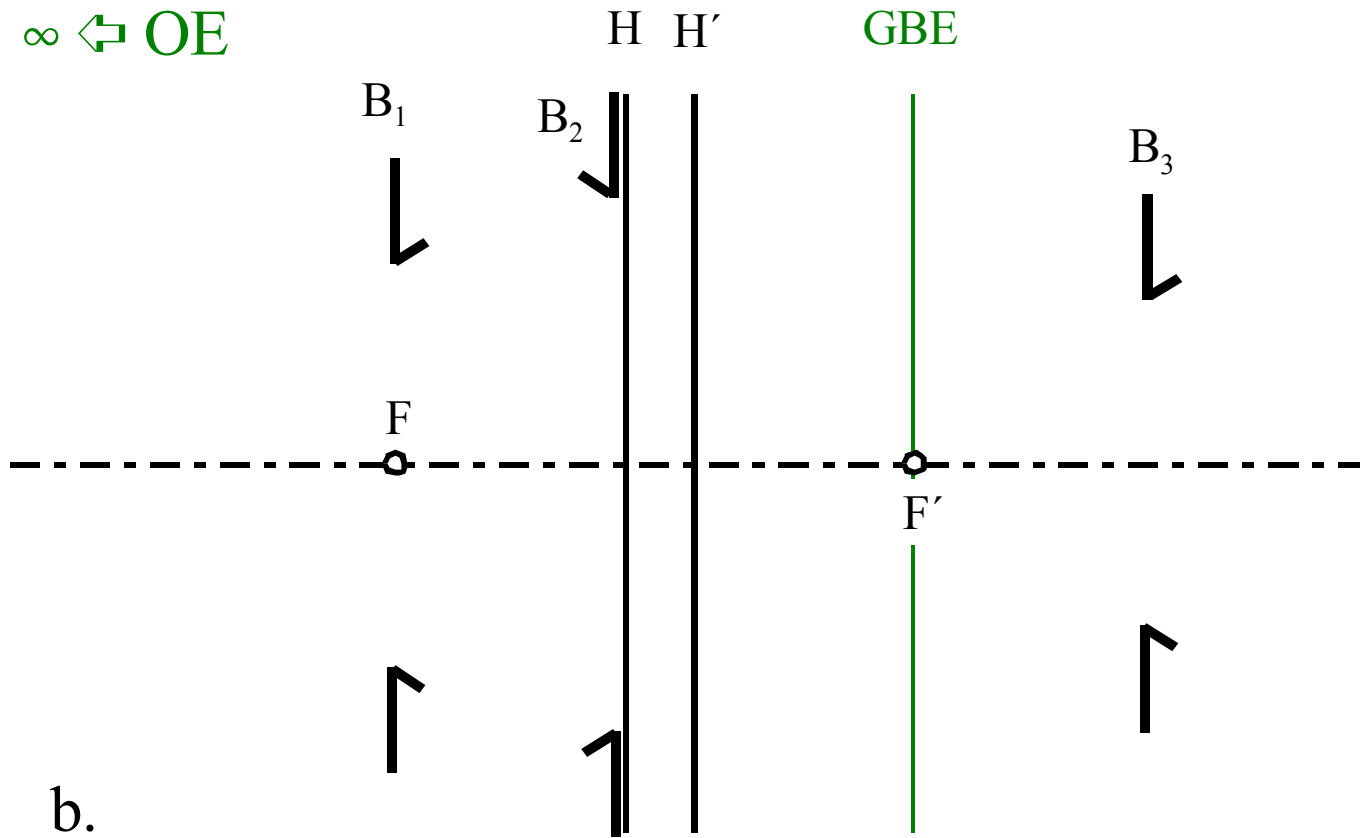
Zur Definition der Öffnungsblende



Bilder der Öffnungsblende: Eintrittspupille (EP) = objektseitiges Bild
Austrittspupille (AP) = bildseitiges Bild

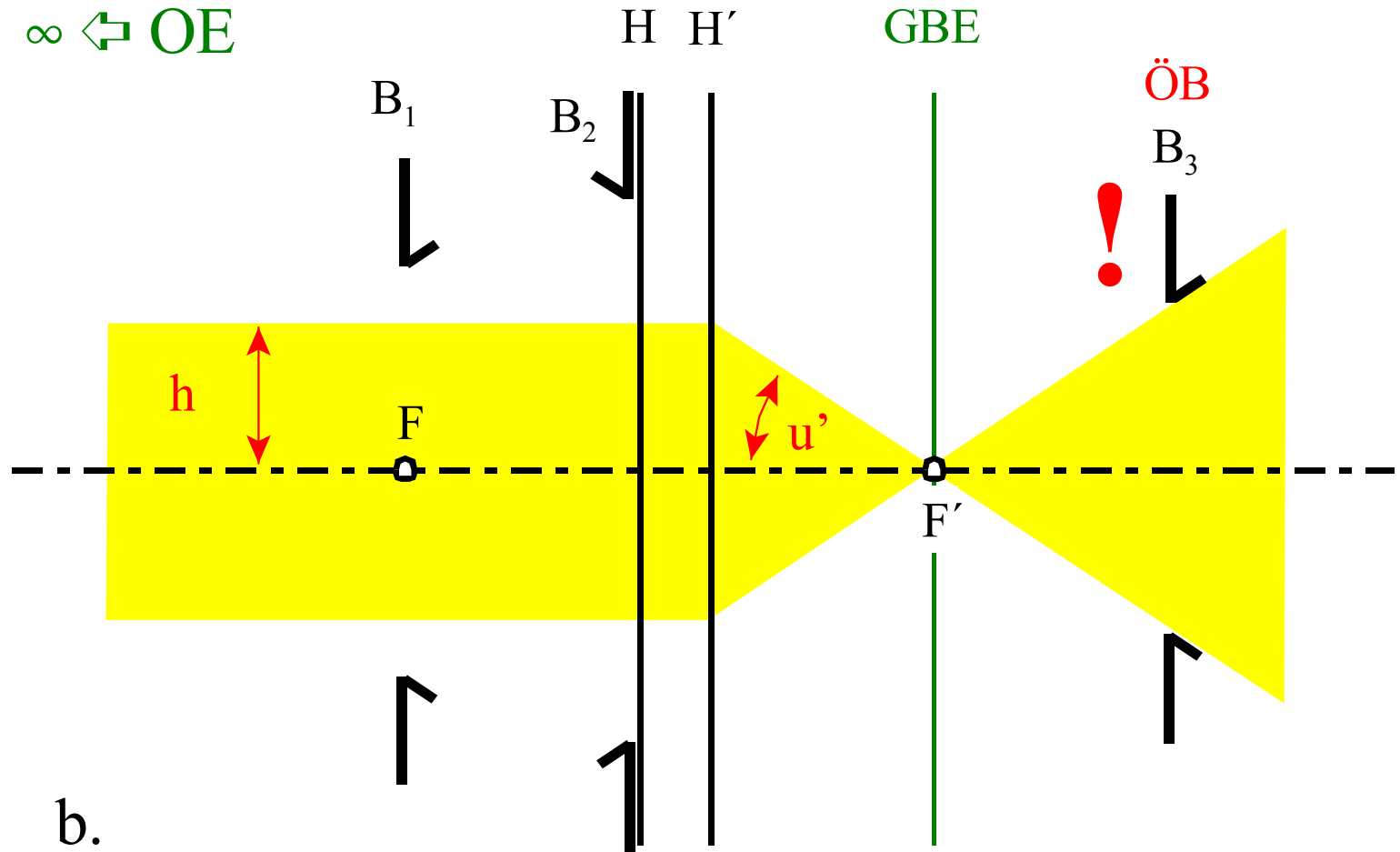
Verschiebung der Objektebene nach Unendlich

$\infty \leftrightarrow OE$

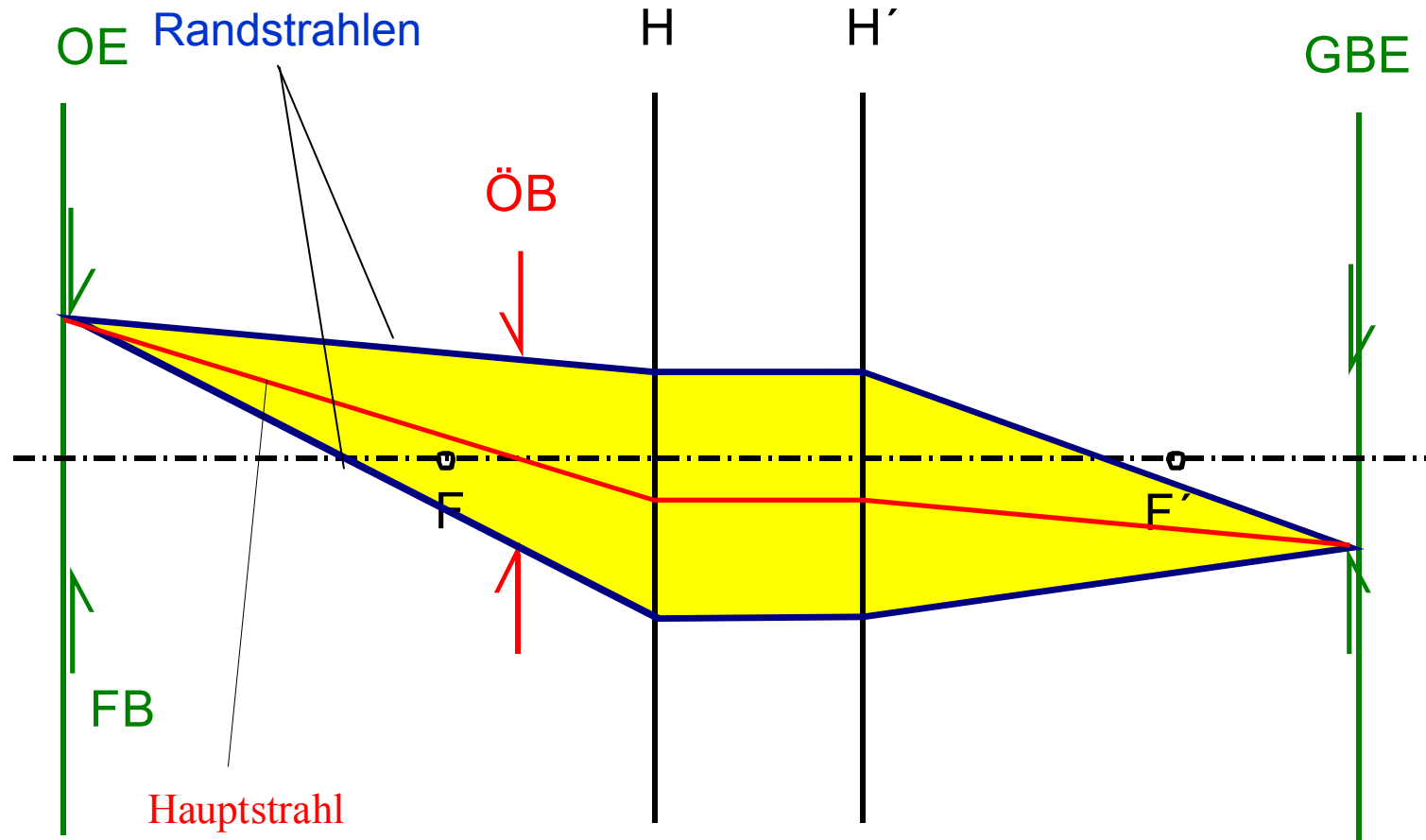


Gleiches System mit anderer Objektlage

$\infty \leftrightarrow OE$



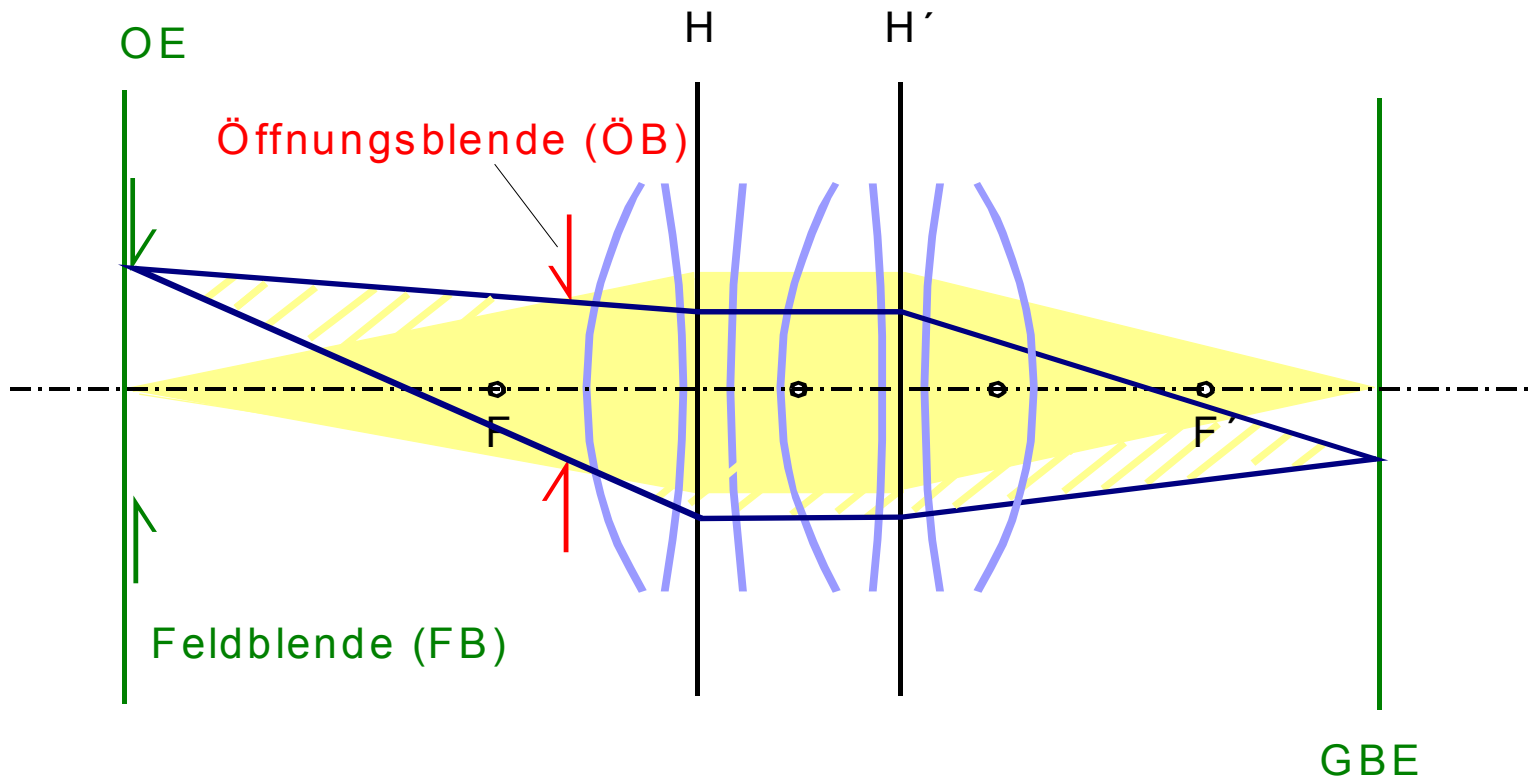
3. Feldblende und Luken



Definition 4:

Die Feldblende (FB) definiert die Feldgröße bei der Abbildung einer ausgedehnten Objektebene auf der Grundlage des Hauptstrahls.

Wie können Öffnungsblende und Feldblende experimentell ermittelt werden?



Wie kann man systematisch bei einer unübersichtlichen Anzahl von Blenden die Blendenfunktionen im optischen System ermitteln??

Beispiel einer Blendenbestimmung im Objektraum

Problem:
Welche der 3
Blenden ist
Öffnungsblende
und welche ist
Feldblende?

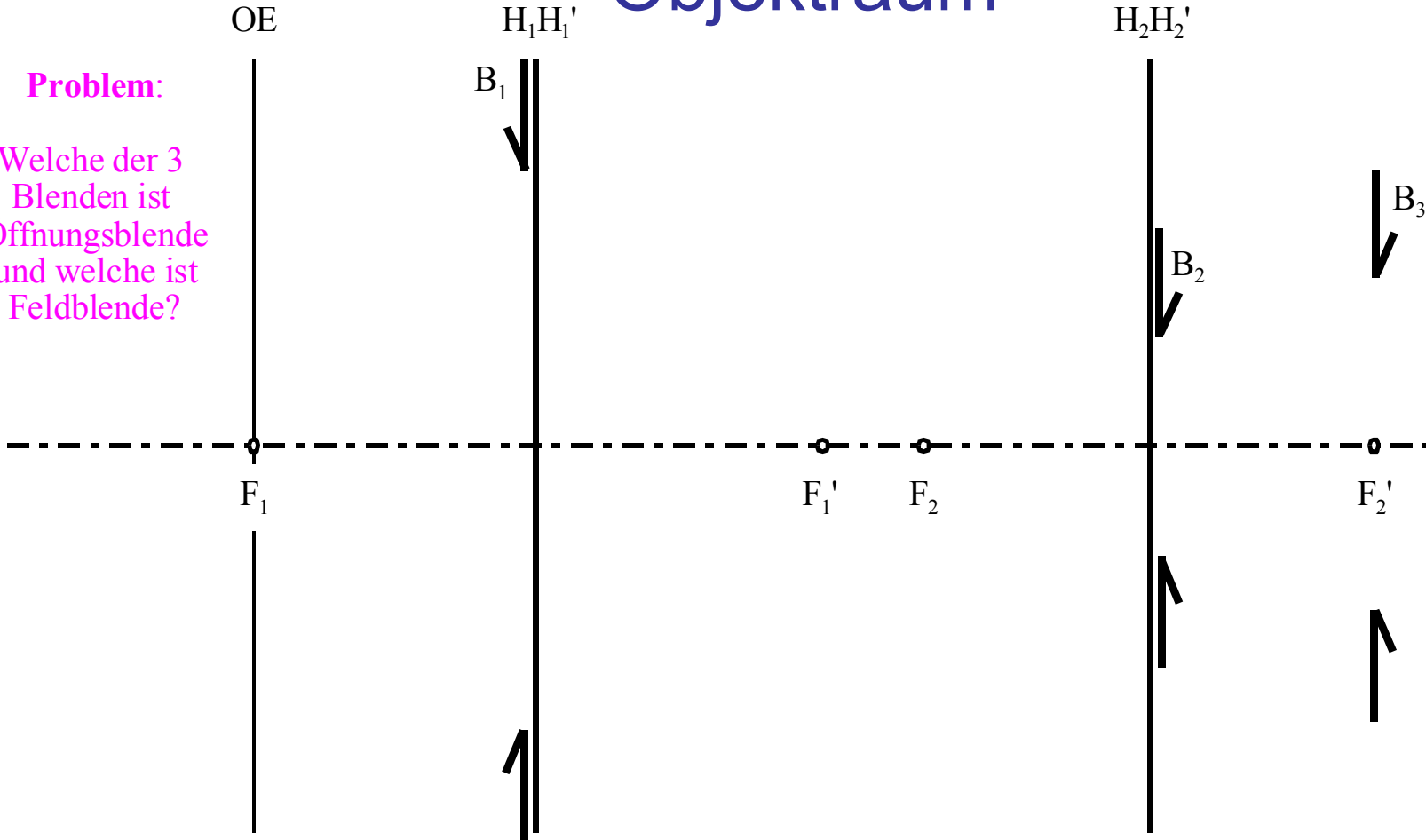
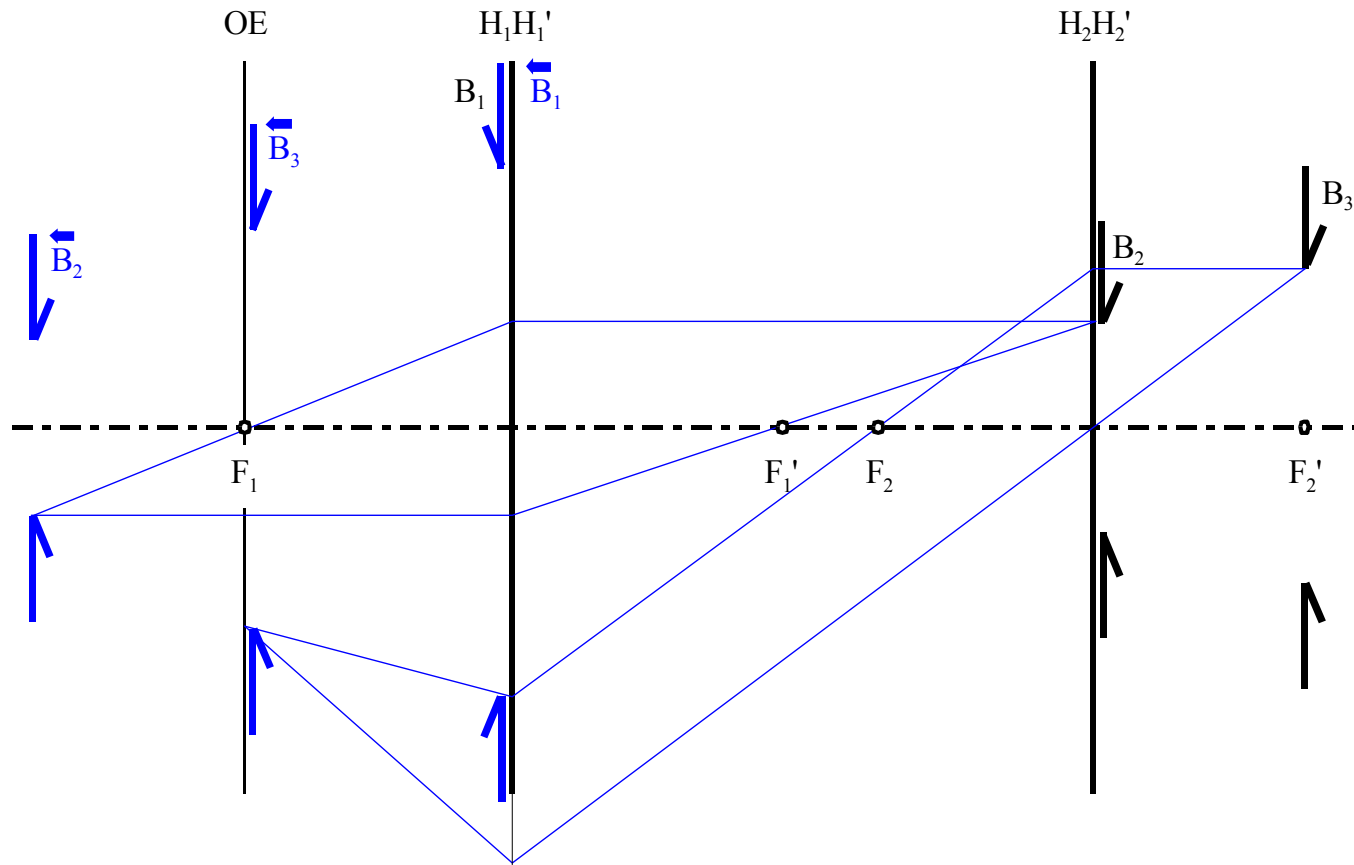
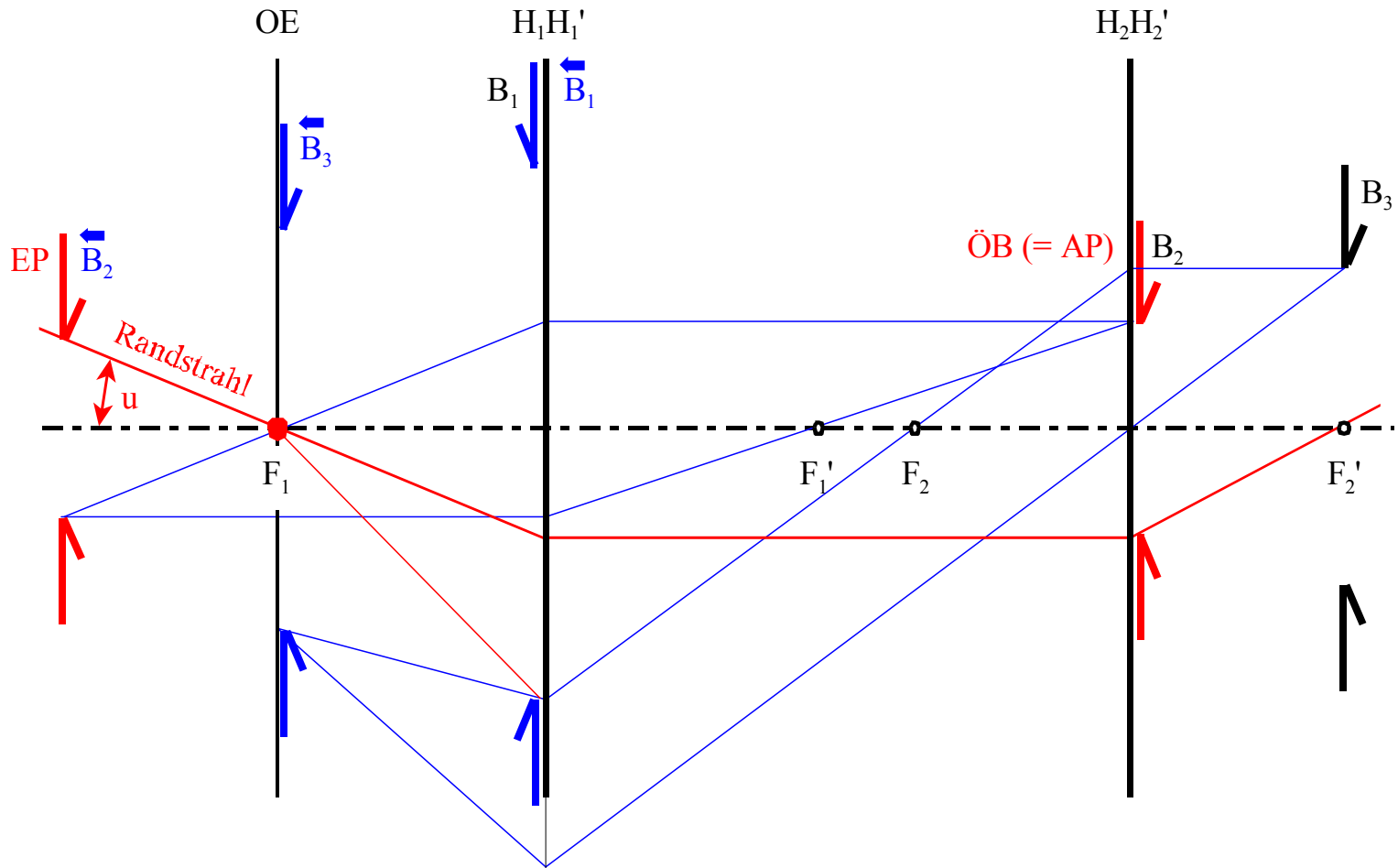


Abbildung aller Blenden in den Objektraum



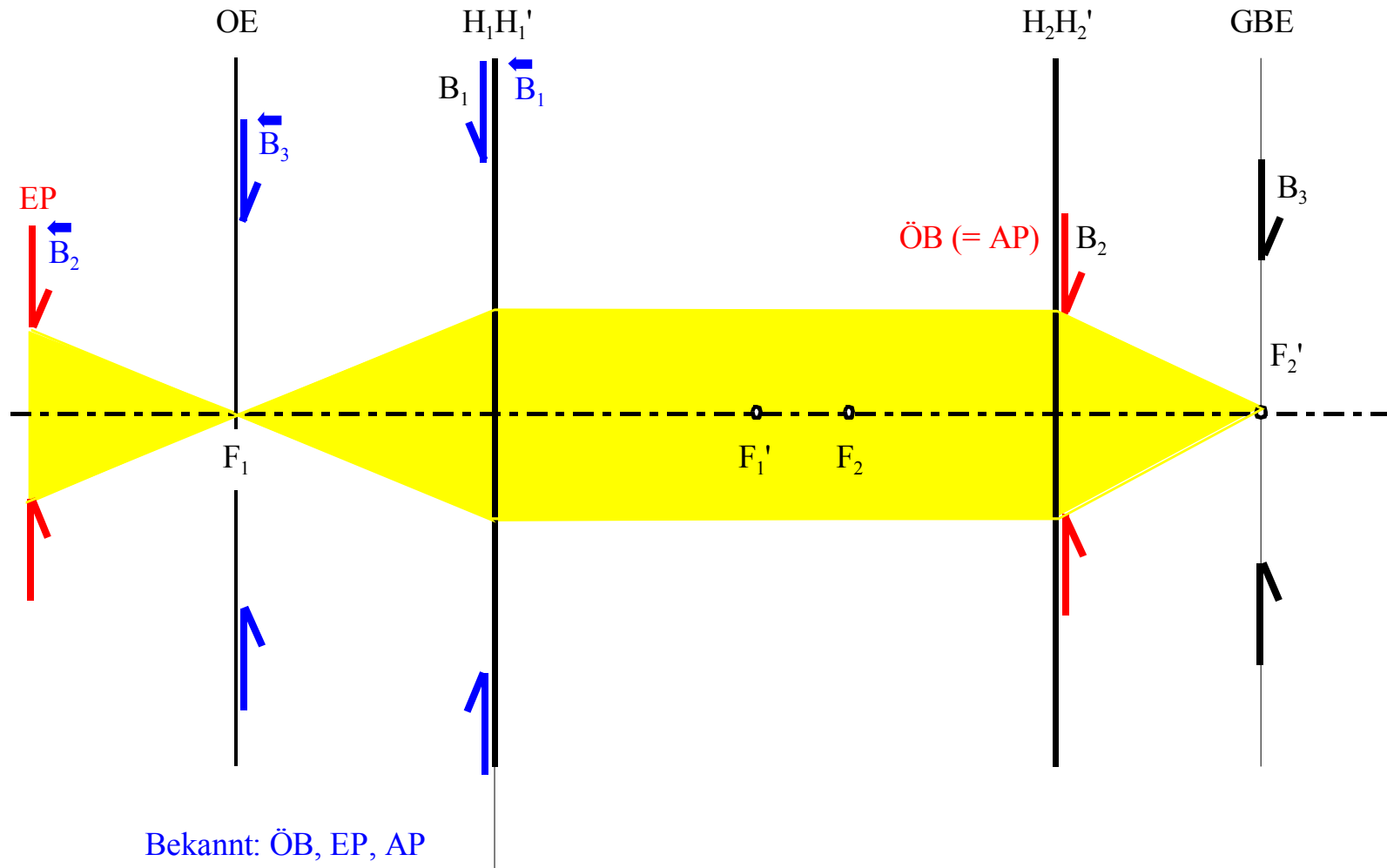
0. Entscheidung: Blendenbestimmung im Objektraum
⇨ “Abbilden aller Blenden in den Objektraum”

Bestimmung der Eintrittspupille

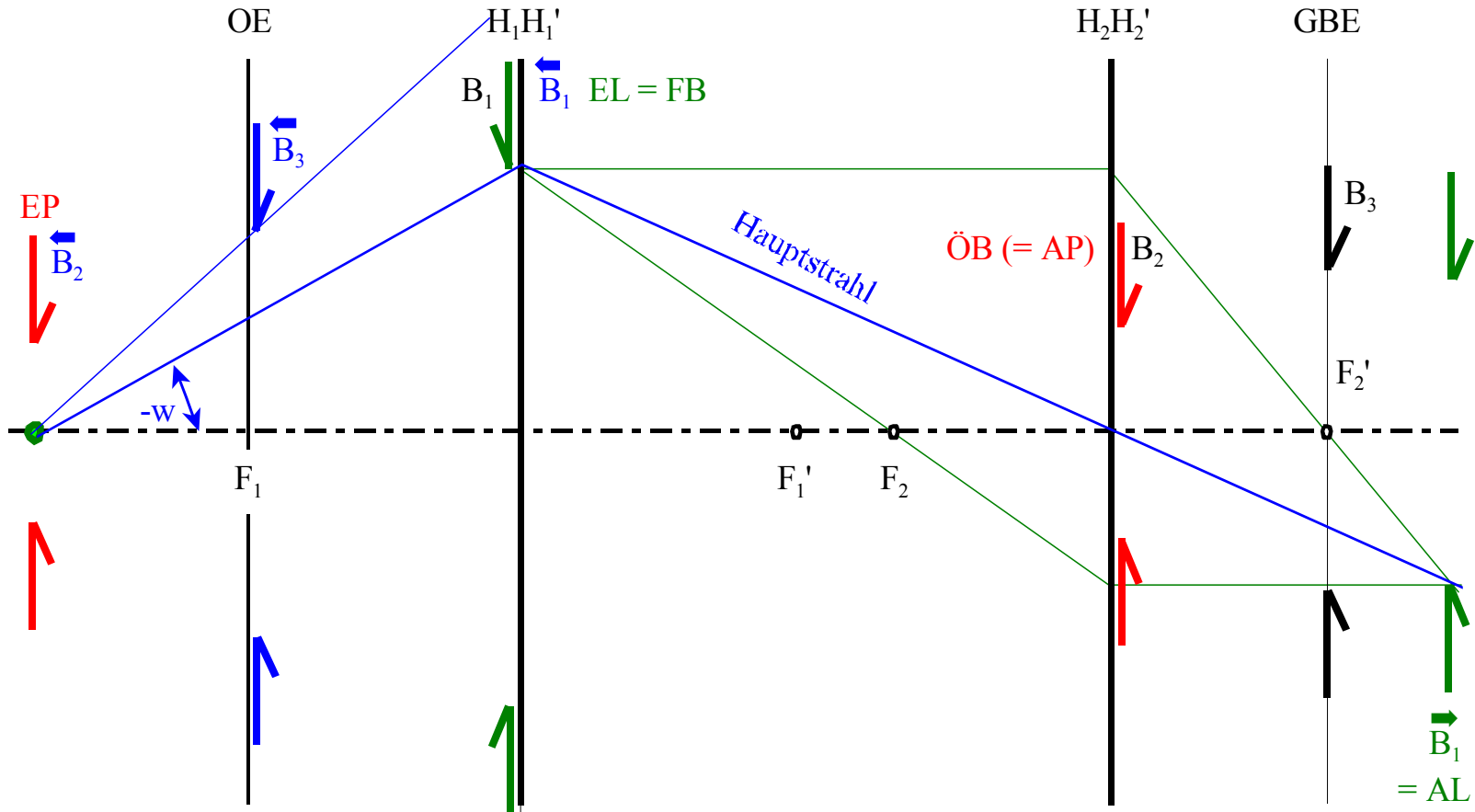


1. Bestimmung: Eintrittspupille EP im Objektraum
⇒ Schluss auf die Öffnungsblende ÖB (Austrittspupille AP)

Zur Bestimmung der Feldblende



Bestimmung der Feldblende

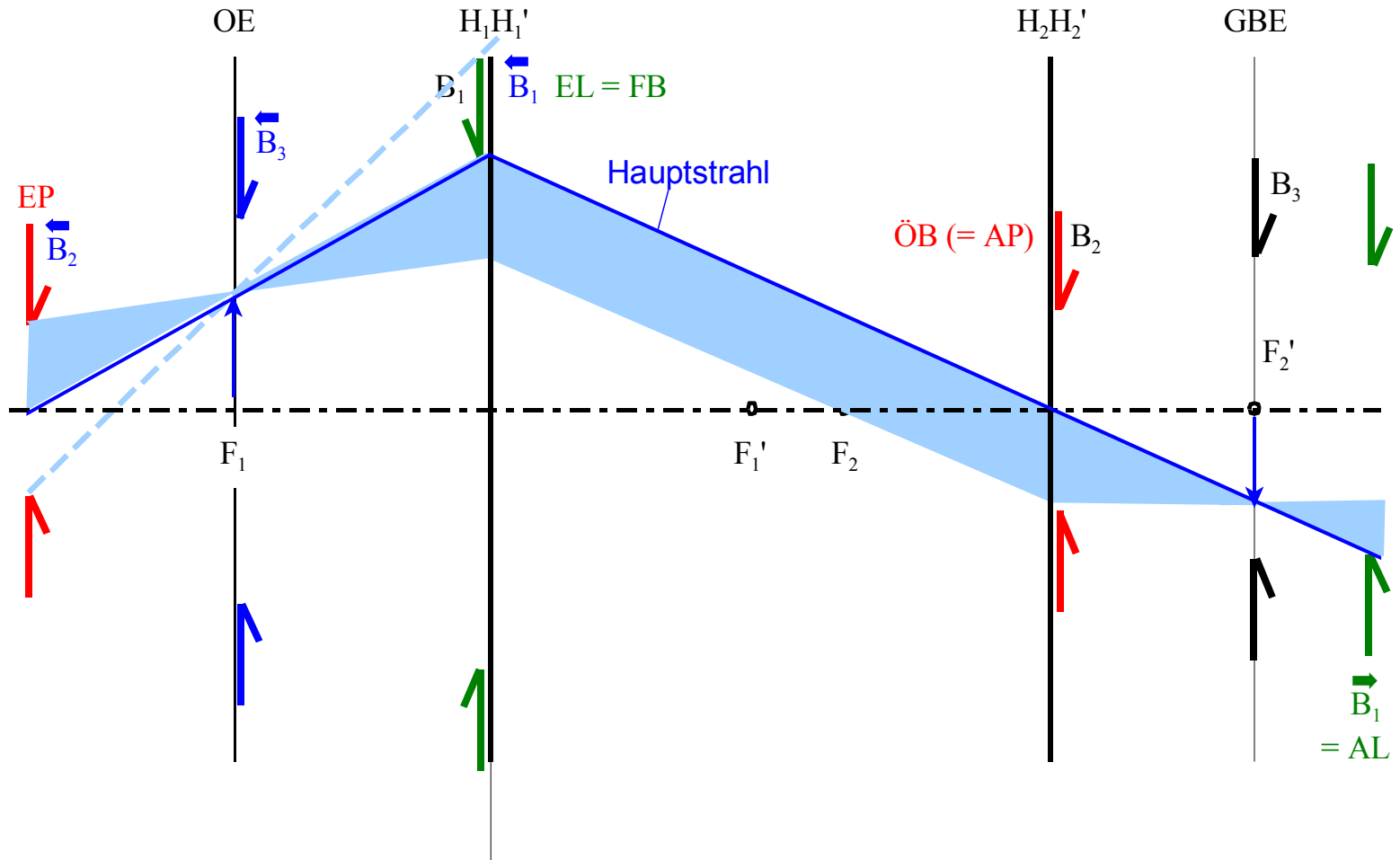


2. Bestimmung:

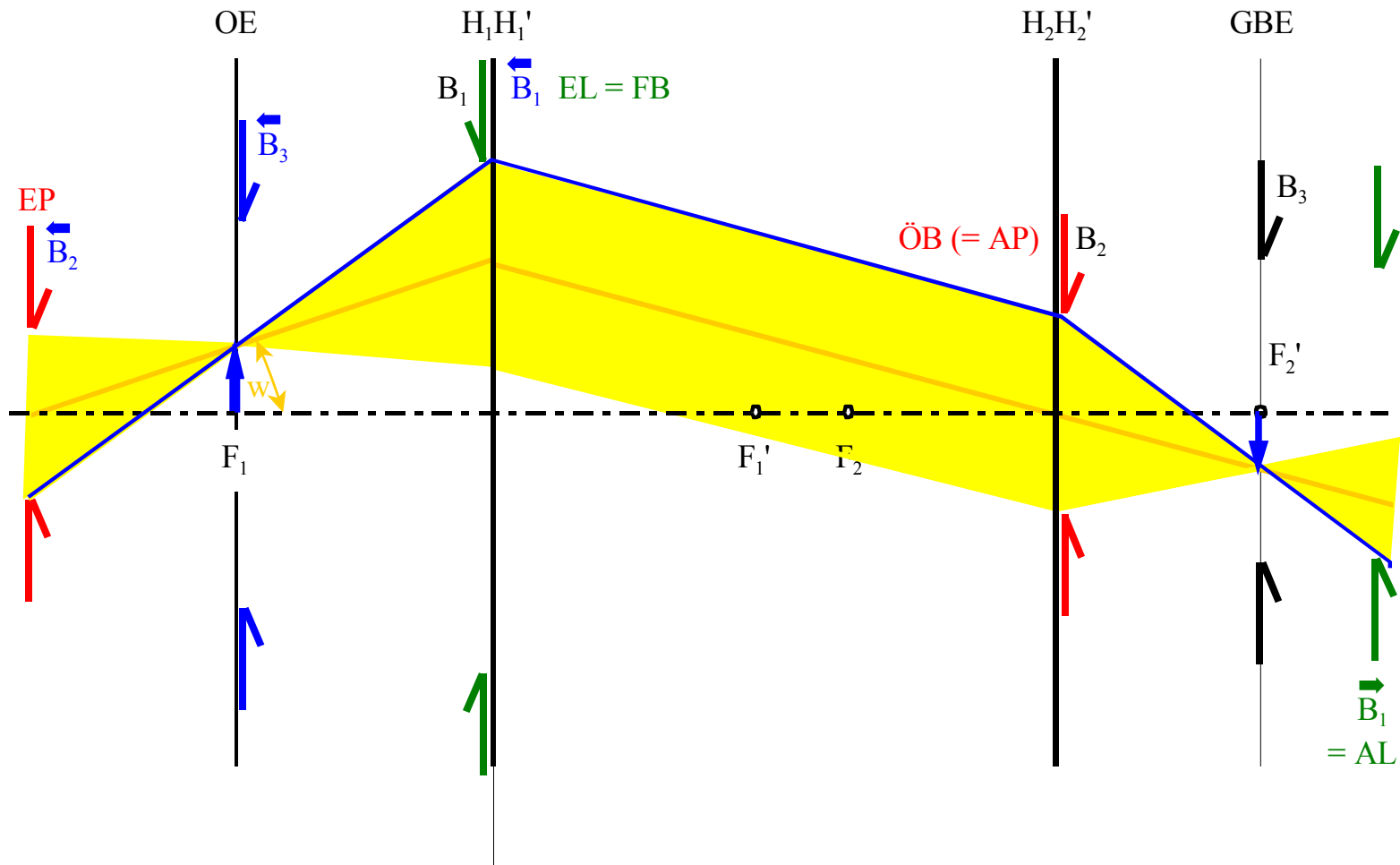
Eintrittsluke EL im Objektraum

⇒ Schluss auf die Feldblende FB (Austrittsluke AL, GBE)

Abschattung durch die Feldblende



Mit voller Öffnung abgebildetes Objektfeld



1. Theorie der Abbildung

1. Modelle der optischen Abbildung



2. Geometrisch optische Theorie der Abbildung

2.1 Paraxiale Abbildung



2.2 Kollineare Abbildung

1. Einführung der Kardinalpunkte



2. Bildkonstruktion und Abbildungsformeln



3. Kollineare Abbildungsfolgen und Ersatzsystem



4. Spezielle kollineare Abbildungen (schief, afokal, anamorphotisch, usw.)



5. Strahlbegrenzung durch Blenden



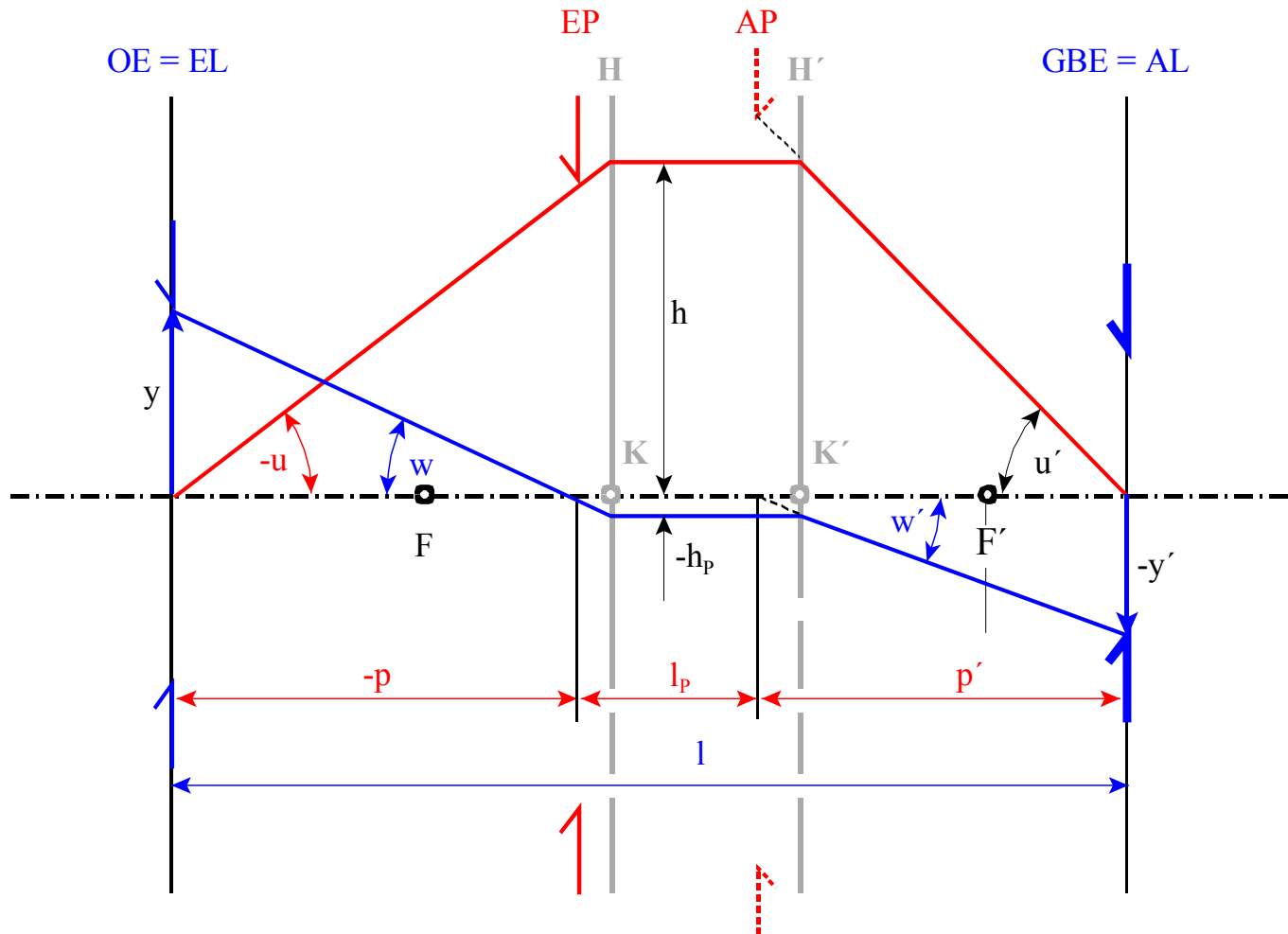
6. Verkettete Abbildungen



7. Matrixdarstellung der kollinearen Abbildung

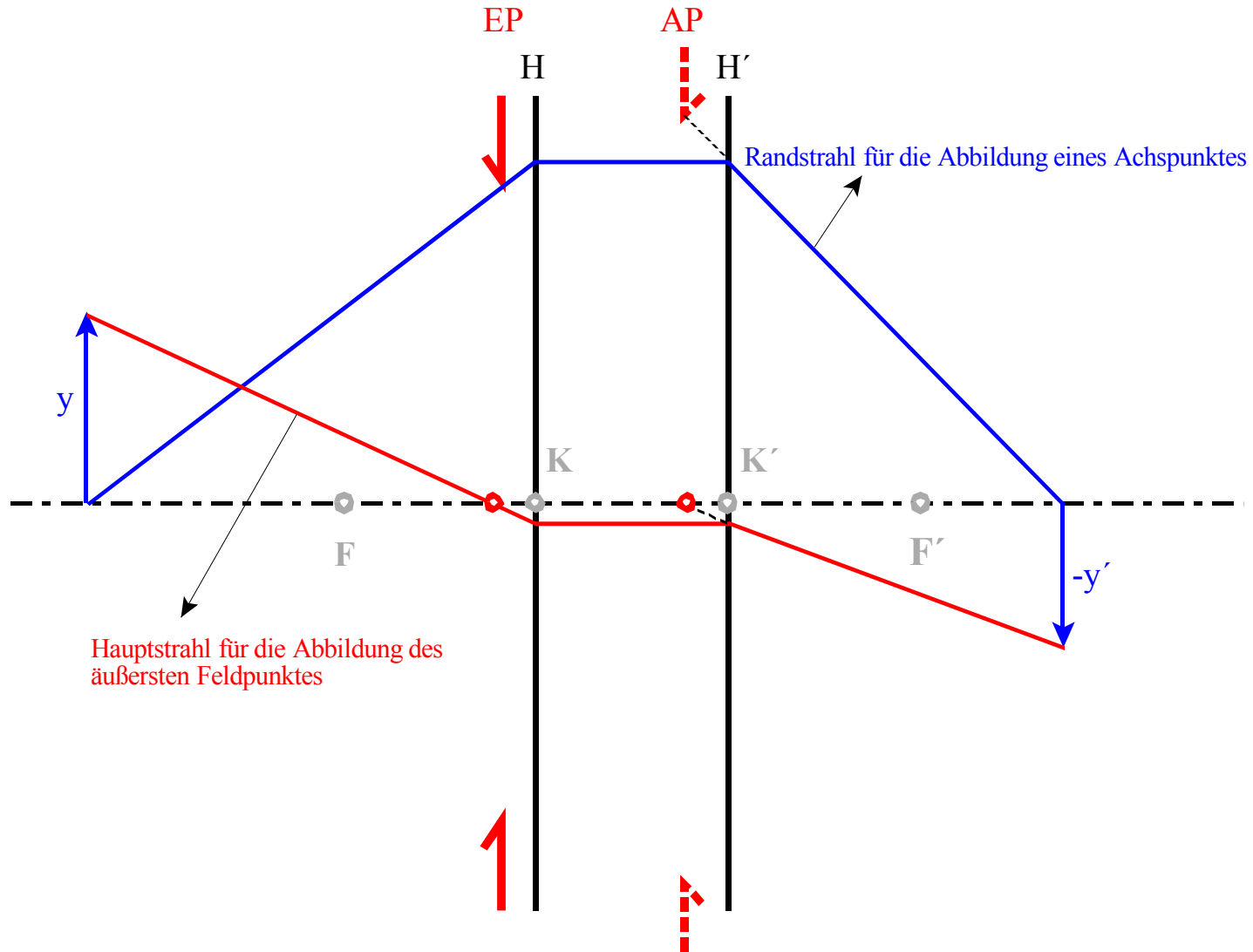
3. Rechnergestützte paraxiale bzw. kollineare Dimensionierung von Abbildungen

6. Verkettete Abbildung = zweifache optische Abbildung

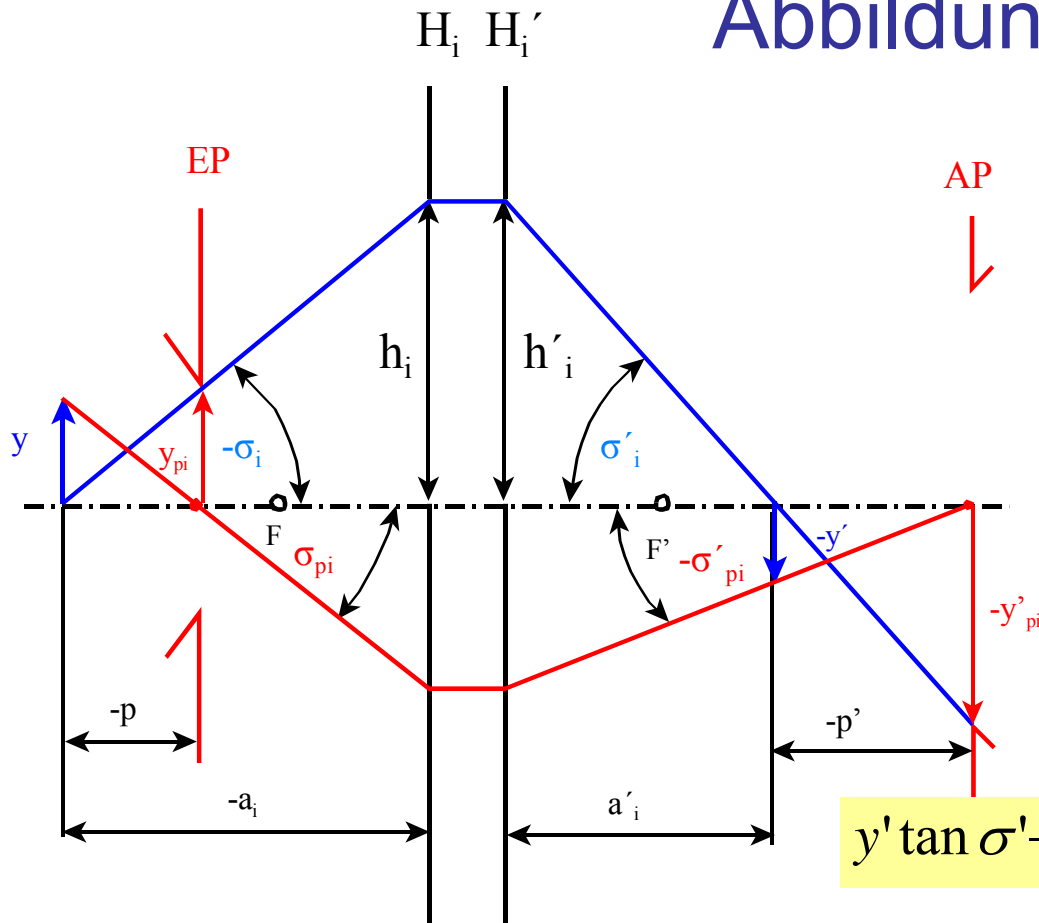


Geometrie und Bezeichnungen für die verkettete Abbildung

Grafische Bildkonstruktion über Pupillen und Hauptebenen



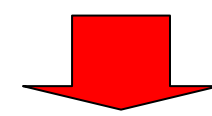
Kollineare Invarianten für die verkettete Abbildung



Helmholtz-Lagrange Invarianten

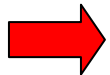
$$y' \tan \sigma' = y \tan \sigma$$

$$y'_p \tan \sigma'_p = y_p \tan \sigma_p$$



$$y' \tan \sigma' - y \tan \sigma = y'_p \tan \sigma'_p - y_p \tan \sigma_p$$

Verknüpfung von Pupillen- und Objekt-Bildabbildung



$$y_i \tan \sigma_i - y_{pi} \tan \sigma_{pi} = I$$

(45)

Einige Formeln der verketteten Abbildung

$$\frac{y' y'_P}{p'} = \frac{y y_P}{p} \quad \Leftrightarrow \quad \beta' \beta'_P = \frac{p'}{p} \quad (46)$$

$$\frac{\tan(\sigma') - \tan(\sigma)}{h} = \frac{1}{f'} = \frac{\tan(\sigma'_P) - \tan(\sigma_P)}{h_P} \quad (47)$$

$$\beta'_P - \beta' = \frac{p'}{f'} = \frac{p' \beta'_P}{p'_F} = -\frac{p'}{\beta'_P p_F} \quad (48)$$

$$\frac{1}{\beta'_P} - \frac{1}{\beta'} = -\frac{p}{f'} = -\frac{p \beta'_P}{p'_F} = \frac{p}{\beta'_P p_F} \quad (50)$$

$$l = -p + l_p + p' \quad (51)$$

1. Theorie der Abbildung

1. Modelle der optischen Abbildung



2. Geometrisch optische Theorie der Abbildung

2.1 Paraxiale Abbildung



2.2 Kollineare Abbildung

1. Einführung der Kardinalpunkte



2. Bildkonstruktion und Abbildungsformeln



3. Kollineare Abbildungsfolgen und Ersatzsystem



4. Spezielle kollineare Abbildungen (schief, afokal, anamorphotisch, usw.)



5. Strahlbegrenzung durch Blenden



6. Verkettete Abbildungen



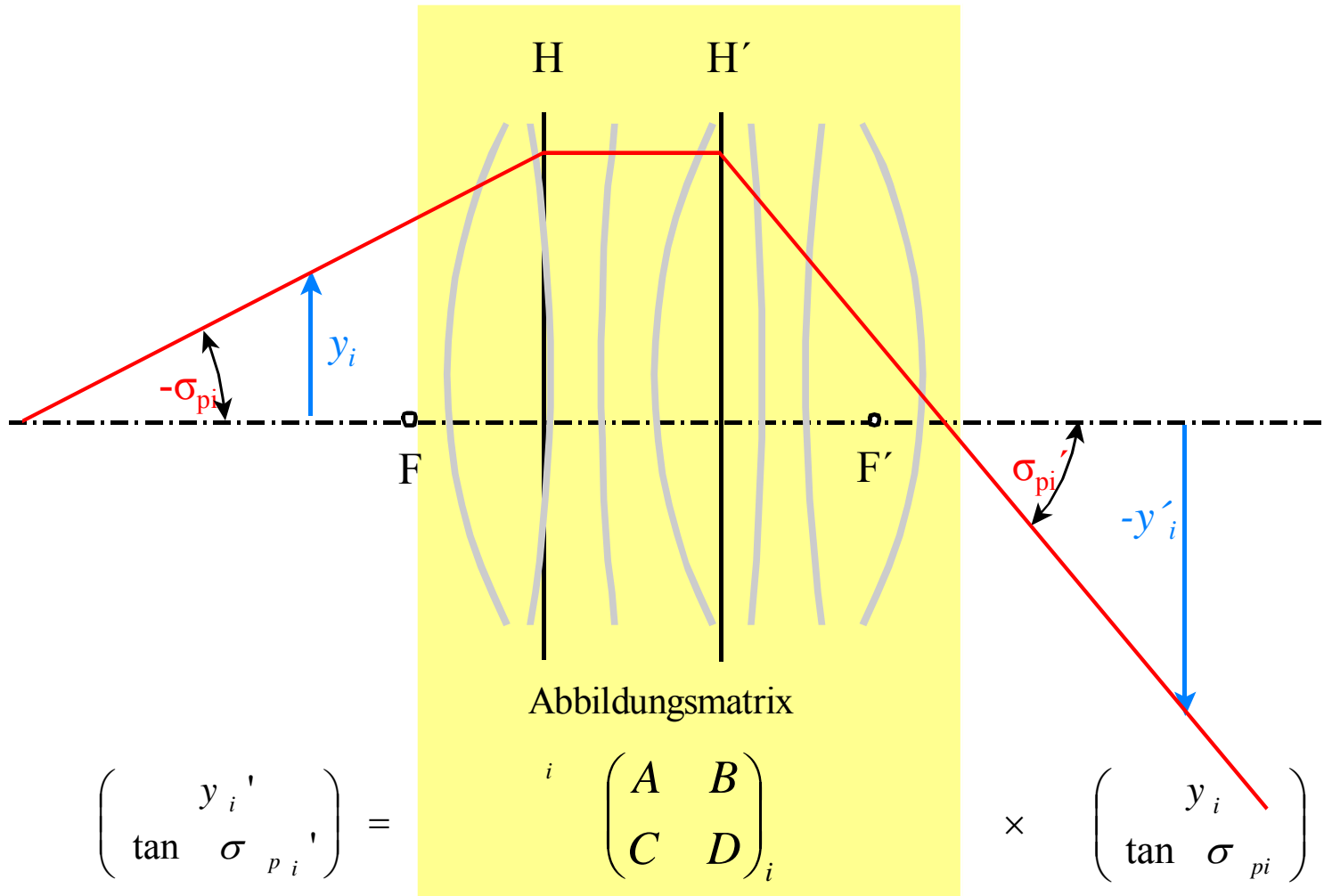
7. Matrixdarstellung der kollinearen Abbildung



3. Rechnergestützte paraxiale bzw. kollineare Dimensionierung von Abbildungen

7. Matrixdarstellung der kollinearen Abbildung

Vorteil: Einfache Durchrechnung von Strahlen durch Abbildungsfolgen



Berechnung der Abbildungsmatrix $M_A(y, \sigma_p)$

$$\begin{pmatrix} y_i' \\ \tan \sigma_{pi}' \end{pmatrix} = {}^i \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_i \\ \tan \sigma_{pi} \end{pmatrix}$$



$$y_i' = \beta_i' y_i$$

A, B, C, D = ?

$$\tan \sigma_{pi}' = F_i' y_i + \gamma_i' \tan \sigma_{pi} \quad \text{mit: } \gamma_i' = \frac{n_i}{n_i'} \frac{1}{\beta_i'}$$

$$\begin{aligned} y_i' &= A y_i + B \tan \sigma_{pi} \\ \tan \sigma_{pi}' &= C y_i + D \tan \sigma_{pi} \end{aligned}$$

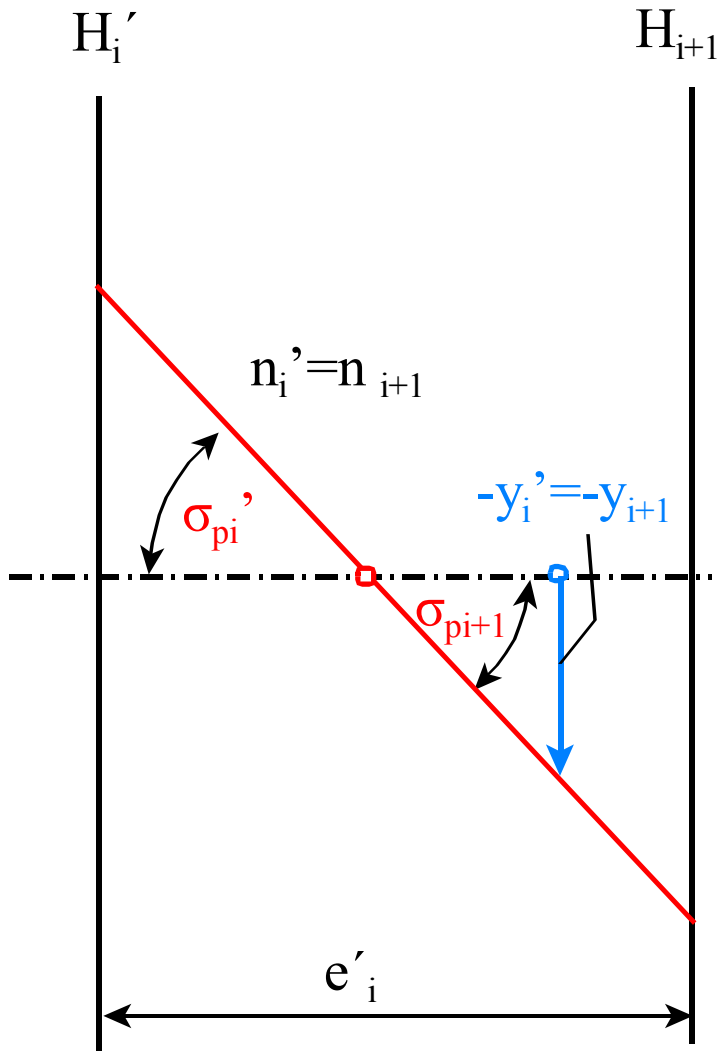


$$M_A = {}^i \begin{pmatrix} \beta_i' & 0 \\ F_i' & \gamma_i' \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} y_i' \\ \tan \sigma_{pi}' \end{pmatrix} = {}^i \begin{pmatrix} \beta_i' & 0 \\ F_i' & \gamma_i' \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_i \\ \tan \sigma_{pi} \end{pmatrix}$$

Übergangsmatrix $M_{\bar{U}}(y, \sigma_p)$



— Hauptstrahl

$$\begin{pmatrix} y_{i+1} \\ \tan \sigma_{pi+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_i' \\ \tan \sigma_{pi}' \end{pmatrix}$$

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D} = ?$

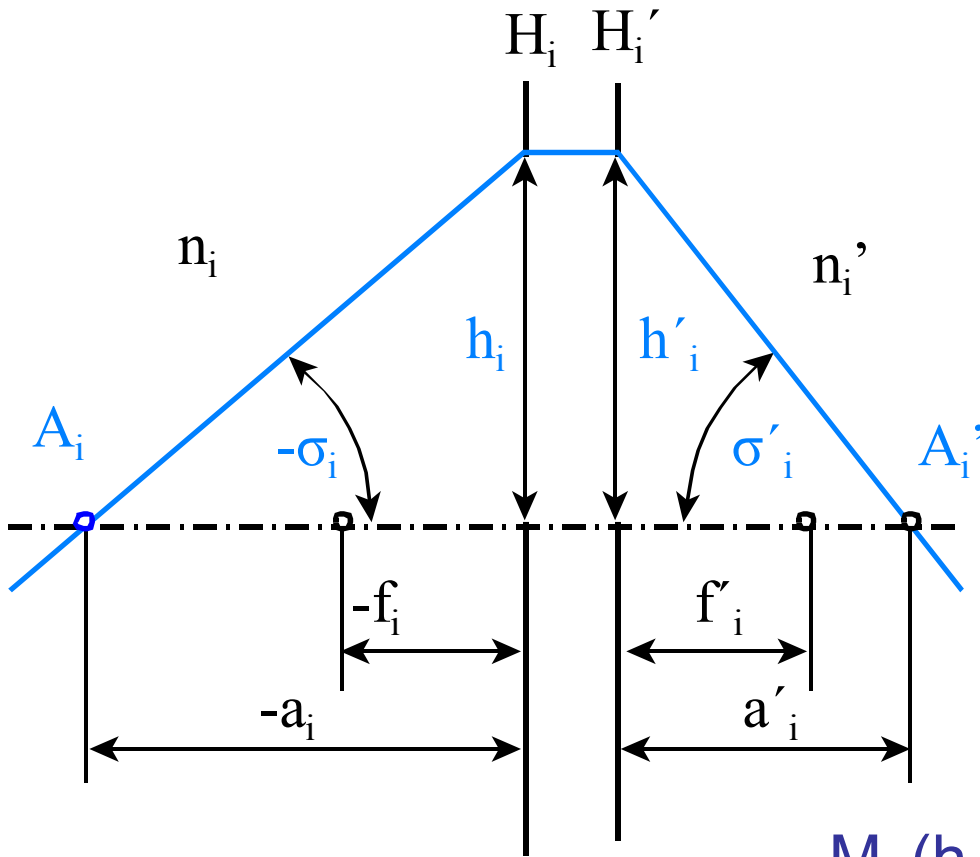
$$\begin{aligned} y_{i+1} &= A y_i' + B \tan \sigma_{pi}' \\ \tan \sigma_{pi+1} &= C y_i' + D \tan \sigma_{pi}' \end{aligned}$$

$$M_{\bar{U}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{i+1}$$



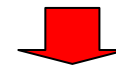
$$\begin{pmatrix} y_{i+1} \\ \tan \sigma_{pi+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_i' \\ \tan \sigma_{pi}' \end{pmatrix}$$

Abbildungsmatrix für die Achspunktabbildung $M_A(h, \sigma)$



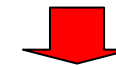
$$\begin{pmatrix} h_i' \\ \tan \sigma_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_i \times \begin{pmatrix} h_i \\ \tan \sigma_i \end{pmatrix}$$

A, B, C, D = ?



$$h_{i+1} = A h_i' + B \tan \sigma_i'$$

$$\tan \sigma_{i+1} = C h_i' + D \tan \sigma_i'$$



$M_A(h, \sigma)$

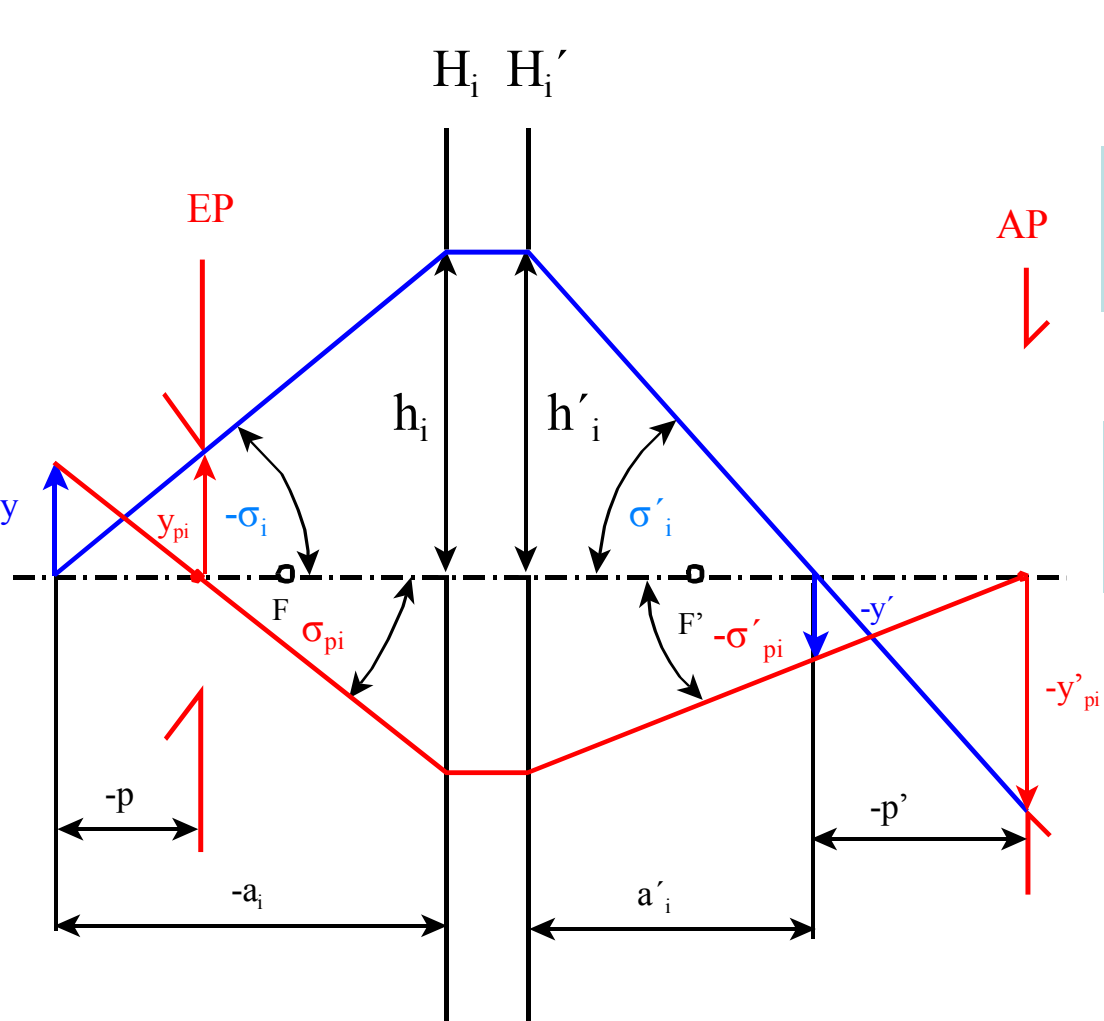


$$\begin{pmatrix} h_i' \\ \tan \sigma_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ F_i' & \frac{n_i}{n_i'} \end{pmatrix}_i \times \begin{pmatrix} h_i \\ \tan \sigma_i \end{pmatrix}$$

$$h_i' = h_i$$

$$\tan \sigma_i' = h_i F_i' + \frac{n_i}{n_i'} \tan \sigma_i$$

Verkettete Abbildung



$M_A(y, \sigma_p)$ **Objekt-
Bildabbildung**

$$\begin{pmatrix} y_i' \\ \tan \sigma_{pi}' \end{pmatrix} = {}^i \begin{pmatrix} \beta_i' & 0 \\ F_i' & \gamma_i' \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_i \\ \tan \sigma_{pi} \end{pmatrix}$$

$M_A(y_p, \sigma)$ **Pupillen-
abbildung**

$$\begin{pmatrix} y_{pi}' \\ \tan \sigma_i' \end{pmatrix} = {}^i \begin{pmatrix} \beta_{pi}' & 0 \\ F_i' & \gamma_{pi}' \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_{pi} \\ \tan \sigma_i \end{pmatrix}$$

$M_A(h, \sigma)$ **(Randstrahl)**

$$\begin{pmatrix} h_i' \\ \tan \sigma_i' \end{pmatrix} = {}^i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ F_i' & \frac{n_i}{n_i'} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h_i \\ \tan \sigma_i \end{pmatrix}$$

$M_A(h_p, \sigma_p)$ **(Hauptstrahl)**

$${}^i \begin{pmatrix} h_{pi}' \\ \tan \sigma_{pi}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ F_i' & \frac{n_i}{n_i'} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h_{pi} \\ \tan \sigma_{pi} \end{pmatrix}$$

Übergangsmatrizen der verketteten Abbildung

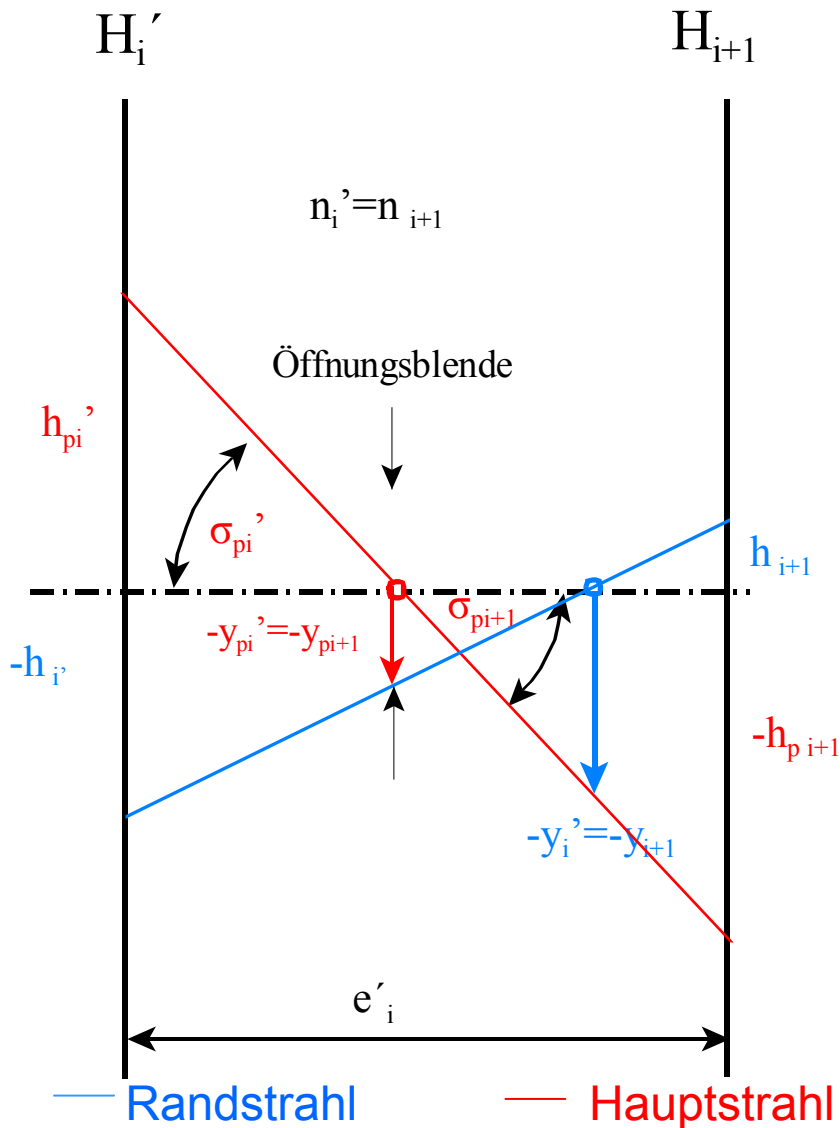


Abbildung eines Feldpunktes:

$$M_{\ddot{U}}(y_p, \sigma) = M_{\ddot{U}}(y, \sigma_p)$$

$$M_{\ddot{U}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{i+1}^i$$

Abbildung eines Achspunktes:

$$M_{\ddot{U}}(h_p, \sigma_p) = M_{\ddot{U}}(h, \sigma)$$

$$M_{\ddot{U}} = \begin{pmatrix} 1 & -e_i' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{i+1}^i$$

A B C D - Matrix einer Abbildungsfolge

Elementare Schreibweise:

$$\begin{pmatrix} h_n \\ \tan(\sigma_n) \end{pmatrix} = {}^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_n \begin{pmatrix} h_1 \\ \tan(\sigma_1) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} {}^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_n &= {}^n \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_n \quad {}^{n-1} \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix}_n \quad {}^{n-1} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{n-1} \quad {}^{n-2} \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix}_{n-1} \\ &\quad \dots \quad {}^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_1 \end{aligned}$$

$A B C D$ - Matrix einer Abbildungsfolge

Transformierte Schreibweise

$${}^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_n = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_n \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{n-1} \cdots \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_1 = \prod_{i=1}^n \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_i$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_i = \begin{cases} {}^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_1 & i = 1 \\ i \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_i \quad i^{-1} \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix}_i & 1 < i \leq n \end{cases}$$

Allgemeine Gesetzmäßigkeiten

$$\det^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_n = \det^i \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_i = \det^{i-1} \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix}_i = \det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_i = 1$$

Kardinalelemente aus der $ABCD$ -Matrix

$$a_{1F} = -\frac{D}{C} \quad a_{1H} = \frac{(1 - D)}{C} \quad f = -\frac{1}{C}$$

$$a_{nF'} = \frac{A}{C} \quad a_{nH'} = \frac{(A - 1)}{C} \quad f' = \frac{1}{C}$$

$$a_{1K} = \frac{(1 - D)}{C} = a_{1F} + f'$$

$$a_{nK'} = \frac{(A - 1)}{C} = a_{nF'} + f$$

Berechnung kollinearer Größen aus der $ABCD$ - Matrix

Abbildungsgleichung aus der $ABCD$ -Matrix

$$a_1 = \frac{D a_n' - B}{-C a_n' + A} \quad a_n' = \frac{A a_1 + B}{C a_1 + D}$$

Kollineare Verhältnisgrößen aus der $ABCD$ -Matrix

$$\alpha' = \frac{da_n'}{da_1} = \frac{1}{(C a_1 + D)^2} = (-C a_n' + A)^2$$

$$\beta' = \frac{x_n'}{x_1} = \frac{y_n'}{y_1} = \frac{1}{(C a_1 + D)} = -C a_n' + A$$

$$\gamma' = \frac{\tan(\sigma_n)}{\tan(\sigma_1)} = C a_1 + D = \frac{1}{(-C a_n' + A)}$$

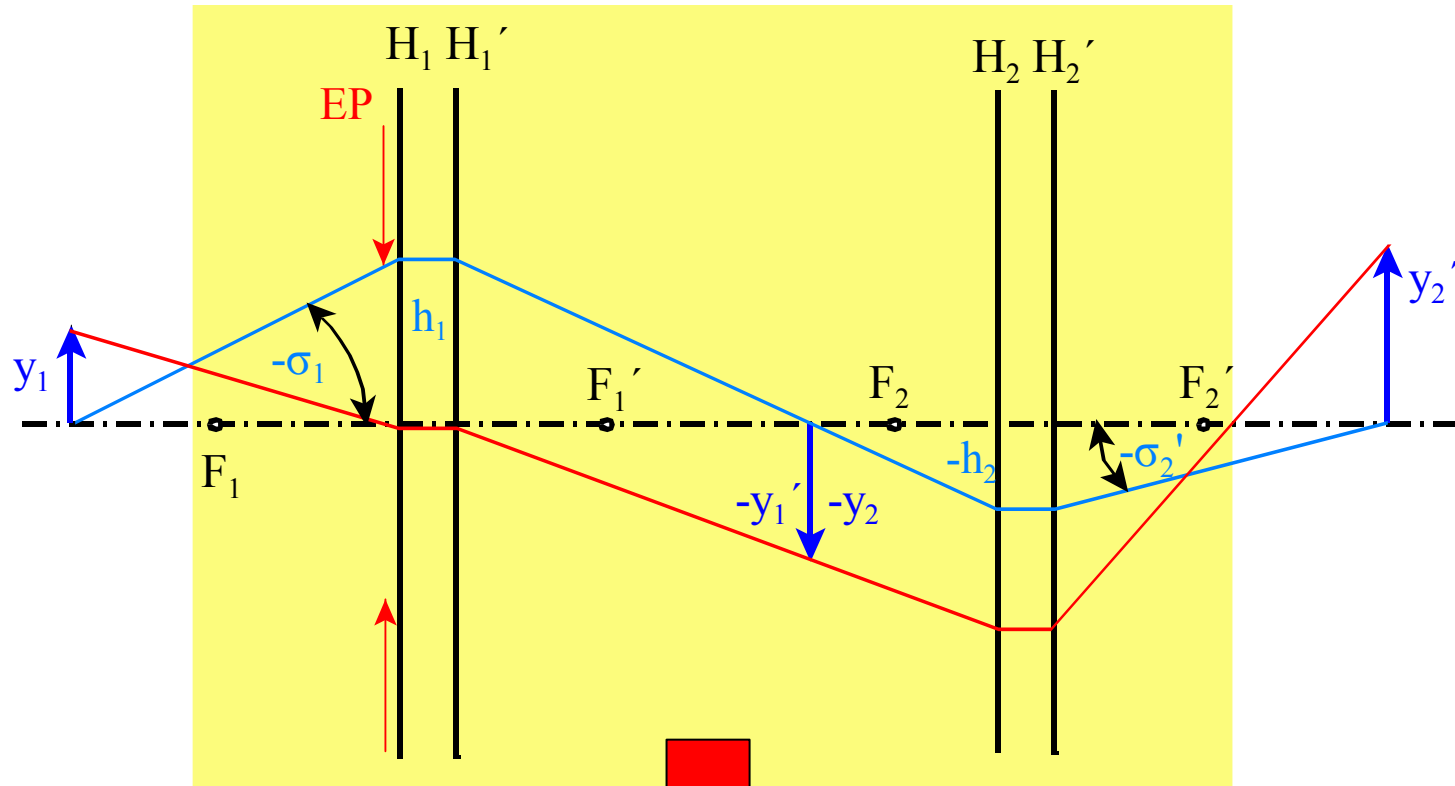
$$\beta' \gamma' = 1$$

$$\alpha' \gamma' = \beta'$$

$$A D - B C = 1$$

Analytisches Beispiel ($n_1 = n_n$):

1. Fokale 2-stufige kollineare Abbildung



$$\begin{pmatrix} h_2 \\ \tan \sigma_2' \end{pmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_2 \end{matrix} \times \begin{pmatrix} h_1 \\ \tan \sigma_1 \end{pmatrix}$$

Vorteil: Einmalige Berechnung der Abbildungsmatrix

Berechnung der Abbildungsmatrix für die zweistufige fokale Abbildung

$${}^1(M_A(h, \sigma))_2 = {}^2(M_A(h, \sigma))_2 \times {}^1(M_{\ddot{U}}(h, \sigma))_2 \times {}^1(M_A(h, \sigma))_1$$

$${}^1\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f_2'} & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -e_1' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f_1'} & 1 \end{pmatrix}$$

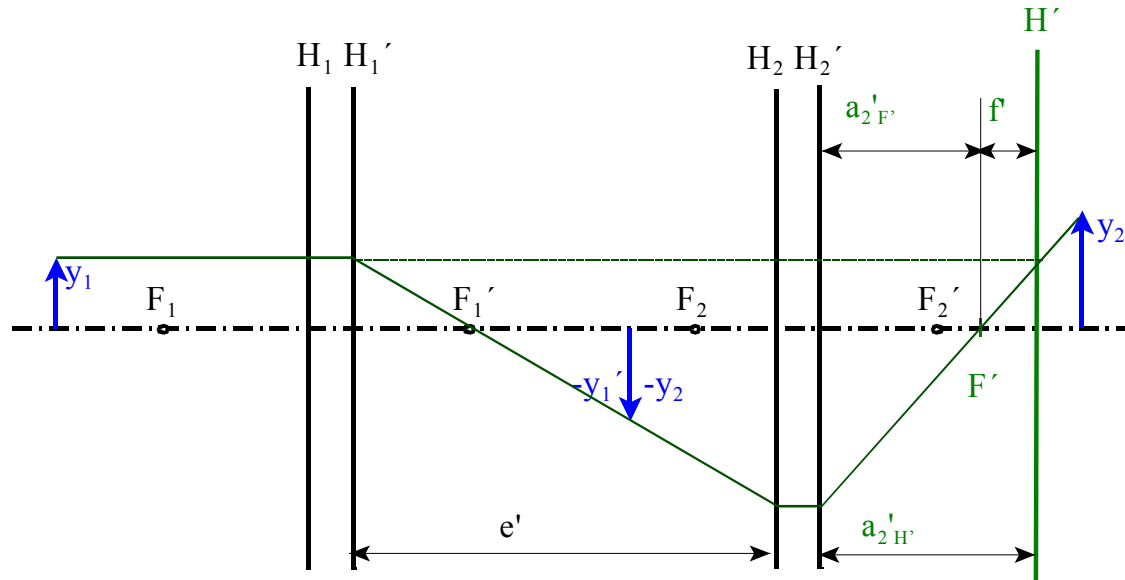
$$= \begin{pmatrix} 1 - \frac{e_1'}{f_1'} & -e_1' \\ -\frac{e_1' - f_1' - f_2'}{f_1' f_2'} & 1 - \frac{e_1'}{f_2'} \end{pmatrix}$$

Analog für die Berechnung der Bildhöhe:

$${}^1(M_A(y, \sigma_p))_2 = {}^2(M_A(y, \sigma_p))_2 \times {}^1(M_{\ddot{U}}(y, \sigma_p))_2 \times {}^1(M_A(y, \sigma_p))_1$$

$$= \begin{pmatrix} \beta_1' \beta_2' & 0 \\ \frac{\beta_1' \beta_2' f_1' + f_2'}{f_1' f_2' \beta_2'} & \frac{1}{\beta_1' \beta_2'} \end{pmatrix}$$

Aus der $ABCD$ -Matrix für das zweistufige System berechenbare Größen



$$f' = -f = -\frac{f_1' f_2'}{e_1' - f_1' - f_2'}$$

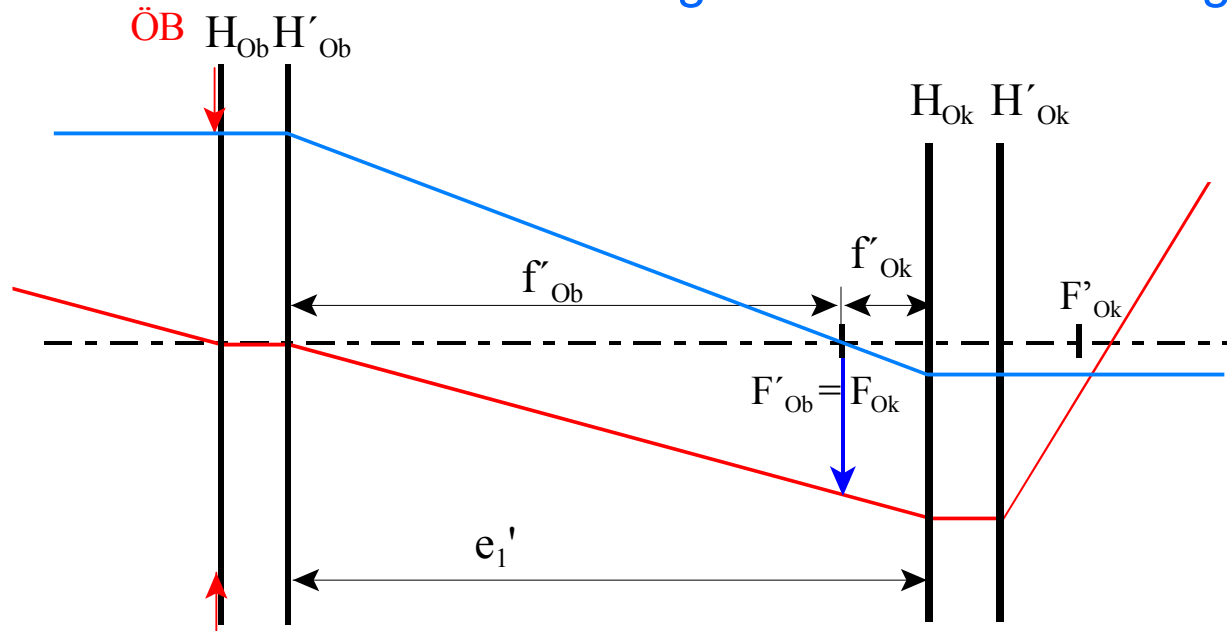
$$a_{1H} = -\frac{e_1' f_1'}{(e_1' - f_1' - f_2')} \quad a_{2H'} = \frac{e_1' f_2'}{(e_1' - f_1' - f_2')}$$

$$a_2' = \frac{f_2' (a_1 (e_1' - f_1') + e_1' f_1')}{a_1 (e_1' - f_1' - f_2') + f_1' (e_1' - f_2')}$$

$$\beta' = -\frac{f_1' f_2'}{a_1 (e_1' - f_1' - f_2') + f_1' (e_1' - f_2')}$$

Analytisches Beispiel ($n_1 = n_n'$):

2. Afokale 2-stufige kollineare Abbildung



$${}^1 \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f'_2} & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -(f'_1 + f'_2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f'_1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{f'_2}{f'_1} & -(f'_1 + f'_2) \\ 0 & -\frac{f'_1}{f'_2} \end{pmatrix}$$

$$f' = -f = \pm\infty$$

$$\beta' = -\frac{f'_2}{f'_1}$$

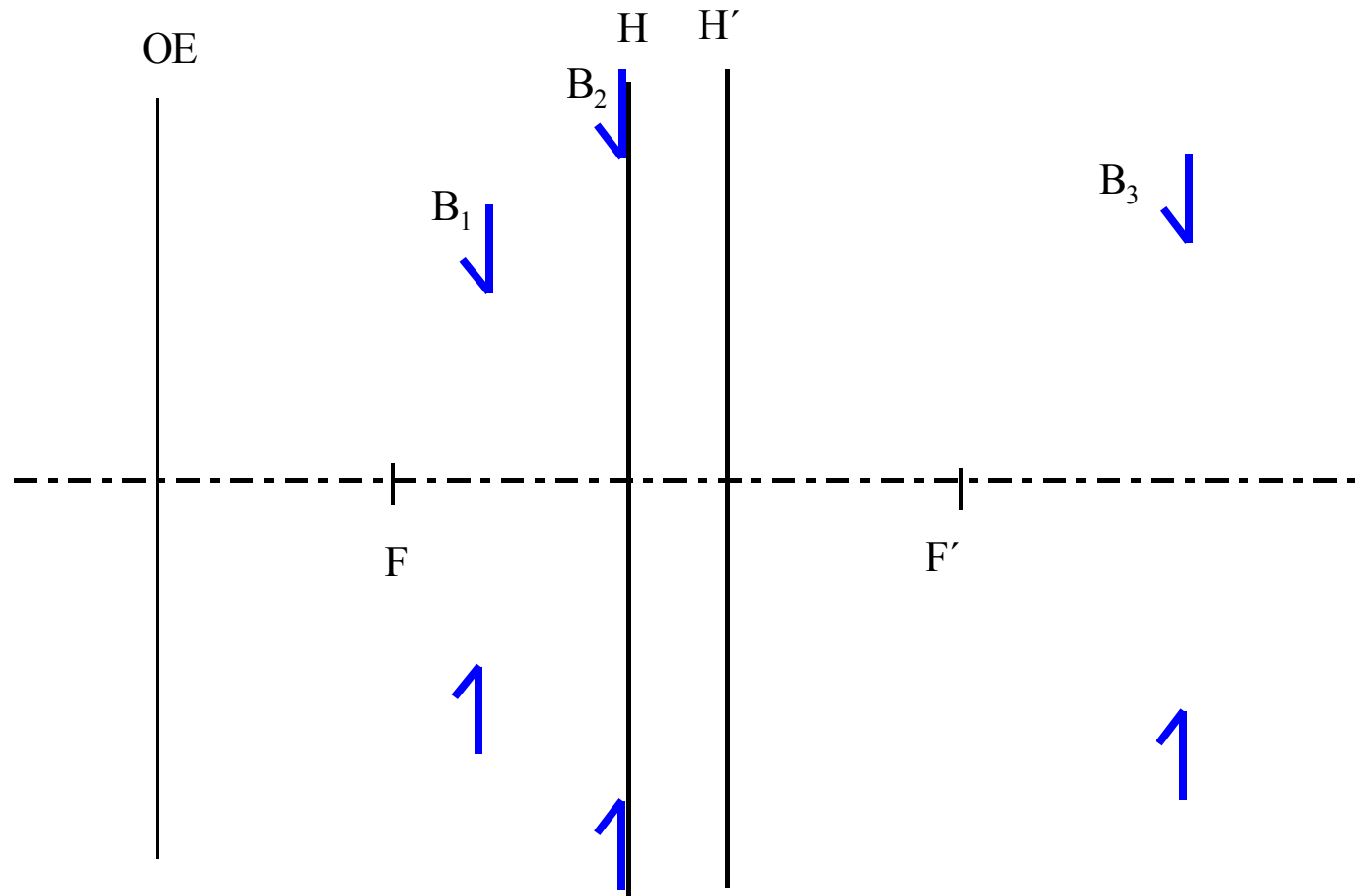
$$\gamma' = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

Ende der 2. Vorlesung

Übungsaufgaben zur
Blendenbestimmung für Quereinsteiger
oder zur Wiederholung

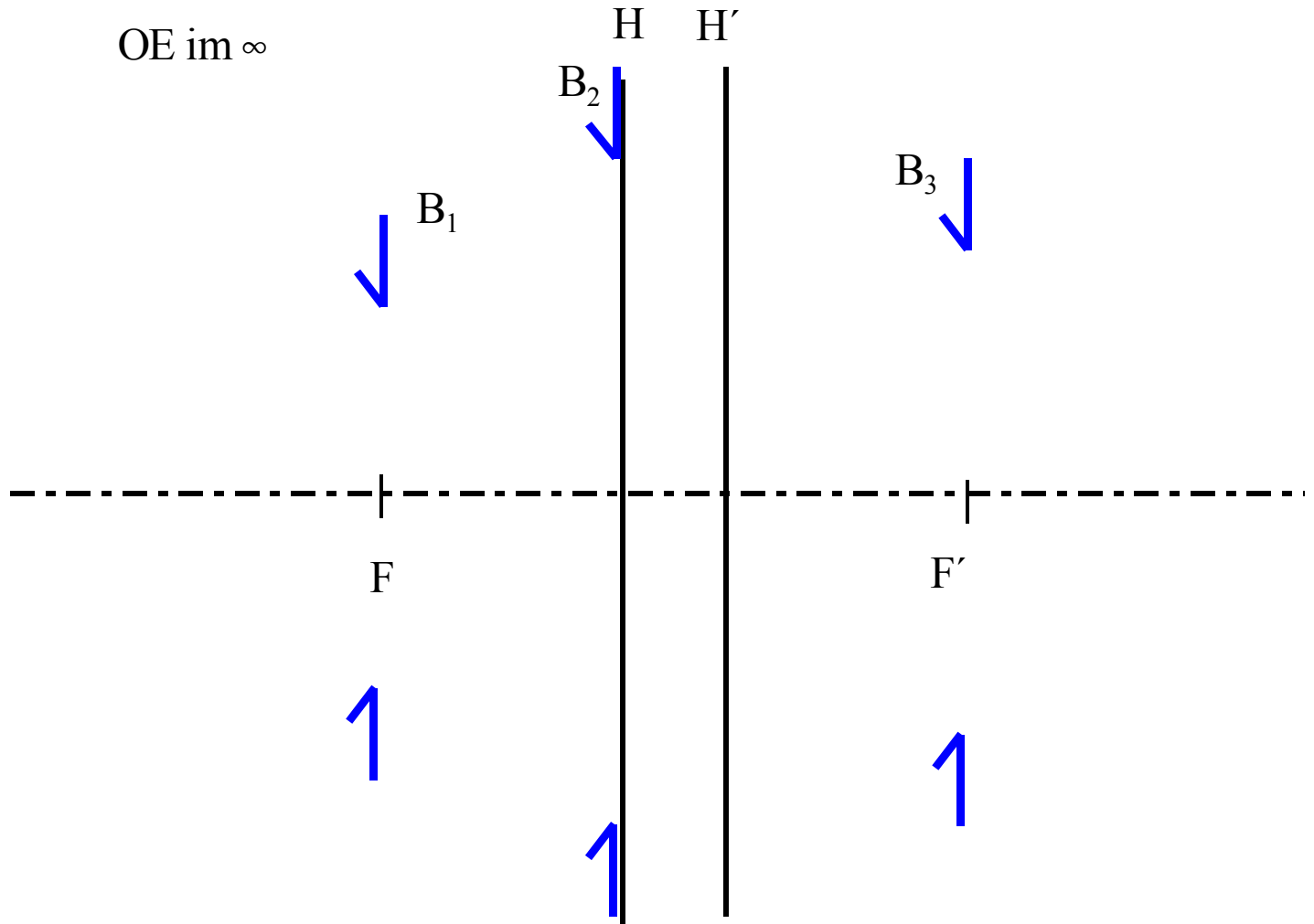
5. Blendenbestimmungsaufgaben

1.



Blendenbestimmung

2.



Blendenbestimmung

3.

