Synthese und Bewertung optischer Systeme

Inhalte der Lehrveranstaltung

1. Theorie der Abbildung
2. Geometrische Strahldurchrechnung und Aberrationen
3. Wellenmodell
4. Analytische Bildfehlertheorie

   Anwendungsbeispiele: Einzellinse und Einzellspiegel
5. Optikdesign mit ZEMAX
6. Systematik des Entwurfs optischer Systeme
   1. Grundsätzliche Einteilung der Vorgehensweise
   2. Klassifizierung optischer Systeme
   3. Startstufen der analytischen Synthese
7. Beispiele der Synthese einfacher Optiken

1. Grundsätzliche Einteilung der Vorgehensweise

Vorstufen der Synthese

- Anforderungsplan (z.B. Öffnung, Feld, Auflösung)
- Paraxiale Dimensionierung
- Auswahl des Typs (z.B. Gliedanzahl, Linsen, Spiegel)
- Vorauswahl der Werkstoffe
- Auswahl der Flächentypen (sphärisch, asphärisch,…)

Startstufen der Synthese

Analytischer Ansatz oder Empirischer Ansatz

Korrekturstufen der Synthese (Nichtlineare Optimierung)

Endstufen der Synthese

Toleranzrechnung
Montage- und Testrichtlinien
Bau eines Versuchsmusters
Abbildungsteste

Startstufen der analytischen Synthese

Analytischer Ansatz

Basis: Analytische Bild - und Farbfehlertheorie

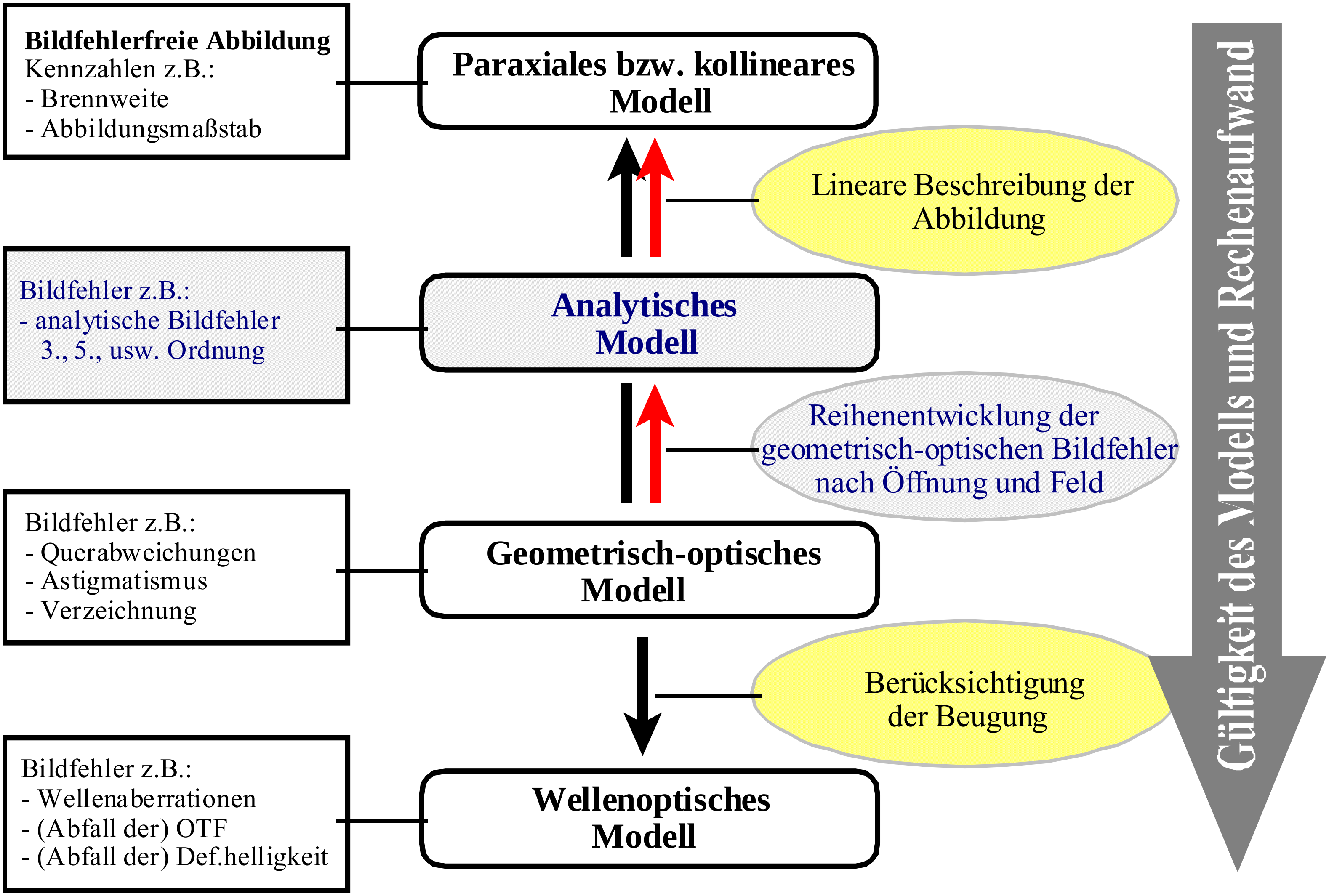
- Ansatz
- Vorrechnung
- Dickeneinfühng

Empirischer Ansatz

Basis: Erfahrungen Publikationen und Archive

- Auswahl eines Vorbildes und/oder
- Ausnutzen spezieller Eigenschaften von Linsen bzw. Spiegeln

Analytisches Modell



Startstufen (für dünne Linsen, d. h. $d \to 0$)

1. Ansatz: Berechnung der Brechkräfte und Auswahl der Gläser für dünne Linsen

(Analytische Farbfehlertheorie)

2. Vorrechnung: Berechnung der Radien und anderer Daten (Abstände)

3. Dickeneinführung

(Analytische Bildfehlertheorie)

Strukturelle Kategorien optischer Systeme

- Simplet, Dublet, ... Multiplet (Bild 1)
- Abstrakt und für konkrete Optiken oft nicht mehr erkennbar, aber nützlich für den **analytischen Ansatz** einer Optik!!

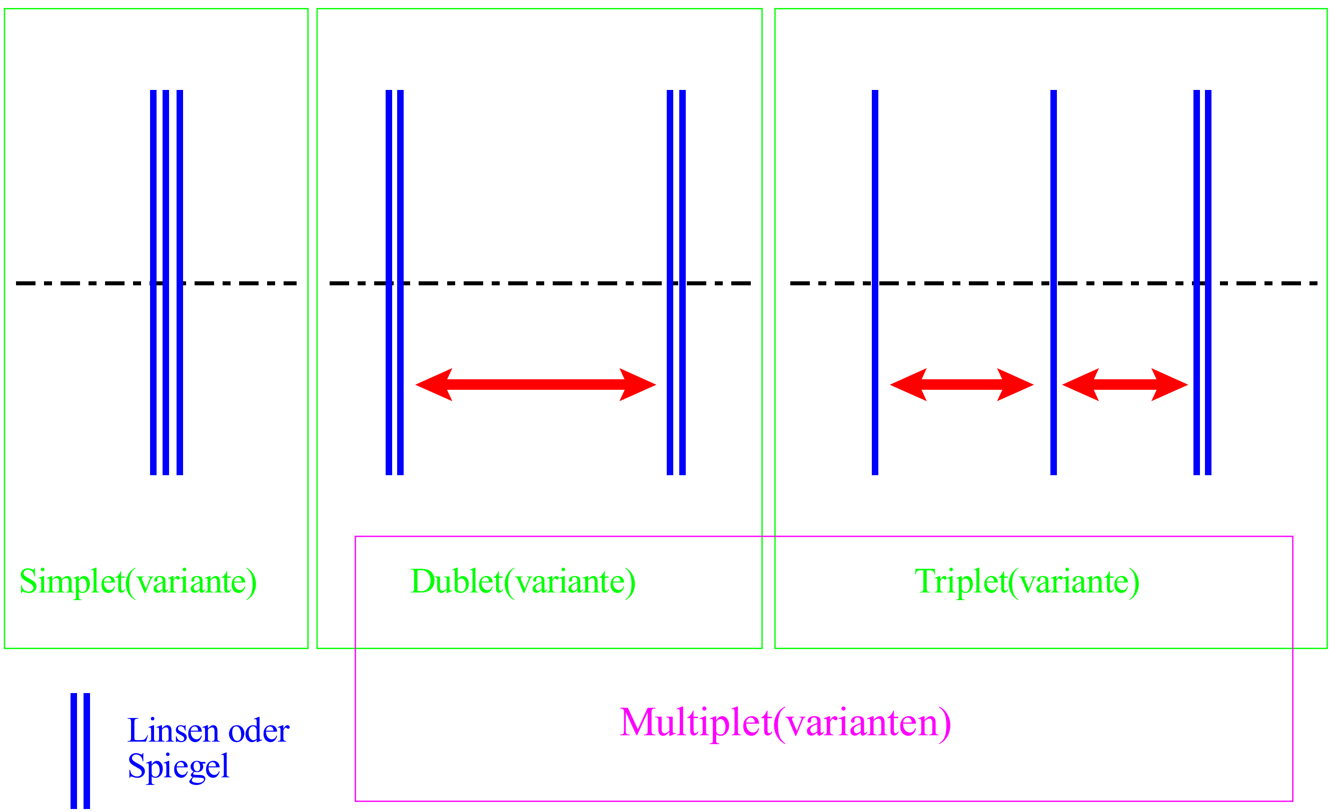


Bild 1

Ansatz von Simpletvarianten

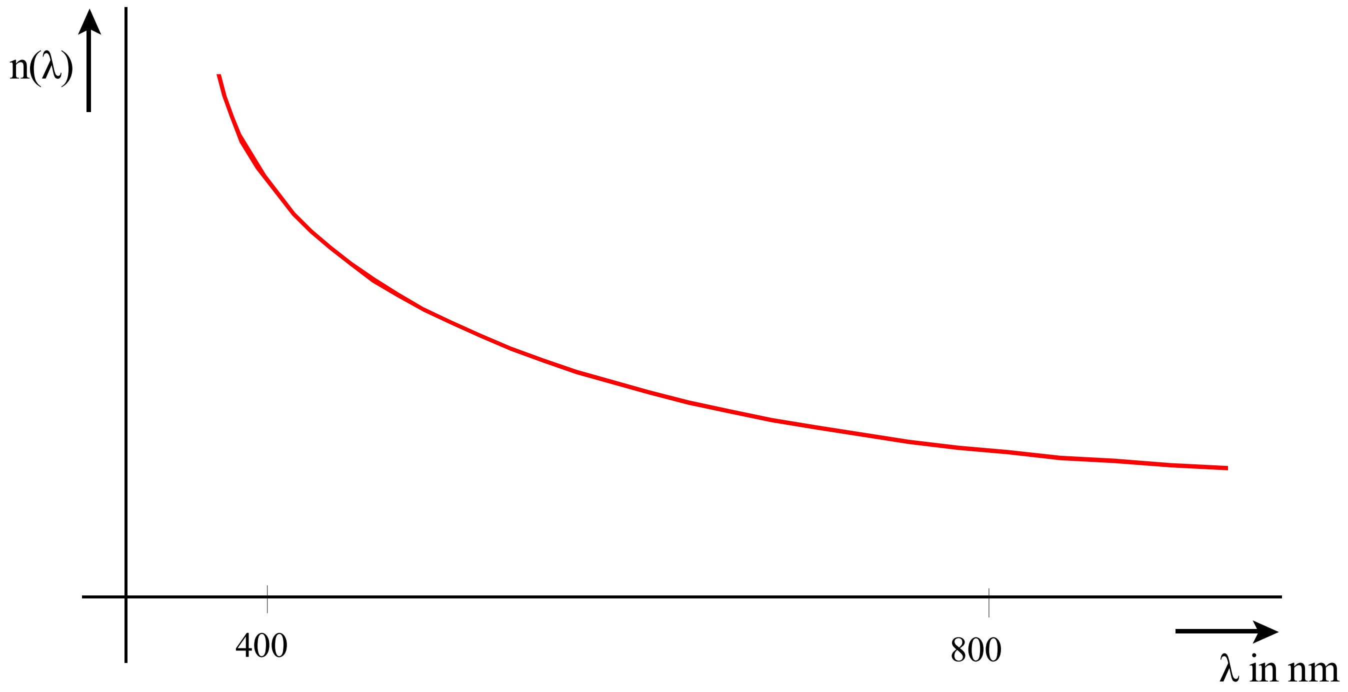
1. Berechnung der Brechkräfte über die sogenannten „Ansatzbedingungen“

2. Glasauswahl

Ziel: Farbfehlerkorrektur
(„Analytische Farbfehlertheorie“)

Zur analytischen Farbfehlertheorie

Farbfehlerursache: Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl



Dispersionsverhalten im sichtbaren Spektralbereich

Kennzeichnung optischer Gläser

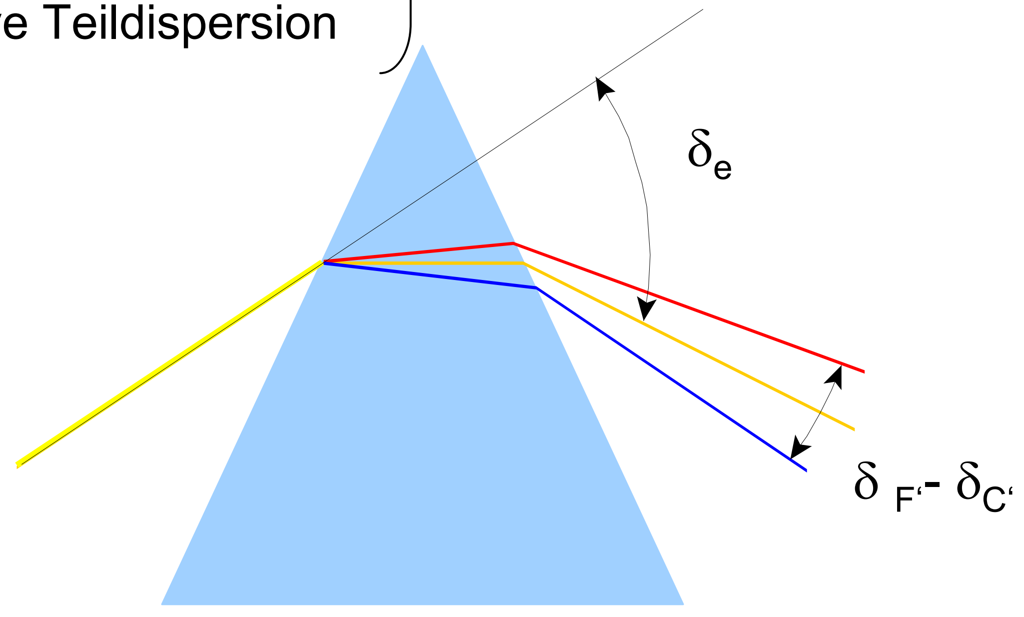
n_e oder n_d — Hauptbrechzahl

$n_{F'} - n_{C'}$ oder $n_F - n_C$ — Dispersion

$$\nu_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}$$ — Abbe‘sche Zahl

$$P_{\lambda_1,\lambda_2} = \frac{n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}}{n_{F'} - n_{C'}}$$ — Relative Teildispersion

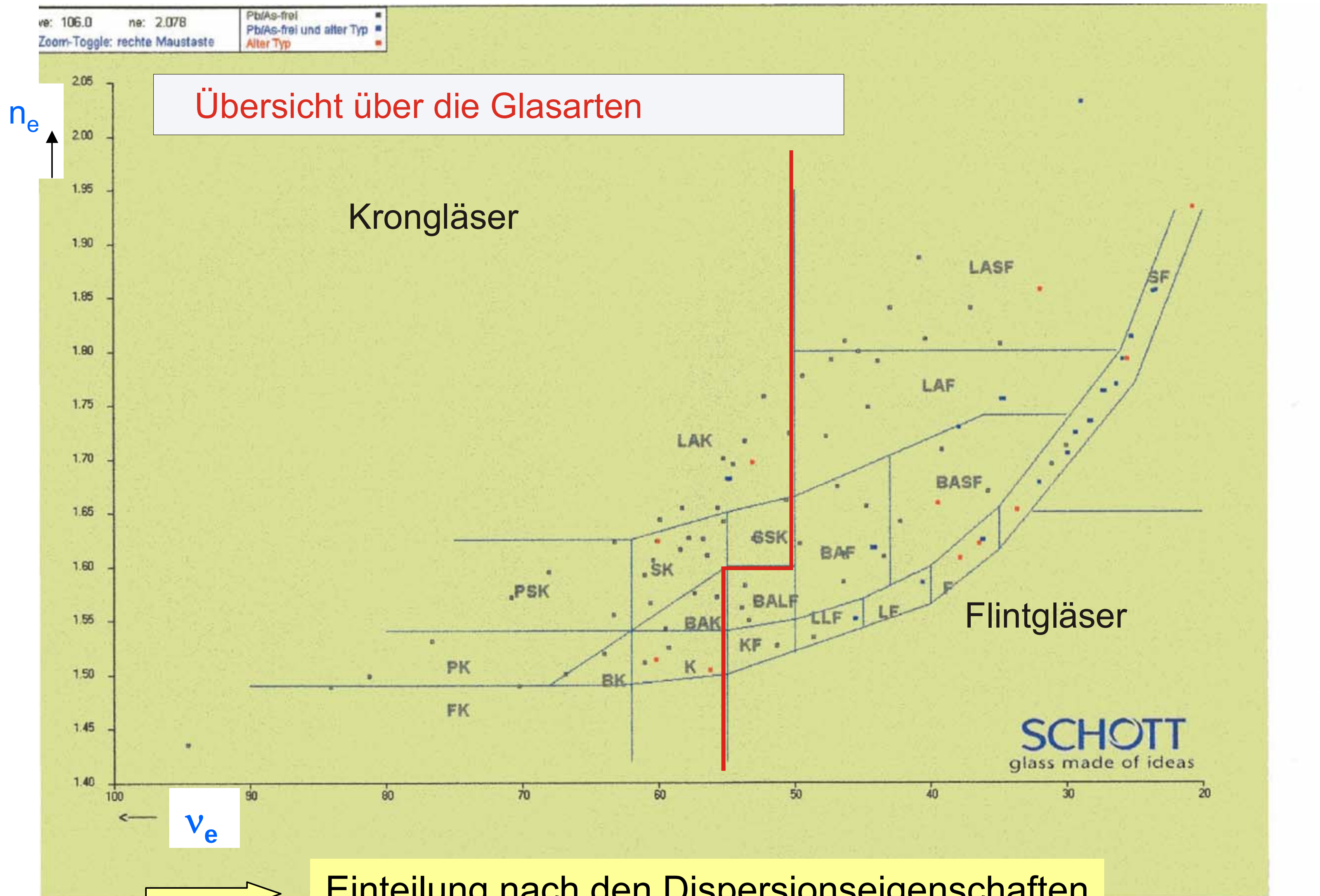
(12)



Spektrallinien als Wellenlängennormale

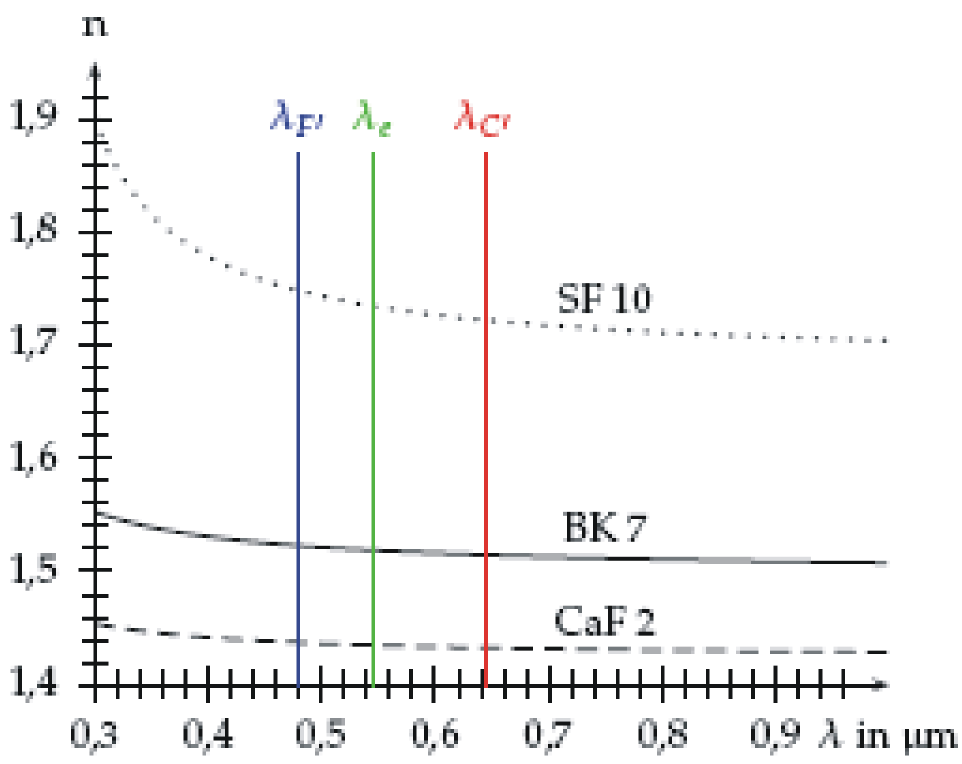
Symbol (Index)	Wellenlänge / nm	Element	Spektralbereich (Farbe)
t	1013,98	Hg	IR
s	852,11	Cs	IR
C	656,27	H	VIS (rot)
C´	643,85	Cd	VIS (rot)
d	587,56	He	VIS (gelb)
e	546,07	Hg	VIS (grün)
F	486,13	H	VIS (blau)
F´	479,99	Cd	VIS (blau)
g	435,83	Hg	VIS (blau)
h	404,66	Hg	VIS (violett)
i	365,01	Hg	UV

n - ν Diagramm für optische Gläser



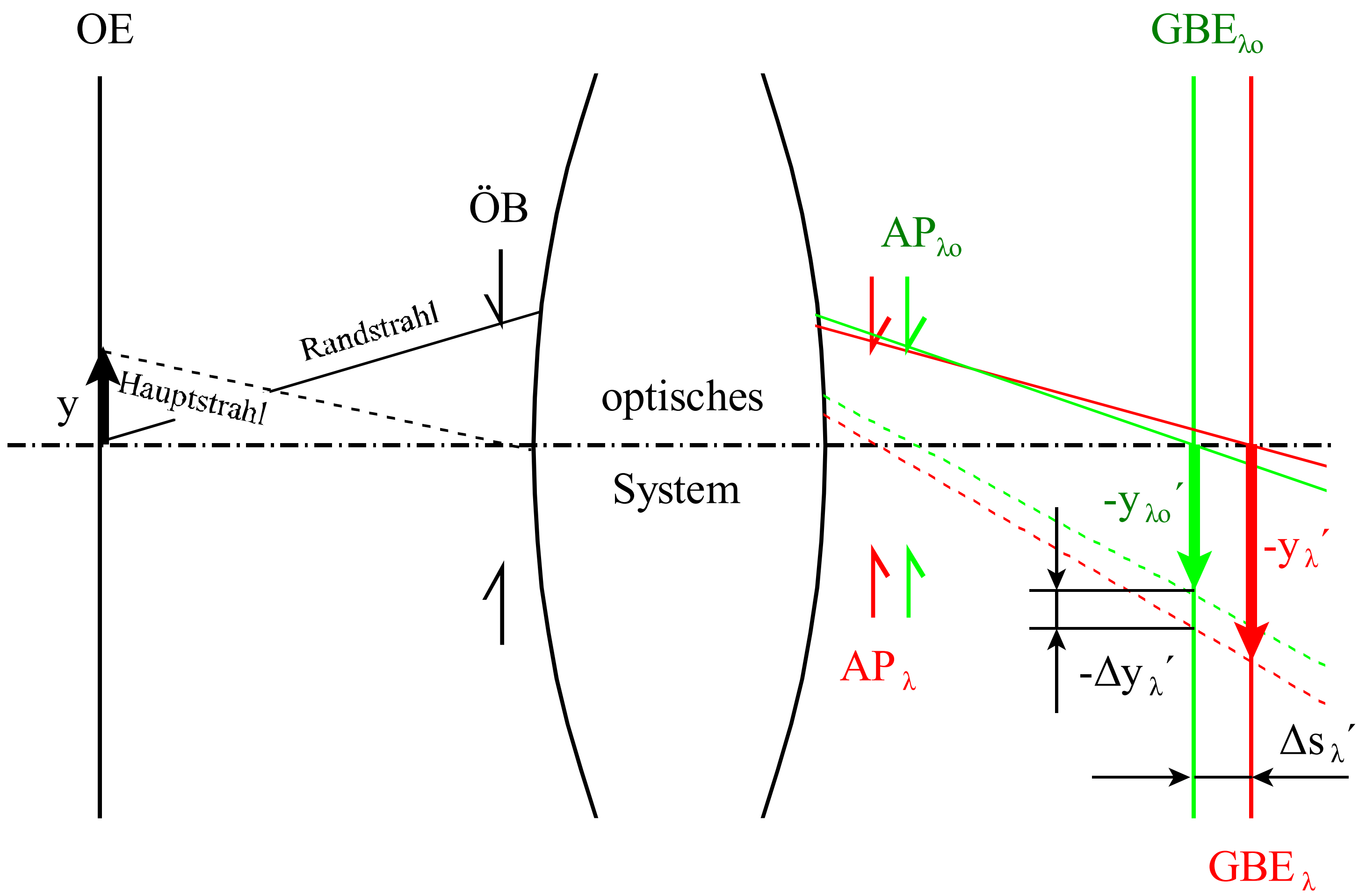
Einteilung nach den Dispersionseigenschaften

Dispersionsverhalten ausgewählter optischer Materialien



Die paraxialen Farbfehler

Unterscheidung von 2 Farbfehlern:



Farblängs- und Farbquerfehler

- Farblängsfehler:

$$\Delta s'_\lambda = -\frac{s_n'^2}{n_n'\omega_n^2}\sum_{k=1}^{n} L_k$$

Flächenteilkoeffizient des Farblängsfehlers:

$$L_k = \omega_k^2 Q_k \left(\frac{\Delta n_k'}{n_k'} - \frac{\Delta n_k}{n_k} \right) = \omega_k^2 Q_k \delta \left(\frac{\Delta n}{n} \right)_k$$

k= 1……n	Flächennummer des optischen Systems
Δn_k, $\Delta n'_k$	Dispersionen
n_k, n_k'	Brechzahl der Bezugswellenlänge
$\omega_k = h_k/h_1$	Höhenverhältnis
Q_k	Abbesche Invariante
s'_n	bildseitige Schnittweite

$\left.\begin{matrix}\omega_k \\ Q_k \\ s'_n\end{matrix}\right\}$ für die Bezugswellenlänge berechnet

Größe des Farblängsfehlers von der Dispersion abhängig, die eingesetzt wird!

Für: $\Delta s'_{F'e}$

$$\Delta n_k = (n_{F'} - n_e)_k$$

$$\Delta n'_k = (n'_{F'} - n'_e)_k$$

Farblängs- und Farbquerfehler

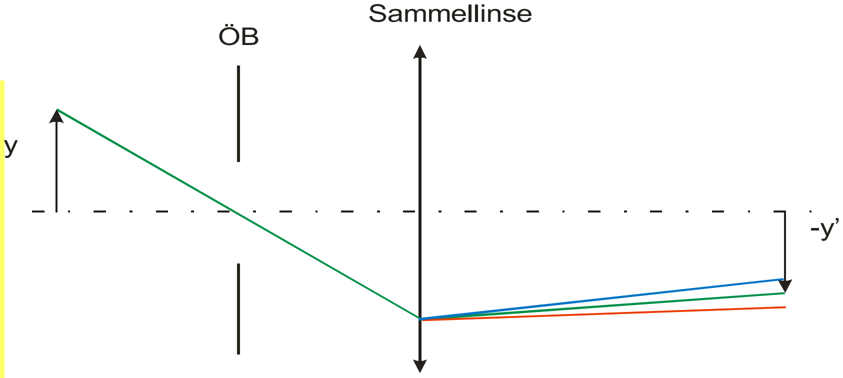
- **Farbquerfehler:**
  (Farbfehler des Hauptstrahls)

$$\Delta y'_\lambda = -y_n' \sum_{k=1}^{n} H_k$$

Flächenteilkoeffizient des Farblängsfehlers:

$$H_k = c_1 \omega_k \omega_{pk} Q_{pk} \left(\frac{\Delta n_k'}{n_k'} - \frac{\Delta n_k}{n_k} \right) = c_1 \omega_k \omega_{pk} Q_{pk} \delta \left(\frac{\Delta n}{n} \right)_k$$

$$\text{mit}: \quad c_1 = \frac{1}{n_1} \frac{s_1 \, s_{p1}}{s_{p1} - s_1}$$



k= 1……n	Flächennummer des optischen Systems	
n_k, n_k‘	Brechzahl der Bezugswellenlänge	
ω_{pk}	Höhenverhältnis(Pupillenabbildung)	für die Bezugswellenlänge berechnet
Q_{pk}	Abbesche Invariante (Pupillenabbildung)	
y'_n	paraxiale Bildhöhe	

$\Delta y_n{}'_{F'C'}$ ⇨

$$\Delta n_k = (n_{F'} - n_{C'})_k$$

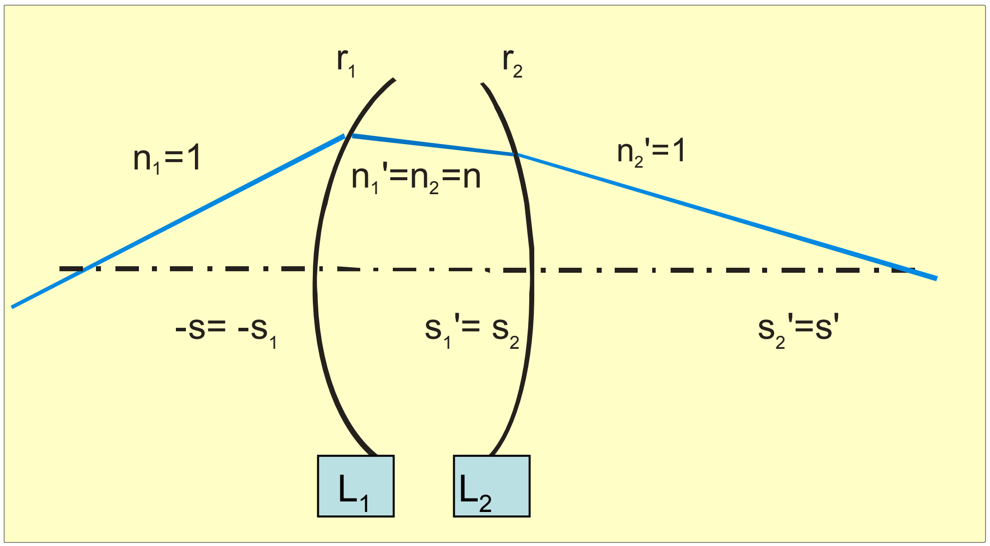
$$\Delta n'_k = (n'_{F'} - n'_{C'})_k$$

Flächenteil- → Linsenteilkoeffizient

$$L_k = \omega_k^2 Q_k \delta\left(\frac{\Delta n}{n}\right)_k$$

Linsenteilkoeffizient = Summe der **Flächenteilkoeffizienten**

Modell: dünne Einzellinse d→ 0, s = a, s' = a'



$$Q_1 = \frac{1}{s} - \frac{1}{r_1} = n\left(\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$Q_2 = \frac{1}{s'} - \frac{1}{r_2} = n\left(\frac{1}{s_2} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$F' = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\omega_1 = \frac{h_1}{h_0} = 1, \quad \omega_2 = \frac{h_2}{h_1} = 1$$

$$L = L_1 + L_2 = \omega^2 \frac{F'}{\nu} = \frac{F'}{\nu}$$

$$L_i = L_k + L_{k+1} = \omega_i^{\,2} \frac{F_i'}{\nu_i}$$

→ allgemein für die i-te Linse

Farbfehler in Abhängigkeit von den Linsenteilkoeffizienten

- Farblängsfehler:

$$\Delta s'_\lambda = -\frac{s_l'^2}{\omega_l^2}\sum_{i=1}^{l} L_i$$

mit:

$$L_i = \omega_i^{\,2} \frac{F_i'}{\nu_i}$$

i= 1….l Linsennummer des optischen Systems

analog:

- Farbquerfehler:

$$\Delta y'_\lambda = -y'_l \sum_{i=1}^{l} H_i$$

mit:

$$H_i = c_1 \omega_i \omega_{pi} \frac{F_i'}{\nu_i}$$

Zur Farbfehlertheorie

Für wie viele Wellenlängen muss ein optisches System korrigiert werden, damit es (im paraxialen Gebiet) vollkommen farbfehlerfrei ist?

Formel zur Berechnung der Brechzahl

Herzbergersche Dispersionsformel

$$n(\lambda) = B_0 + B_1\lambda^2 + \frac{B_2}{\lambda^2 - \lambda_0^{\ 2}} + \frac{B_3}{\left(\lambda^2 - \lambda_0^{\ 2}\right)^2} \qquad (1)$$

λ	Wellenlänge
λ_0	Empirischer Zahlenwert
B_0, B_1, B_2, B_3	Glaskonstanten

Von Herzberger aufgestellter Ansatz, der den analytischen Zugang zur Beantwortung der Frage schafft:

$$n(\lambda) = a_1(\lambda)n_1 + a_2(\lambda)n_2 + a_3(\lambda)n_3 + a_4(\lambda)n_4 \qquad (2)$$

$$\text{mit:} \quad a_1(\lambda) + a_2(\lambda) + a_3(\lambda) + a_4(\lambda) = 1$$

$a_i(\lambda)$ = universelle Funktionen, die allgemein gelten, d.h. nicht an bestimmte Glasdaten gebunden

Polychromatische Korrektion

$$\text{mit:}\quad \nu(\lambda)=\frac{n_3-1}{n_3-n(\lambda)}\quad \text{folgt nach Division von (2) mit } n_3-1:$$

(3)

$$\frac{1}{\nu}(\lambda)=a_1(\lambda)\frac{1}{\nu_1}+a_2(\lambda)\frac{1}{\nu_2}+\quad a_4(\lambda)\frac{1}{\nu_4}$$

Aus der Gleichung (3) folgt, dass ein Glas mit 4 Brechzahlen bzw. mit 3 Abbeschen Zahlen eindeutig bestimmt ist.

Dabei spielt es keine Rolle, welche konkreten Wellenlängen den Brechzahlen n_1 bis n_4 zugeordnet werden.
(Üblich: $n_1 = n_{i2}$, $n_2 = n_{C'}$, $n_3 = n_{F'}$, $n_4 = n_{i1}$)
[Synthese optischer Systeme in ausgewählte Ergänzungen von Dr. Richter]

Ein Polychromat wird expliziet für 4 Wellenlängen (Farben)korrigiert.

Das Ergebnis der Rechnung ist eine im Voraus unbestimmte Anzahl von $\geq$4 Wellenlängen.

Ansatzformeln für dünne Linsen

1. Maßstabsbedingung (Brechkraftsumme)

(Ausschließen „optisch“ unsinniger Lösungen $F'_i=0$)

$$\sum_i \omega_{i(|s|=\infty)} F_i^{'} = F'$$

„Ansatzbedingungen“ für dünne Linsen

2. Dichromasiebedingung
$$\sum_i \omega_i^2 \frac{F'_i}{\nu_i} = 0$$

3. Trichromasiebedingung
$$\sum_i \omega_i^2 \frac{P_i F'_i}{\nu_i} = 0\,; \mathrm{mit:} \quad P_i = \frac{n_{F'} - n_{i1}}{n_{F'} - n_{C'}}$$

4. Polychromasiebedingung
$$\sum_i \omega_i^2 \frac{\overline{P}_i F'_i}{\nu_i} = 0\,; \mathrm{mit:} \quad \overline{P}_i = \frac{n_{F'} - n_{i2}}{n_{F'} - n_{C'}}$$

5. Dichromasiebedingung des Hauptstrahls
$$\sum_i \omega_i \omega_{pi} \frac{F'_i}{\nu_i} = 0$$

6. Trichromasiebedingung des Hauptstrahls
$$\sum_i \omega_i \omega_{pi} \frac{P_i F'_i}{\nu_i} = 0$$

7. Polychromasiebedingung des Hauptstrahls
$$\sum_i \omega_i \omega_{pi} \frac{\overline{P}_i F'_i}{\nu_i} = 0$$

8. Petzvalbedingung
$$\sum_i \frac{F'_i}{n_i} = 0$$

9. Berek‘sche Ansatzbedingung
der Verzeichnung
$$\sum_i \omega_{pi} F'_i = 0$$

9.Bedingung =

Vorüberlegung zum strukturellen Ansatz

Berek‘sche Ansatzbedingung der Verzeichnung

- Paraxiale Forderung, hat nicht direkt etwas mit den Abbildungsfehlern zu tun
- Erleichtert die Korrektion der Verzeichnung durch Gewährleistung einer Symmetrie in der Geometrie eines optischen Systems

$$0 = \sum_{i}^{n} \omega_{pi} \sum_{j}^{\ln} F_{ij}'$$

$$\omega_{pn} = \frac{s_{pn}'}{s_{p1}}$$

Gegeben:

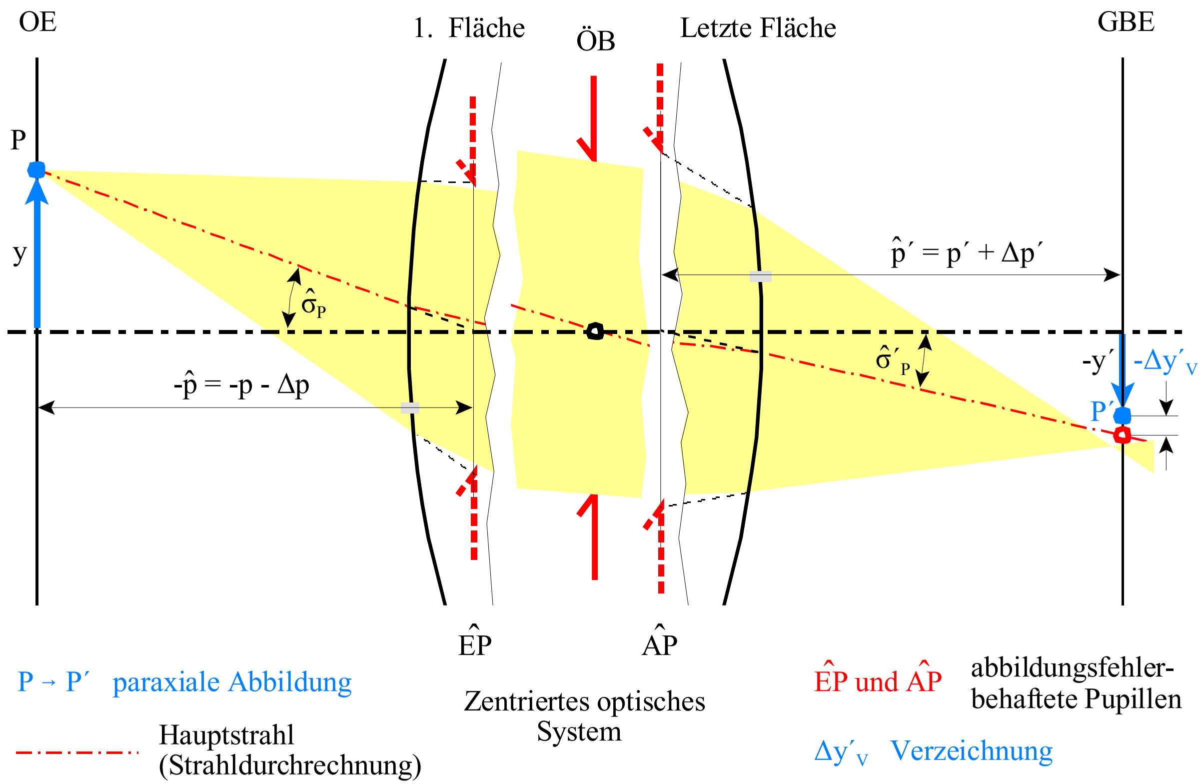
System mit:

⇨ n Gliedern mit je

⇨ In dünnen in Luft stehenden Linsen

Symmetrische Blendenlage

Welche Rolle spielt die symmetrische Blendenlage für die Verzeichnung??



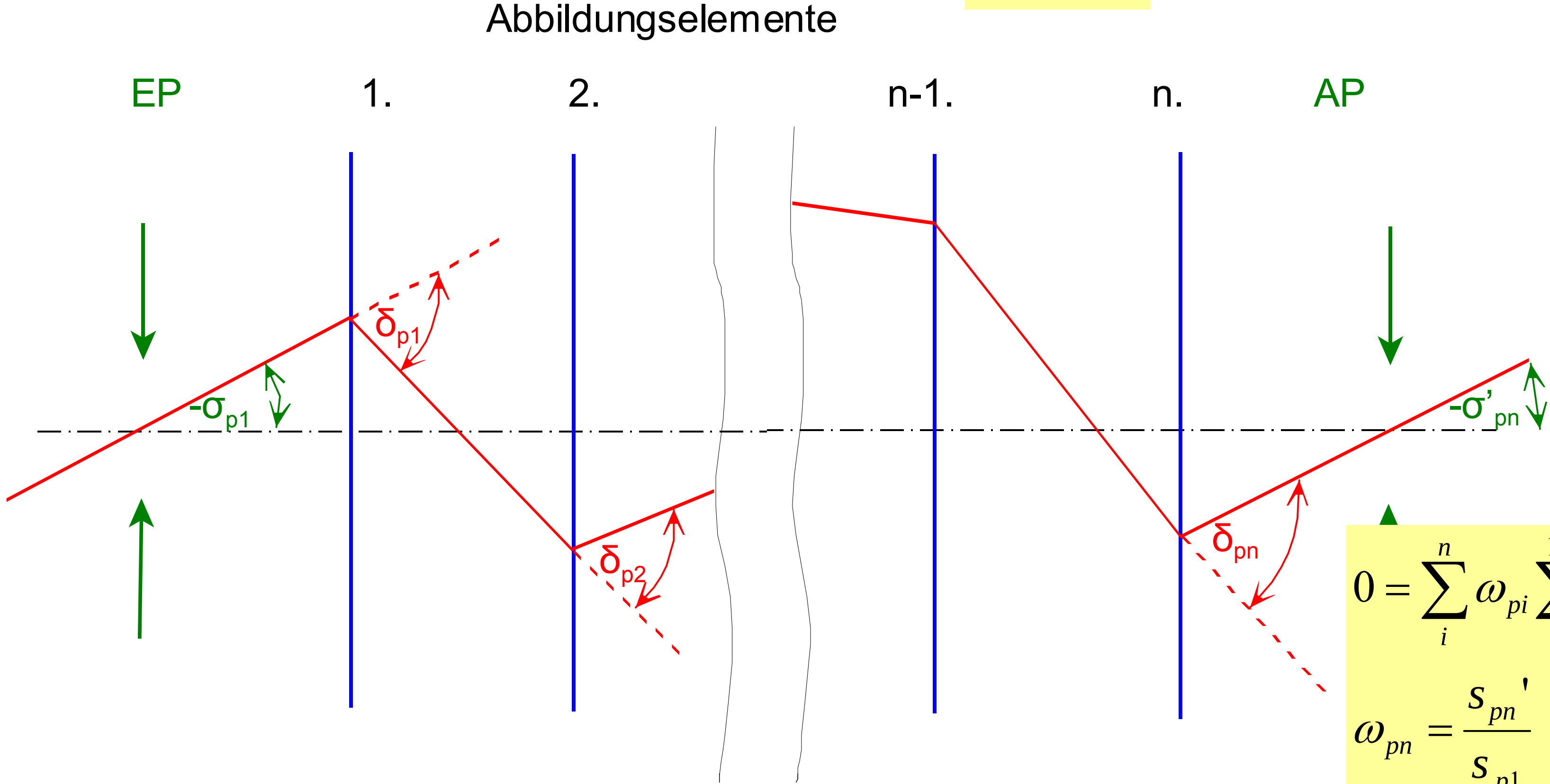
Zur Entstehung der Verzeichnung

Zur Herleitung der Berek'schen Ansatzbedingung der Verzeichnung

Symmetriebedingung:

$$\sigma'_{pn} = \sigma_{p1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_{pi} = 0$$



$$0 = \sum_{i}^{n} \omega_{pi} \sum_{j}^{\ln} F_{ij}'$$

$$\omega_{pn} = \frac{s_{pn}'}{s_{p1}}$$

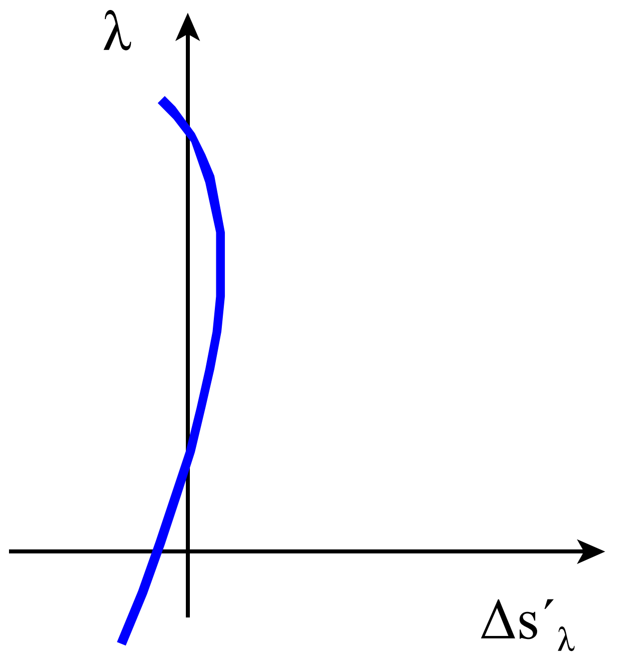
Dichromat (2-linsig)

Forderung hinsichtlich Farb(längs)fehler

Ansatzbedingungen:

$$F' = F'_1 + F'_2$$ Maßstabsbedingung **(1)**

$$0 = \frac{F'_1}{\nu_1} + \frac{F'_2}{\nu_2}$$ Dichromasiebedingung (2)



Achromat = Dichromat mit korrigiertem Öffnungsfehler und erfüllter Sinusbedingung (Komafreiheit achsnaher Punkte)

Berechnung der Brechkräfte aus den Ansatzbedingungen

$$F'_1 = \frac{1}{1 - \frac{\nu_2}{\nu_1}} F' \qquad \textbf{(1)}$$

$$F'_2 = - \frac{\frac{\nu_2}{\nu_1}}{1 - \frac{\nu_2}{\nu_1}} F' \qquad \textbf{(2)}$$

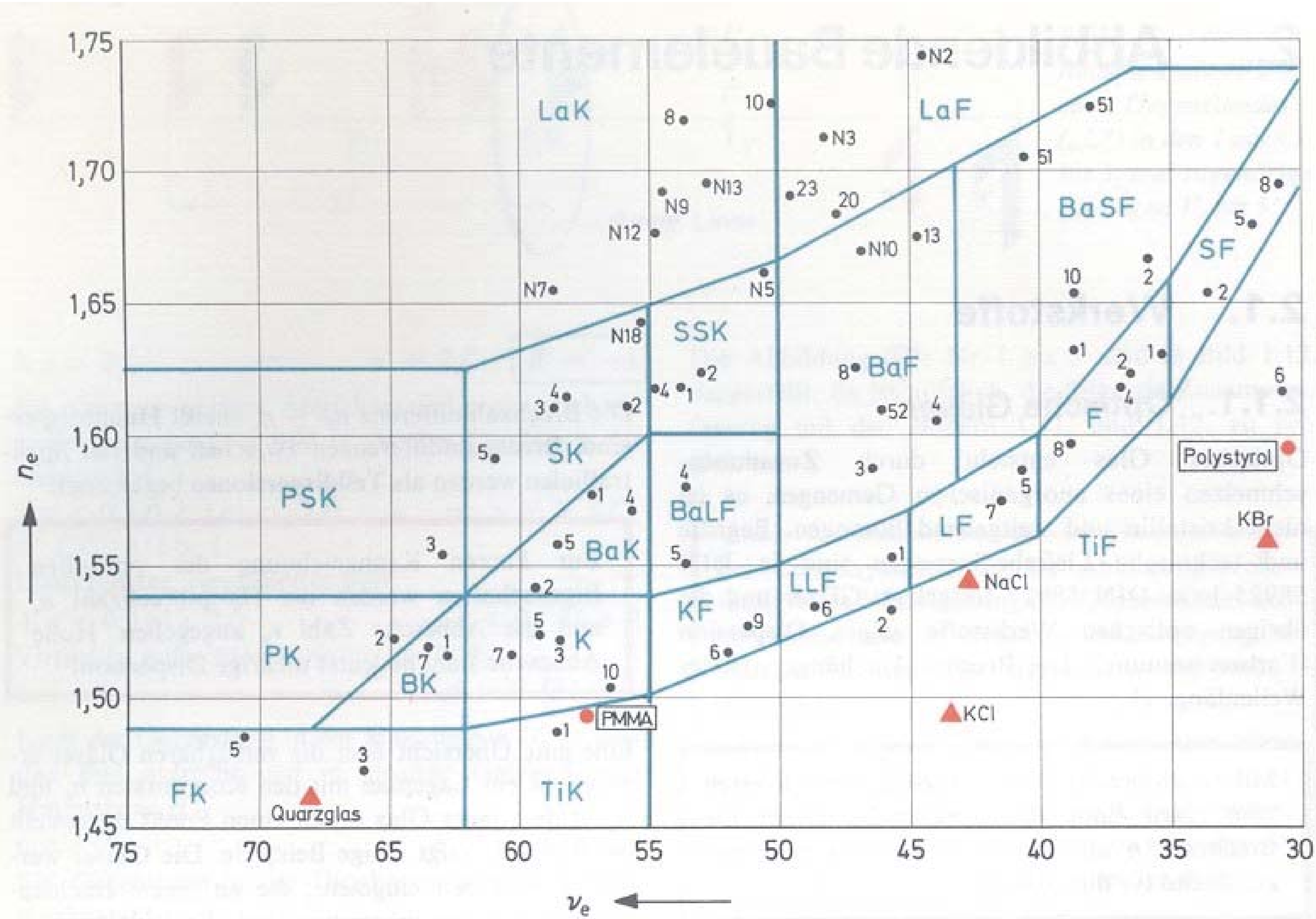
$$\frac{F'_2}{F'_1} = - \frac{\nu_2}{\nu_1} \qquad \textbf{(3)}$$

Zerstreuungslinse + Sammellinse!!

ν_i immer positiv !! ➪ “Kronglas”, “Flintglas”, Beispiel “Achromat”, usw.

Glasauswahl unproblematisch!!

Lageplan optischer Gläser



Trichromat(2linsig)

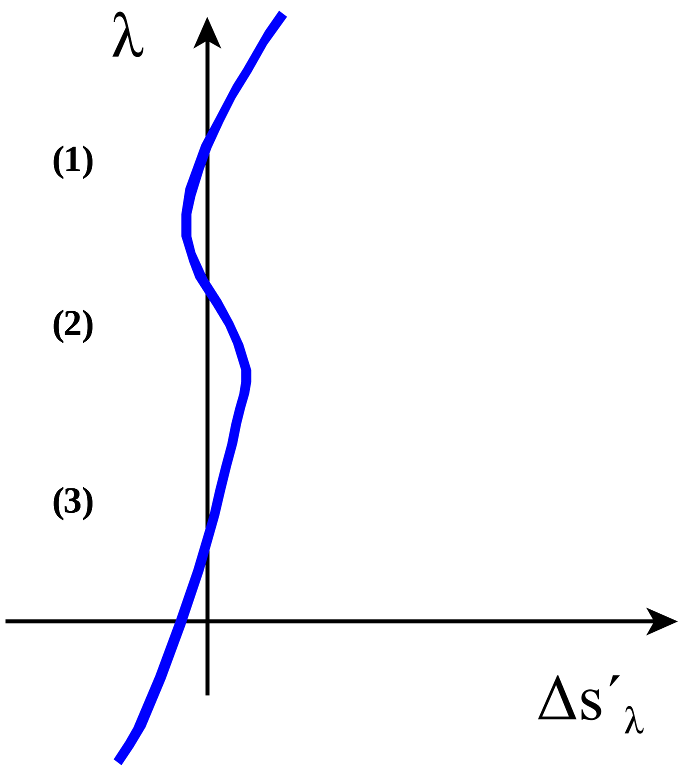
Forderung hinsichtlich Farblängsfehler:

Ansatzbedingungen:

$$F' = F'_1 + F'_2$$ Maßstabsbedingung (1)

$$0 = \frac{F'_1}{\nu_1} + \frac{F'_2}{\nu_2}$$ Dichromasiebedingung (2)

$$0 = \frac{F'_1\, P_1}{\nu_1} + \frac{F'_2\, P_2}{\nu_2}$$ Trichromasiebedingung (3)



Auflösung nach den relativen Teildispersionen

Nichttriviale Lösung der 3 Gleichungen nur dann, wenn gilt, dass die Determinante der Di- und der Trichromasiebedingung (Gln. 2 und 3) gleich Null ist. D.H., wenn beide Gleichungen linear voneinander abhängig sind!!

$$\det\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\nu_1} & \dfrac{1}{\nu_2} \\ \dfrac{P_1}{\nu_1} & \dfrac{P_2}{\nu_2} \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \text{d.h.} \quad P_1 = P_2$$

Relative Teildispersionen müssen gleich sein!!

Dann folgt wieder Dichromat!!

Glasauswahl problematisch!!

Polychromat (2linsig)

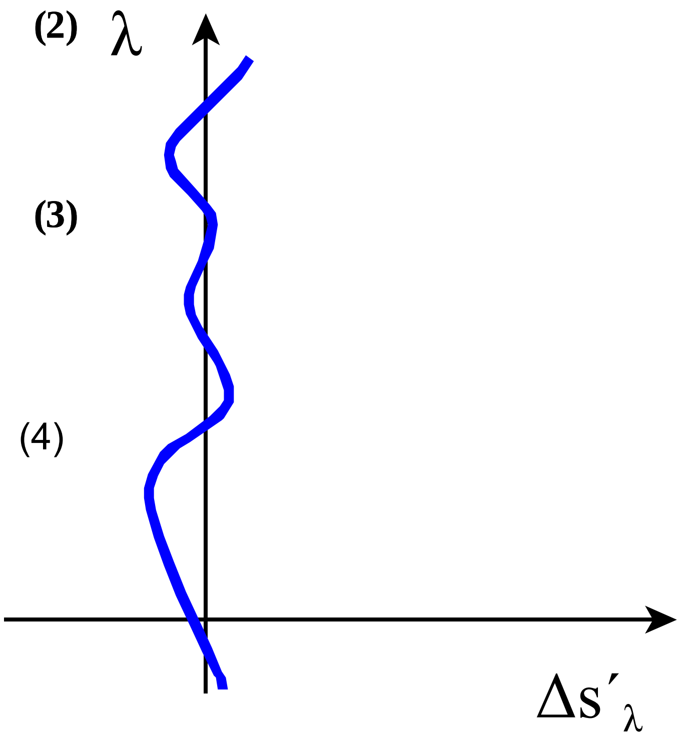
Ansatzbedingungen:

$F' = F'_1 + F'_2$ Maßstabsbedingung **(1)**

$0 = \frac{F'_1}{\nu_1} + \frac{F'_2}{\nu_2}$ Dichromasiebedingung **(2)**

$0 = \frac{F'_1 \, P_1}{\nu_1} + \frac{F'_2 \, P_2}{\nu_2}$ Trichromasiebedingung **(3)**

$$0 = \frac{F_1' \overline{P}_1}{\nu_1} + \frac{F_2' \overline{P}_2}{\nu_2}$$ Polychromasiebedingung (4)



Forderung hinsichtlich Farblängsfehler

Ableitung der Bedingungen für die Glasauswahl

Bedingungen für eine nichttriviale Lösung:

$$\det\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\nu_1} & \dfrac{1}{\nu_2} \\ \dfrac{\overline{P}_1}{\nu_1} & \dfrac{\overline{P}_2}{\nu_2} \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \text{d.h.} \quad \overline{P}_1 = \overline{P}_2$$

- Beide Gläser müssen im P-$\overline{\text{P}}$-Diagramm zusammenfallen!
- Für das Verhältnis der Abbe-Zahlen sollte gelten: $\dfrac{\nu_1}{\nu_2} \neq 1$

Und darüber hinaus:

$$\det\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\nu_1} & \dfrac{1}{\nu_2} \\ \dfrac{P_1}{\nu_1} & \dfrac{P_2}{\nu_2} \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \text{d.h.} \quad P_1 = P_2$$

Glasauswahl sehr problematisch!!!

Dichromat mit Ebnung des Bildfeldes (Anastigmat)

Forderungen hinsichtlich Farblängsfehler (Dichromat)+
Einhaltung der Petzvalbedingung!!

Ansatzbedingungen:

$$F' = F'_1 + F'_2$$ Maßstabsbedingung **(1)**

$$\frac{F'}{\nu} = \frac{F'_1}{\nu_1} + \frac{F'_2}{\nu_2}$$ Dichromasiebedingung **(2)**

$$\frac{F'}{n} = \frac{F'_1}{n_1} + \frac{F'_2}{n_2}$$ Petzvalbedingung **(3)**

F'/ν und F'/n sind symbolische Schreibweisen für zugelassene Restfehler.
D.h., „äquivalente"Linse der „äquivalenten" Brechkraft F' mit „äquivalentem"
ν und n.

Bedingungen für die Glasauswahl

Nichttriviale Lösung der 3 Gleichungen nur dann, wenn gilt Determinante der Gleichungen (1-3) ist Null.

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{\nu} & \frac{1}{\nu_1} & \frac{1}{\nu_2} \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n_1} & \frac{1}{n_2} \end{bmatrix} = 0 \qquad \textbf{(1)}$$

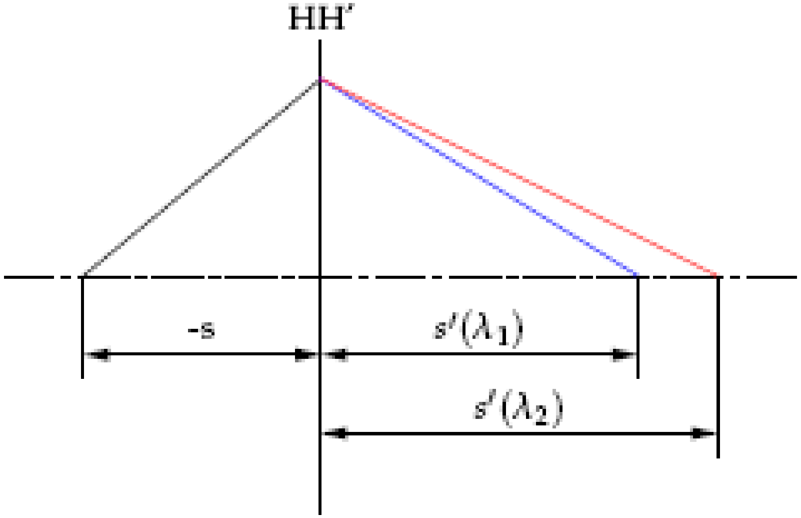
Glasauswahl sehr problematisch!!

D.h.

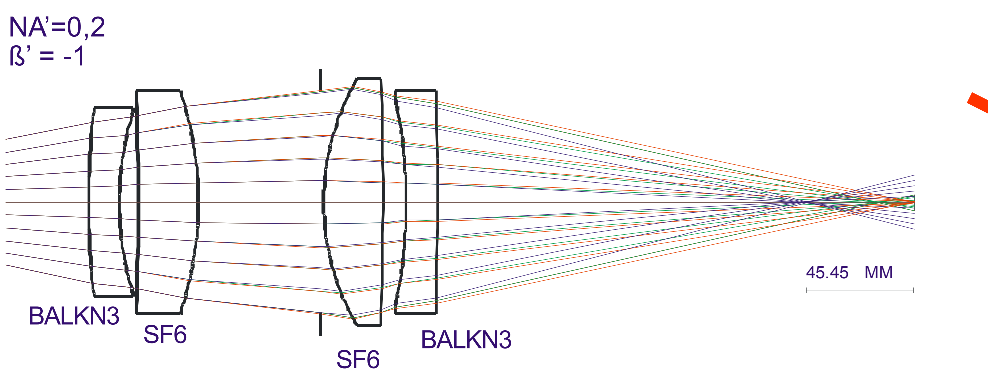
$$\frac{1}{n} = \frac{\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}}{\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2}} \frac{1}{\nu} + \frac{\frac{1}{n_2 \nu_1} - \frac{1}{n_1 \nu_2}}{\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2}} \qquad \textbf{(2)}$$

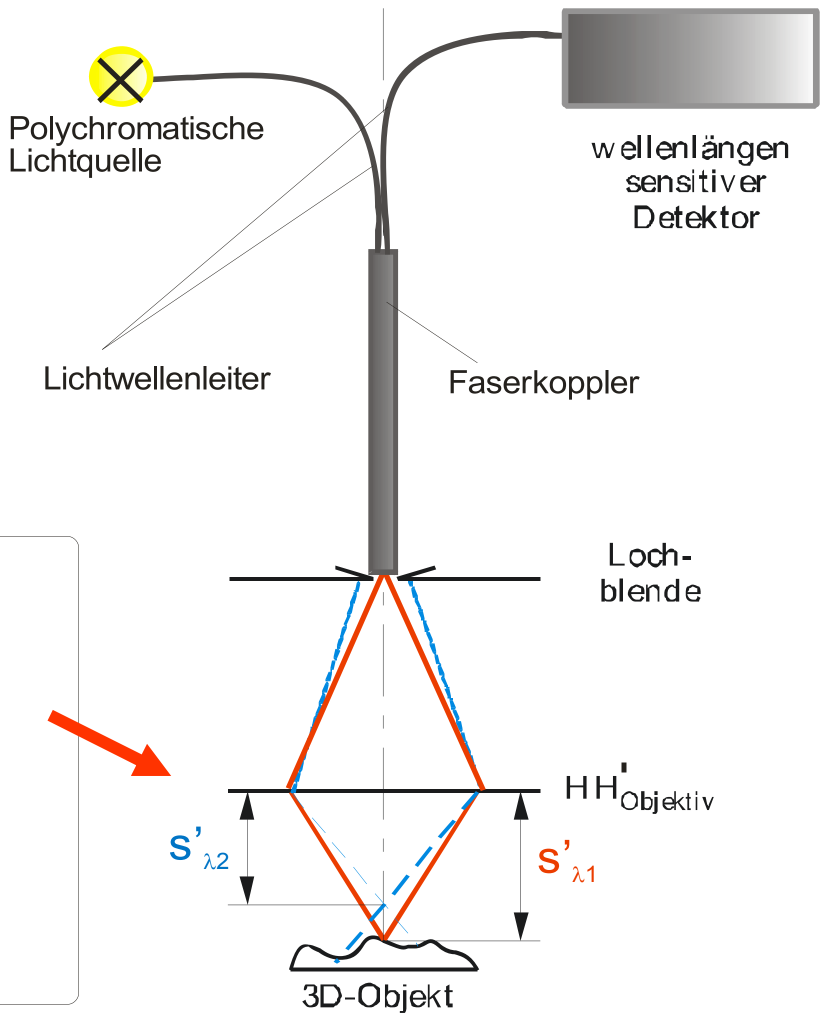
Damit müssen die beiden Gläser und das “Äquivalentglas n, ν” auf einer Geraden im 1/n - 1/ν - Diagramm liegen !!

Ausnutzung des Farblängsfehlers für die Abstandsmessung



Refraktiver Doppelhyperchromat





Vorrechnung

Ziel: Berechnung der Radien und anderer Daten (Abstände, Dicken)

Aus dem Ansatz bereits bekannt:

Struktur, Brennweiten Gläser

Grundlage:

Bildfehlertheorie dritter Ordnung