

Punktbildfunktion und Definitionshelligkeit

Carolin Rosenberger
Lucia Lorenz

Bewertung und Synthese optischer Systeme

Gliederung

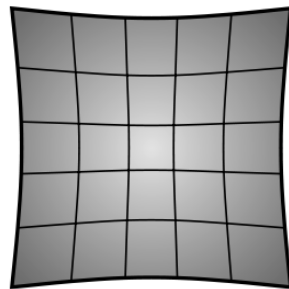
1. Einführung
2. Lineare Systeme
3. Punktbildfunktion
4. Definitionshelligkeit
5. Zusammenfassung

1. Einführung

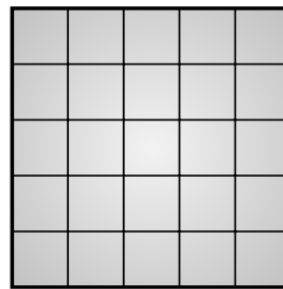
Beurteilung der Abbildungsqualität erfolgt durch:

a) Ähnlichkeit

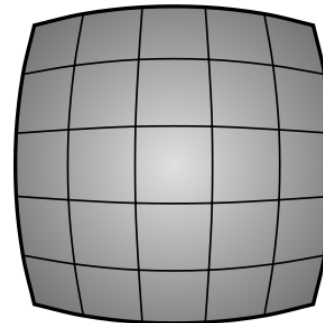
- wird durch den Verlauf des Abbildungsmaßstabs charakterisiert
- ähnliche Abbildung $\rightarrow \beta' = \text{konstant}$



kissenförmige
Verzerrung



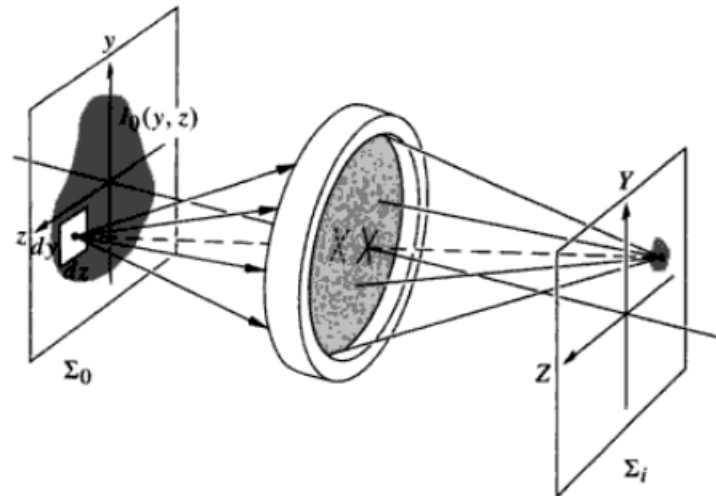
verzerrungsfreie
Abbildung



tonnenförmige
Verzerrung

b) Punktförmigkeit

- spiegelt Schärfe und Auflösung des Bildes wider
- ideales, fehlerfreies System im geometrisch-optischen Modell: Punkt in Objektebene \rightarrow Punkt in Bildebene
- reales System: Punktförmigkeit beeinträchtigt durch Beugung und Aberrationen



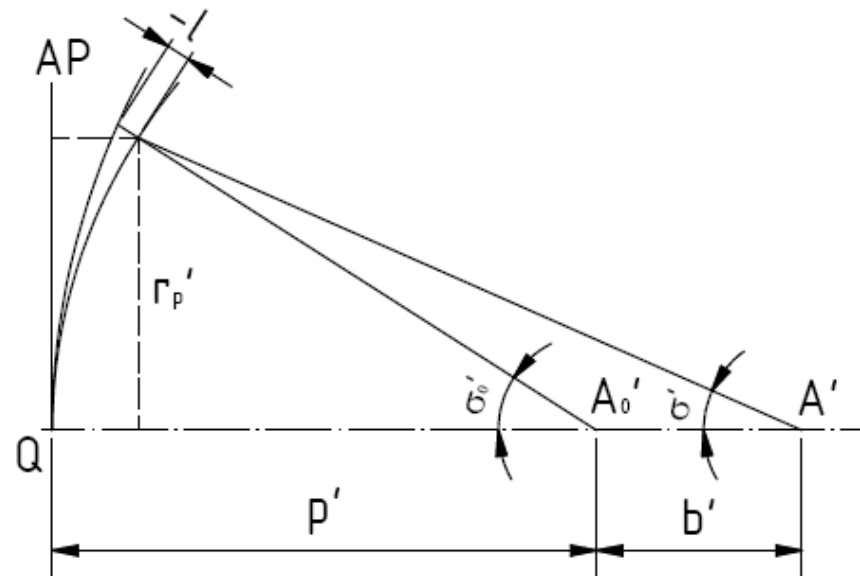
Aberrationen

Strahlaberrationen

Abweichungen der bildseitigen Strahlkoordinaten von den vorgegebenen Bezugskordinaten

Wellenaberrationen

Abweichungen der realen von der idealen, kugelförmigen, konvergenten Wellenfront



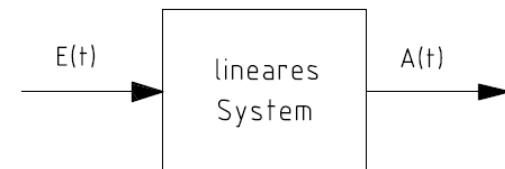
2. Lineare Systeme

a) Linearität

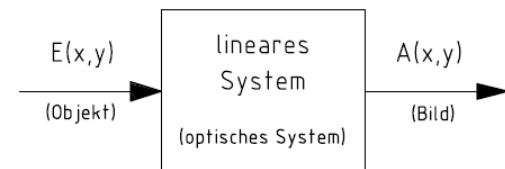
$$E(x, y) = aE_1(x, y) + bE_2(x, y) \Leftrightarrow A(x, y) = aA_1(x, y) + bA_2(x, y)$$

→ für die Optik gilt deshalb: Ein Bild kann als Überlagerung der Ausgangssignale aller Objektpunkte betrachtet werden

zeitabhängig:



ortsabhängig:



b) Stoßantwort

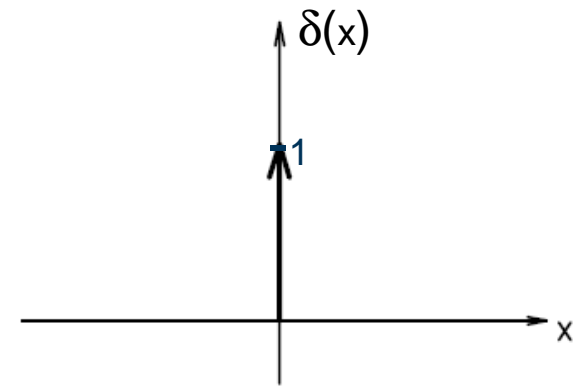
- Stoßantwort = Ausgangssignal eines Systems, an dessen Eingang ein *Diracstoß* anliegt

$$g(x) = L\{\delta(x)\}$$

- Definition des Diracstoßes:

$$\delta(x) = \lim_{B \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{B} \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{B}\right) \right\}$$

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & \text{für } x = 0 \\ 0 & \text{für } x \neq 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$



Falls dieses Signal bekannt ist, kann jede Eingangsfunktion direkt in ihre Ausgangsfunktion überführt werden.

Ausgangssignal ergibt sich aus *Faltung* des Eingangssignals mit der Stoßantwort:

$$A(x) = E(x) * g(x)$$

$$A(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x - x') \cdot g(x') dx'$$

Nachweis: für $E(x) \equiv \delta(x)$ ergibt sich:

$$A(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x') \cdot g(x') dx'$$

und aufgrund der Ausblendeigenschaft $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \right)$ des Diracstoßes folgt:

$$A(x) = g(x)$$

3. Punktbildfunktion

Die Punktbildfunktion beschreibt die Intensitätsverteilung im Bildraum bei der Abbildung eines Punktes.

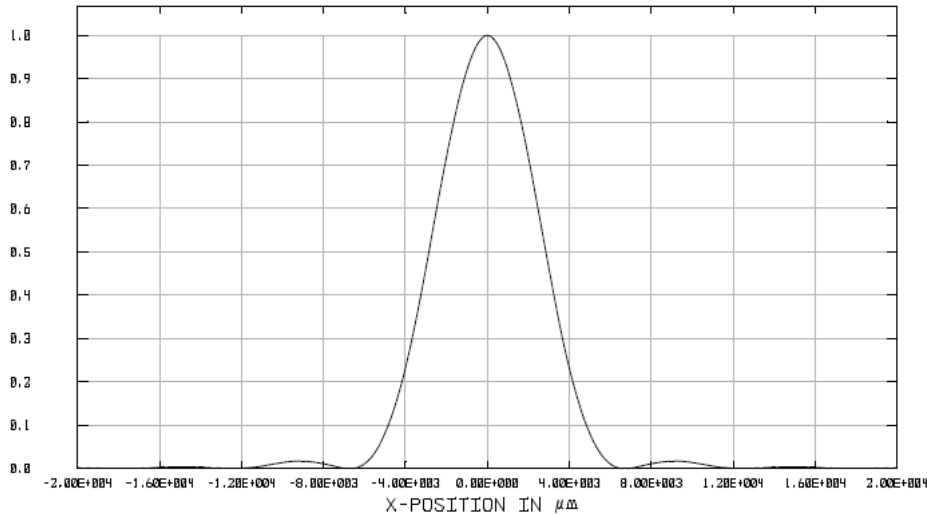
Normierung je nach Anwendung auf:

- ☒ Intensität, die bei einer punktförmigen Abbildung erreicht werden würde
- ☒ Maximalintensität der Airyverteilung
- ☒ Maximalwert der konkreten Intensitätsverteilung

allgemein:

$$G(x, y) = \frac{|a|^2}{|a_0|^2} = \frac{aa^*}{a_0 a_0^*}$$

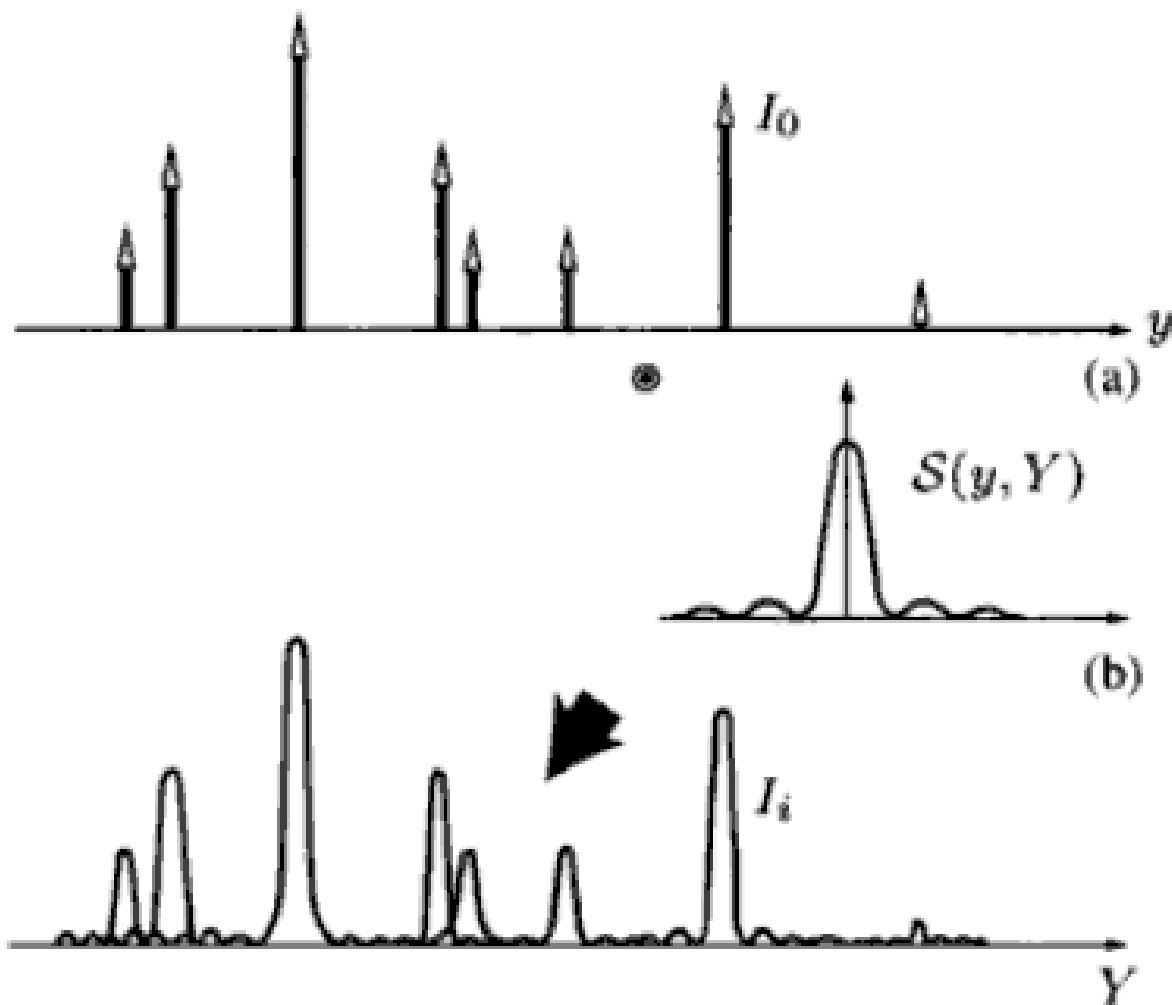
- Punktbildfunktion berücksichtigt Beugung an der Öffnungsblende und Aberrationen
- im fehlerfreien optischen System entspricht die Punktbildfunktion bei runder Öffnung der Airy-Verteilung:



- die Intensitätsverteilung in der Bildebene $I_i(x,y)$ entsteht durch zweidimensionale Faltung:

$$I_i(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I_0(x', y') \cdot G(x - x', y - y') dx' dy'$$

Beispiel:



4. Definitionshelligkeit

= Gütekriterium zur Beschreibung der Abbildungsqualität

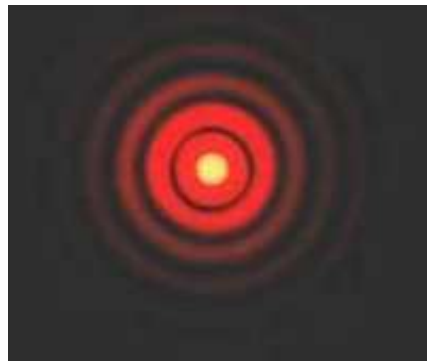
$$V = \frac{G(x', y')}{G_0(x', y')}$$

Die Definitionshelligkeit V gibt das Verhältnis der Intensität im Schwerpunkt der Punktbildfunktion einer konkreten, aberrationsbehafteten Welle G zur maximalen Intensität einer im gleichen Punkt konvergierenden Kugelwelle G_0 eines beugungsbegrenzten Systems an.

- Wertebereich: 0 bis 1
- $V = 1 \rightarrow$ ideale, rein *beugungsbegrenzte* Optik
- Rayleigh-Kriterium: $|l_{\max}| \leq \frac{\lambda}{4} \Leftrightarrow V \geq 0,8$

a) Näherungsformel für kleine Wellenaberrationen

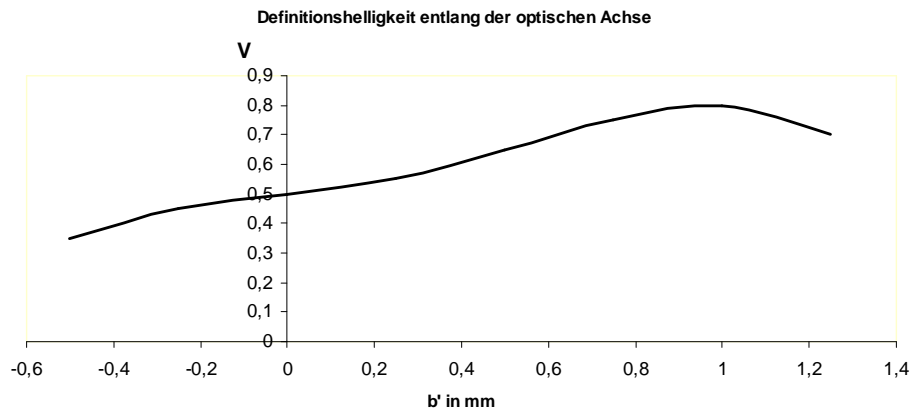
$$V = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \Delta \quad \text{mit} \quad \Delta = \langle l^2 \rangle - \langle l \rangle^2$$



b) Ort der maximalen Definitionshelligkeit

= Ort, an dem Δ minimal wird

- bei Öffnungsfehler, Astigmatismus und Bildfeldwölbung: Verschiebung des Orts der maximalen Definitionshelligkeit aus der Gaußschen Bildebene heraus
- bei Verzeichnung und Koma: Verschiebung des Orts maximaler Definitionshelligkeit innerhalb der Gaußschen Bildebene



5. Zusammenfassung

- Punktbildfunktion: Charakterisierung der Übertragungseigenschaften eines optischen Systems anhand einer Funktion, die Beugung und Aberration beinhaltet
- Definitionshelligkeit: Bewertung des optischen Systems mittels eines Gütekriteriums, das nur Abbildungsfehler des geometrisch-optischen Modells berücksichtigt
- zur ausführlicheren Bewertung Untersuchung der Abbildung ausgedehnter Objektfelder (z.B. Linienbildfunktion)

Literatur

- Haferkorn, H.: *Bewertung optischer Systeme*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1986
- Haferkorn, H.: *Optik*, Wiley-VCH, 2003
- Hecht, E.: *Optik*, Oldenbourg, 2002
- Stöbel, W.: *Fourieroptik*, Springer, 1993
- Gross, H.: Skript zur Vorlesung *Optische Systeme*, 2008

Vielen Dank für Ihre/eure
Aufmerksamkeit!