



1 Einleitung

Es existieren heutzutage viele Gründe dafür, LED vermehrt für Beleuchtungszwecke einzusetzen. Neben klassischen Argumentationen wie der Bauform und den damit einhergehenden Designmöglichkeiten und der gesteigerten Effizienz gegenüber bestimmter herkömmlichen Lampentypen, liegt ein entscheidender Vorteil in der Dynamik, welche durch eine intelligente Ansteuerung realisiert werden kann und in dieser Ausprägung noch nicht von anderen Lichtquellen erreicht wurde. Diese kann entweder verwendet werden, um noch größeres Energiesparpotential zu generieren, oder adaptive Beleuchtung zu realisieren, welche sich den sich verändernden Umgebungsumständen und Anforderungen entsprechend anpassen lässt.

Solche adaptiven Beleuchtungssysteme benötigen zu Erzielung der definierten Variabilität eine Mehrzahl an LEDs. In dem Fall, dass man sich z.B. auf dem Planckschen Kurvenzug bewegen möchte, ist ein Minimum von drei LEDs zu verwenden. Wie bereits in vielen Publikationen erwähnt, lässt sich über dieses Mischverhältnis aber keine befriedigende Farbwiedergabe erzielen, wodurch für qualitativ hochwertigere Anwendung meist vier LEDs notwendig sind.

Anwendungsbereiche dieser Mischungen liegen ganz allgemein in der dynamischen Beleuchtung, welche aber aufgrund der momentanen Preissituation bei Halbleiterlichtquellen noch kaum erschlossen ist. Weiterhin denkbar sind professionelle Anwendungen, wie z.B. bei Lichtkabinen zur Beurteilung von Drucken, die Lichttherapie, aber auch Shopbeleuchtung, welche durch die Variabilität eine neue Qualität, aber auch neue Möglichkeiten der Energieeinsparung ermöglicht.

Bei der Verwendung von z.B. vier LEDs, ist ein vorgegebener Farbort (XYZ) nicht mehr durch ein eindeutiges Mischungsverhältnis der LEDs bestimmt. Im Gegensatz zur 3-LED-Lösung hat man es hierbei mit einer mathematischen Überbestimmung zu tun, was dazu führt, dass es anstelle von einer eindeutigen Mischungslösung, quasi unendlich viele Lösungen zur Erzielung des definierten Farbortes gibt, welche metamer sind, also bei unterschiedlicher spektraler Zusammensetzung – Farbreizen – zur gleichen wahrgenommenen Farbvalenz führen. Dieses Problem wird umso komplexer, je höher die Anforderungen an die Lichtqualität sind, da diese Qualitäten meist auch nicht von 4 LEDs erzielt werden können,

sondern beispielsweise sechs und mehr LEDs benötigen, was das Problem mathematisch noch komplizierter macht.

Die Möglichkeiten liegen klar auf der Hand: mit sechs und mehr LEDs hat man ein äußerst variables Spektrum, und die Idee liegt nahe, nicht nur den Farbart zu erreichen, sondern auch andere Qualitätsparameter der Strahlung zu variieren. Bei erfüllter Hauptbedingung (Farbart erreicht) ist es denkbar, z.B. den Farbwiedergabeindex bei konstanter metamerer Lichtfarbe zu variieren, oder etwa die circadian wirksamen Strahlungsanteile einzustellen. Ein besonders wichtiger Punkt liegt auch in der Lichtausbeute, mit der eine bestimmte Mischung erzielt wird. Diese Parameter werden also als Nebenbedingungen zum Erreichen des Farbortes definiert.

2 Optimierungsaufgabe

Die Mathematische Optimierung stellt verschiedene Methoden zur Lösung von Aufgaben deren Ziel die Extremierung, d.h. Minimierung oder Maximierung, einer Funktion darstellt. Die allgemeine Form solcher Optimierungsaufgaben lautet:

$$\min_{\vec{x} \in M} f(\vec{x})$$

Dabei steht M für die zulässige Menge, die gewöhnlich in Form von Gleichungen und Ungleichungen angegeben wird. Numerische Optimierungsverfahren können dank Computerberechnung auch für sehr komplexe Probleme, die analytisch nicht oder kaum zu lösen sind, geeignet sein.

2.1 Modellierung der Problemstellung

Um Mischungsverhältnisse für überbestimmte Farbmischung mittels numerischer Optimierung zu erlangen, bedarf es zunächst der Überführung des Problems in eine entsprechende mathematische Form. Die Analyse des Problems ergibt, dass Lösungen der resultierenden Aufgabe einen vorgegebenen Farbart realisieren müssen. Über dies hinaus sollen die Lösungen maximalen Nutzen hinsichtlich weiterer Qualitätsparameter aus der Vielzahl metamerer Lösungen erreichen.

Um beide Anforderungen in einer Optimierungsaufgabe zu formulieren bieten sich zwei Möglichkeiten: Mathematische Verknüpfung beider Anforderungen zu einer gemeinsamen Zielfunktion, oder die Überführung einer Anforderung in eine Nebenbedingung.

Für praktische Anwendungen ist es ausreichend einen vorgegebenen Farbart mit endlicher Genauigkeit zu erzielen. Durch Bemaßung dieser minimal notwendigen Genauigkeit k_{\max} lässt sich die Einhaltung des Farbortes als Ungleichungsnebenbedingung ausgestalten.

Dieser Ansatz erleichtert die Formulierung der Zielfunktion, diese ist dann die mathematische Funktion des maximalen Nutzens einer Lösung.

Zur Bemaßung der Einhaltung eines Farbortes bieten gebräuchliche Farbräume Farbabstandsfunktionen ΔE , die somit die Ungleichungsnebenbedingungsfunktion für die Aufgabe liefern. Es ergibt sich:

$$\Delta E \leq k_{max}$$

Die Funktion des maximalen Nutzens einer Lösung ist je nach Zielgröße auszugestalten. Einige Kenngrößen metameren Lichtes wie circadiane Wirkung oder Lichtausbeute sind bereits in mathematisch geeigneter Form funktional beschrieben.

Entsprechend formuliert lässt sich die Aufgabe mit verschiedenen Einschränkungen und Anforderungen an die konkrete Zielfunktion von bekannten Optimierungsverfahren lösen. Bezüglich dieser Einschränkungen und Anforderungen lassen sich zwei Verfahrensgruppen unterscheiden: Deterministische und Wahrscheinlichkeitstheoretische. In Tabelle 1 ist eine Übersicht möglicher Verfahren mit deren Vor- und Nachteilen aufgeführt.

Tabelle 1: Übersicht über die realisierten Optimierungsverfahren

| Optimierungs-Verfahren | Konvergenz | Benötigte Ableitungen | Nebenbedingungen implementierbar | Skalierungs-sensitiv | Global konvergent |
|------------------------|------------|------------------------------|--|----------------------|-------------------|
| Brute-Force | - | keine | per Ergebnisfilter | entfällt | entfällt |
| Hooke und Jeeves | - | keine | per Strafterm | ja | ja |
| Steilster Abstieg | o | Gradient | per Strafterm | ja | ja |
| Konjugierte Gradienten | + | Gradient | per Strafterm | ja | ja |
| Newton | +++ | Gradient Hesse-Matrix | per Strafterm | nein | nein |
| Quasi-Newton | ++ | Gradient | per Strafterm | ja | ja |
| Truncated Newton | ++ | Gradient und Hesse-Matrix | per Strafterm | wenig | ja |
| SQP | ++ | Gradient | implizit | ja | ja |
| Evolutionsstrategie | o | keine | per Strafterm weitere Möglichkeiten | wenig | ja |

2.2 Optimierungslösungen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden geeignete Verfahren beider Gruppen untersucht und schlussendlich eine Auswahl derer umgesetzt: Aus der Gruppe deterministischer Verfahren eine „Truncated Newton“-Variante unter Verwendung von logarithmischen Barrieren zur Implementation der Nebenbedingung und aus der Gruppe der wahrscheinlichkeitstheoretischen Verfahren eine Umsetzung von Evolutionsstrategien.

Ersteres Verfahren erfordert die Zielfunktion f in zweifach differenzierbarer Form, die unstetige Funktion des CRI kann daher beispielsweise nicht als Zielfunktion verwendet werden. Generelle Vorteile aller deterministischen Verfahren sind hohe Konvergenz und die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse. Das gewählte Verfahren ist robust gegenüber

Skalierungsproblemen und ermöglicht somit die Verwendung der genannten logarithmischen Barrieretermine, welche zu solchen Skalierungsproblemen führen. Diese Terme sind wegen ihrer einfachen Differenzierbarkeit eine vorteilhafte Möglichkeit zur Implementation der vorliegenden Ungleichungsnebenbedingungen. In der Abbildung 1 ist die Implementation einer solchen Barriere veranschaulicht.

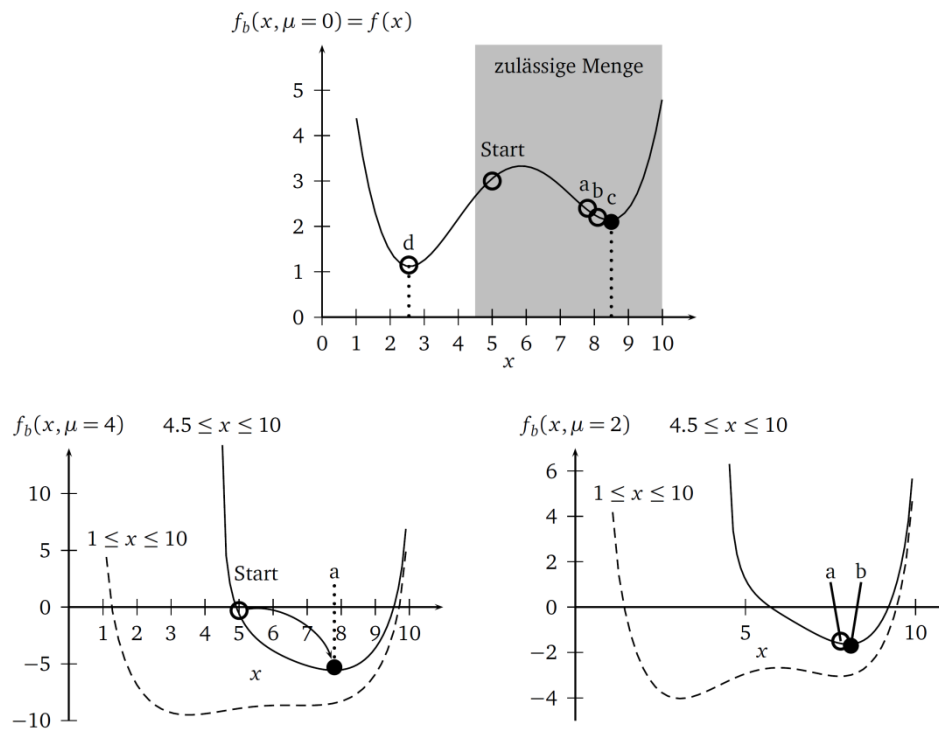


Abbildung 1: Funktionsweise einer logarithmischen Barriere

Das umgesetzte wahrscheinlichkeitstheoretische Verfahren ist stark modifizierbar und erlaubt Varianten, die im Vergleich zum ersten Verfahren weniger oder keine Bedingungen an die Differenzierbarkeit der Zielfunktion stellen, sodass beispielsweise auch auf die Funktion des CRI optimiert werden kann. Auch lässt sich das Verfahren gezielt auf eher globale oder lokale Optimierung auslegen. Das Verfahren ist daher sehr flexibel einsetzbar. Im Vergleich zu ersterem Verfahren fehlt die Reproduzierbarkeit. Eine wiederholt angestoßene Optimierung wird in den seltensten Fällen die gleichen Optima finden wie eine vorhergehende Berechnung, da viele Faktoren zufallsbehaftet sind. Restriktive Verfahren wie der Krippentod und genetische Reparatur werden zur Einhaltung von Nebenbedingungen genutzt, wodurch diese auch relativ leicht umzusetzen sind.

Die Umsetzungen beider Verfahren nutzen Stagnation der Optimierung nach Erreichen einer Lösung als Abbruchbedingung. Dazu wird die Ergebnisverbesserung über mehrere Iterationen/Generationen überprüft.

Eine Einschränkung die allgemein für alle Optimierungsverfahren gilt ist, dass sich globale Extrema nicht mit endlichem Rechenaufwand finden lassen. Die globale Optimalität eines Ergebnisses kann daher nicht garantiert werden. Die Methoden eröffnen aber zumindest die grundsätzliche Möglichkeit zur Ausnutzung von Metamerie zur Verbesserung von

Qualitätsparametern in der Lichtmischung. Die Umsetzung nutzt ein anpassbares Startpunkteraster innerhalb der Optimierungsdimensionen um verschiedene lokale Extrema zu finden und somit die Chance auf das globale Extremum oder einen möglichst nahen Wert zu erhöhen.

3 Anwendung

Innerhalb dieser Arbeit wurde ein Optimierungs-Framework entwickelt, welches es ermöglicht, die umgesetzten Verfahren in vielfältiger Weise anzuwenden. Die Optimierung von LED-Intensitäten stellte dabei den Ausgangspunkt und somit auch den Hauptfokus dar. Jedoch beschränkt sich der Anwendungsbereich in der Industrie aufgrund der limitierten Anwendung von Mehr-LED-Systemen zurzeit noch sehr auf die Forschung. Das aktuell größte Potential ist vor allem in einer möglichst energieeffizienten Auswahl von LEDs für Systeme mit hoher Farbwiedergabe zu sehen. Doch wenn in Zukunft vermehrt dynamische LED-basierende Beleuchtungssysteme entwickelt werden sollten, stellen diese Verfahren eine große Hilfe dar. Dynamische Systeme wären in der Lage verschiedene Farbtemperaturen, Beleuchtungsstärkeniveaus, Circadiane Anteile und weitere Parameter zu verändern. Vorstellbar ist hier nicht die Umsetzung der Optimierungsverfahren in Hardware, sondern die Generierung von LookUp-Tabellen, wodurch im Vorfeld optimierte Zustände für eine dynamische Leuchte, z.B. für definierte Farbtemperaturen, direkt abgerufen werden können.

Ein weiteres Anwendungsfeld ließe sich durch leichte Modifikationen erschließen: ein klassisches Problem bei der Anwendung von LEDs stellt die Temperaturabhängigkeit dar. Besonders bei der Farbmischung müssen oft aufwändige Kalibrierungen durchlaufen werden um eine Farbstabilität über den Betrieb zu gewährleisten. Aufgrund der meist linearen bzw. quadratischen Abhängigkeiten der LED-Charakteristika bei Temperaturänderung ist es möglich, temperaturabhängige LED-Modelle zu erstellen, welche für die Optimierung verwendet werden können. Dadurch ist ausschließlich eine Temperaturmessung z.B. an den verwendeten High-Power RGBW-Packages notwendig, um die entsprechend optimalen Dimmwerte für eine definierte Farbe abzurufen.

In der Weiterentwicklung bestehen noch weitere Möglichkeiten der Anwendung von Optimierungen. Dieses in vielen wissenschaftlichen Bereichen bewährte Mittel findet bisher noch wenig Anwendung in der Lichttechnik und könnte viele alltägliche Aufgaben vereinfachen. Besonders in der Colorimetrie und in Physiologie ist man oft mit der Anpassung von Modellparametern zur Minimierung von Fehlanpassungen konfrontiert, welche durch Optimierungen zu schnellen und exakten Ergebnissen führen können. Zum Beispiel kann die Modellierung von Filtercharakteristika in Abhängigkeit ihrer Schichtdicken mit solchen Verfahren zu schnellen und guten Ergebnissen für das Filterdesign führen.

Grenzen des Systems

Leider war es nicht möglich, eine sehr effiziente Optimierungsmethode zu implementieren, welche eine direkte Optimierung der ausgewählten Spektren auf die Farbwiedergabe ermöglicht. Grund dafür ist, dass die aktuelle Berechnungsvorschrift zur Ermittlung des Farbwiedergabeindex relativ komplex und vor allem nichtlinear ist, was einen numerischen Lösungsansatz unmöglich macht. Die zu diesem Zweck verwendete Berechnungsweise stammt von den evolutionären Algorithmen und ist daher in der Lösungsfähigkeit leicht eingeschränkt.

4 Simulationsergebnisse

Zur Darstellung des Potentials von Optimierungen seien hier die Simulationsergebnisse von drei beispielhaften Anwendungen erwähnt. Für die Simulationen wurden Luxeon Rebel LEDs in den verschiedenen erhältlichen Farben verwendet.

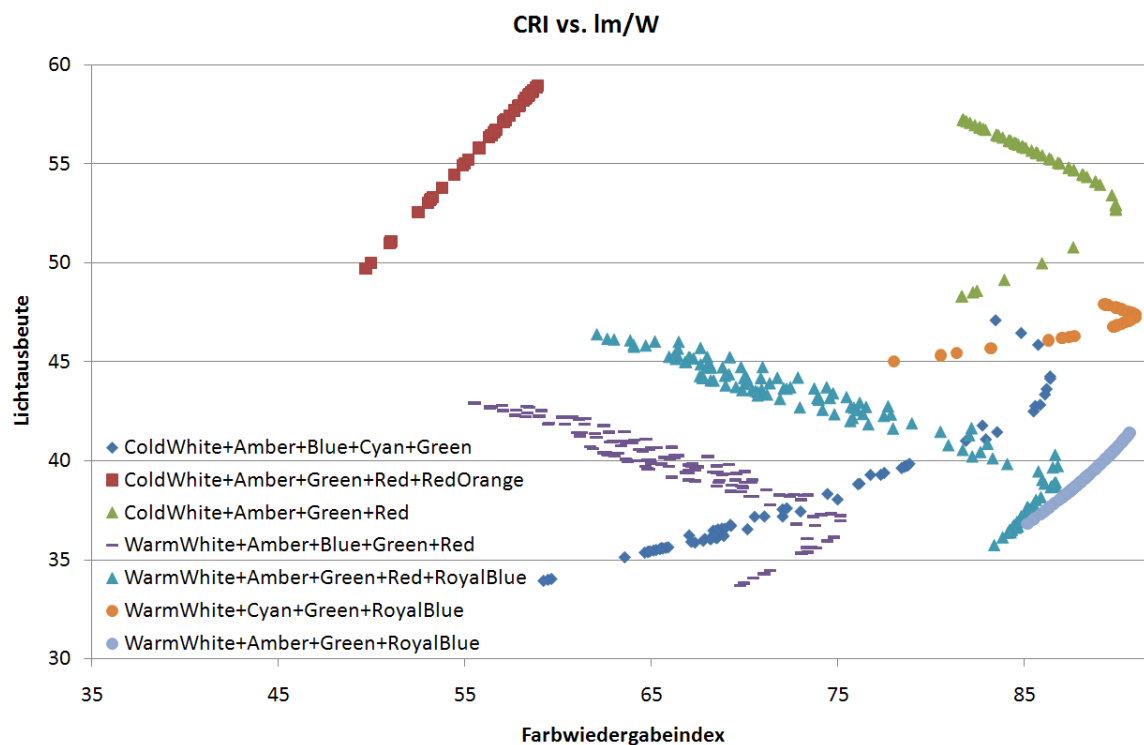


Abbildung 2: Optimierungsergebnisse für 4000K in verschiedenen LED-Kombinationen

In der ersten Anwendung werden verschiedene LED-Kombinationen hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen Farbwiedergabe und Lichtausbeute untersucht. Als Zielfarbort wurde ein Planckscher Strahler mit 4000K Farbtemperatur vorgegeben ($x=0,3804$, $y=0,3767$) und als Basis zur Ermischung jeweils eine weiße LED verwendet. Wie die Ergebnisse in Abbildung 2 zeigen, existieren sehr viele Lösungen, die zum richtigen Farbort führen ($\Delta E_{\max,UVW}=10^{-3}$). Diese zeichnen sich durch unterschiedliche Lichtausbeuten und

Farbwiedergabeindizes aus. Entgegen der naheliegenden Vermutung, dass die Lichtausbeute mit steigender Farbwiedergabe sinkt zeigt sich, dass sich mit geringen Kompromissen ein Optimum für beide Parameter herauskristallisieren kann. Zum Beispiel wird mit der Kombination Warmweiss, Cyan, Grün und Tiefblau mit einer Lichtausbeute von 47lm/W, ein Farbwiedergabeindex von 91 erzielt wobei die ungünstigste Kombination zu einer Farbwiedergabe von 78 bei 45lm/W führt. Diese Vielzahl an Lösungen ist in nur einer Minute berechnet worden, wobei ein Suchen nach der BruteForce-Methode (Durchprobieren sämtlicher Permutationen), wie sie oft zur Lösung solcher Problemstellungen durchgeführt, je nach Bittiefe Stunden oder Tage in Anspruch nehmen würde. Auf dieser Basis ist es möglich, Optimierungen für mehrere erfolgsträchtige LED-Kombinationen und einen großen Farbtemperaturbereich durchzuführen, um herauszufinden, welche Kombination für eine Leuchte z.B. mit dynamischer Farbtemperatur ideal wäre.

Die zweite Simulation soll die Variabilität in Sachen Circadiane Wirkung, und den Zusammenhang mit der Lichtausbeute für einen festen Farbort untersuchen. Als Zielfarbort wurde wieder 4000K gewählt, wobei eine warmweisse LED die Basis für die verschiedenen Kombinationen mit maximal drei weiteren farbigen LED bildet. Die Ausgabe der entwickelten Software zeigt (Abbildung 3) die Kombination mit der größten Dynamik im circadianen Faktor an, welche mit einer möglichen Steigerung dessen um ca. 50% bei geringen Lichtausbeuteverlusten von der Kombination Warmweiss, Tiefblau, Blau und Rotorange erreicht wird.

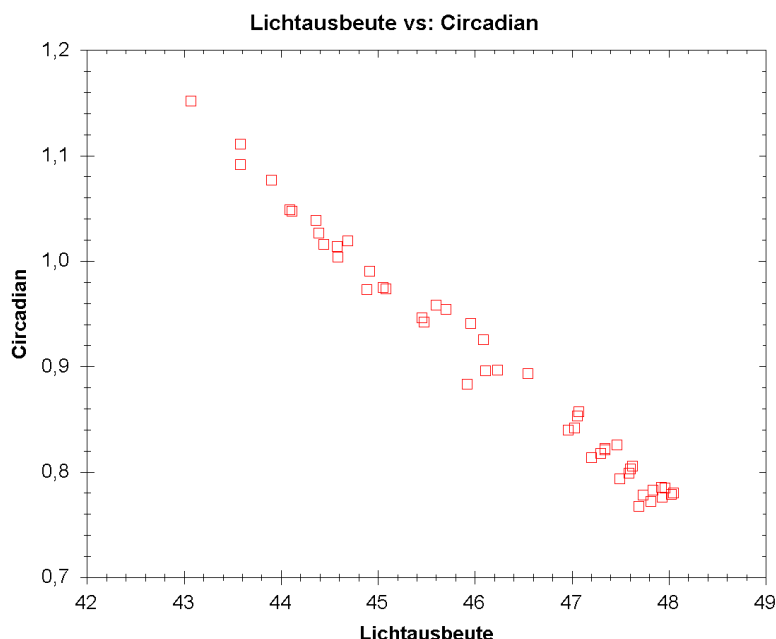


Abbildung 3: Variable Circadiane Wirkung bei gleichbleibendem Farbort bei geringen Verlusten in der Lichtausbeute

Diese Kombination zeichnet sich aber leider durch eine sehr geringe Farbwiedergabe unter 40 aus, wodurch die Anwendbarkeit sehr umstritten sein dürfte. Diese Fragestellung ließe sich aber auch über eine kombinierte Optimierung lösen. Aufgrund des linearen Zusammenhangs integraler Größen mit der Intensität der Quelle, besteht eine Umsetzung z.B. in der Optimierung mit Minima und Maxima des Circadianen Faktors als

Hauptbedingung, dem Erreichen des Farbortes sowie der Lichtausbeute als Nebenbedingung. Aus den daraus entstehenden Extrema lassen sich anschließend die für die Farbwiedergabe günstigsten Lösungen selektieren. Der Aspekt der Farbwiedergabe in Bezug auf Circadiane Wirkung wird in einer weiteren Simulation behandelt.

In der dritten Simulation sollte der Zusammenhang zwischen Farbwiedergabe und Circadianer Wirkung untersucht werden. Speziell für Büroanwendungen wäre eine Steuerung des Circadian wirkenden Anteils der Beleuchtung von Interesse, wobei eine definierte Farbwiedergabe für die Innenraumbeleuchtung nicht unterschritten werden soll. Wie Abbildung 4 deutlich zeigt, ist dies mit nur vier verschiedenen LED nicht zu bewerkstelligen, da durch einen gesteigerten Blauanteil die Farbwiedergabe bei gleichbleibendem Farbort leidet. Dieser Effekt könnte durch höheren Kostenaufwand mit mehr LED eventuell kompensiert werden (z.B. Verwendung von gelben und orangenen LED).

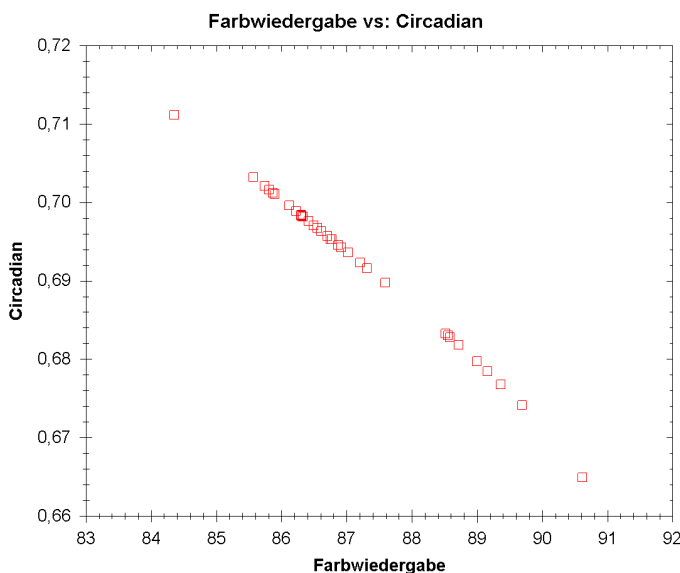


Abbildung 4: Abhängigkeiten zwischen Circadianem Anteil und Farbwiedergabe für die LED-Kombination Warmweiss, Blau, Cyan und Grün bei 4000K Farbtemperatur

Selbstverständlich sind die hier vorgestellten Verfahren nicht auf LED beschränkt, sondern können mit sämtlichen Lichtquellen durchgeführt werden. So wären z.B. für eine Übergangsphase in der Leuchtentechnik zu dynamischem Licht, Optimierungen für Kombinationen aus Leuchtstofflampen und LED möglich, um den heutigen Anforderungen an Energieeffizienz gerecht zu werden.

5 Farbwiedergabesimulator

Generell besteht das Problem bei Daten aus Simulationen, dass sie teilweise schwer zu erfassen sind. Aus diesem Grund wurde im Rahmen der Arbeit ein „Farbwiedergabesimulator“ aufgebaut, der es ermöglicht, die optimierten spektralen Verteilungen darzustellen. Ebenso sollten die virtuellen Ergebnisse in einem realen Aufbau verifiziert werden.

Zu diesem Zweck galt es, in einem definierten Raum eine möglichst variable Lichtquelle zu realisieren. Als Lichtquelle wurden insgesamt 10 verschiedene LEDs vom Typ Rebel der Firma Philips Lumileds verwendet. Um bei der Betrachtung von dunklen Farben unter der Beleuchtung auch sicher in photopische Bereiche zu gelangen, reichten 4 LEDs jeden Typs aus, welche mithilfe von Pulsweitenmodulation mit 10Bit angesteuert werden. Diese Beleuchtungseinheit wurde in eine Box eingebaut, in welcher nun aus 60cm Entfernung ein Objekt unter 0° beleuchtet, und über eine Öffnung unter 45° betrachtet werden kann. Die in der Box gemessenen LED-Spektren stellen nun die Ausgangsposition für variable Optimierungen dar, deren Ergebnisse über einen Mikrokontroller direkt dargestellt werden können. Mithilfe einer einfachen Software ist es möglich, z.B. die Farbwiedergabe, die circadiane Wirkung, oder einfach die Lichtausbeute innerhalb bestimmter Grenzen einzustellen, ohne dabei die Lichtfarbe zu verändern. Hierdurch werden die Ergebnisse und auch die Leistungsfähigkeit des entwickelten Systems sehr leicht sichtbar und vor allem können sehr schnell Probleme sowie deren Lösungen bei der Farbmischung dargestellt werden.

6 Zusammenfassung

Am Fachgebiet Lichttechnik der Technischen Universität Darmstadt wurde ein Optimierungsframework entwickelt welches in der Lage ist, bei Vorgabe eines Farbortes (XYZ oder xy), eine definierte Anzahl an Lösungen für die Kombination von n verschiedenen spektralen Quellen zu finden. Die Lösungen erfüllen alle die Hauptbedingung, das Erreichen eines Farbortes inklusive vorgegebener Toleranzen in Bezug auf den Farbabstand, sowie frei konfigurierbare Nebenbedingungen (z.B. maximale Farbwiedergabe bei maximaler Lichtausbeute). Primäres Interesse liegt vorerst in der Anwendung der Verfahren auf Mehr-LED-Systeme, wodurch eine Optimierung auf Lichtausbeute und somit auch laufende Kosten von Beleuchtungsanlagen durchgeführt werden kann. Die Optimierung auf Lichtqualität ist ein wichtiger Punkt, dessen Anwendung aber sehr stark von der Kostenentwicklung im LED-Bereich abhängt.

Weiterhin bieten Optimierungen im Allgemeinen aber auch großes Potential für andere lichttechnische Anwendungsgebiete. Beispielsweise könnten die beschriebenen Verfahren auch auf subtraktive Farbmischung angewandt werden. Hierdurch wäre eine Optimierung von spektralen Verteilungen von Körperfarben für Textil- und Druckindustrie möglich, die eine möglichst große Farbstabilität unter verschiedenen Lichtarten gewährleisten könnte. Größtes Potential liegt nach Meinung der Autoren aber darin, nicht direkt auf Spektren zu optimieren, sondern Modelle dafür zu verwenden, deren spektrale Eigenschaften von weiteren Faktoren abhängig sind, wie z.B. die Filter-, LED-Modelle oder gar druckabhängige Modelle von Entladungslampen.