

ORTSAUFGELOSTE BESTIMMUNG VON SPEKTRALEN STRAHLUNGSFUNKTIONEN MIT EINER HYPERSPEKTRALKAMERA

Ruggaber, B.², Krüger, U.¹ und Schmidt, F.^{1,2}

¹ *TechnoTeam Bildverarbeitung GmbH, Ilmenau*

² *Graduiertenschule Bildverarbeitung und Bildinterpretation, Technische Universität Ilmenau*

Kontakt: benjamin.ruggaber@tu-ilmenau.de

Zusammenfassung Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der orts aufgelösten Bestimmung von spektralen Strahlungsfunktionen unter Verwendung einer Flüssigkristallfilter basierten Hyperspektralkamera. Anhand eines Modells, welches die Signalentstehung einer Hyperspektralkamera beschreibt, wird das schrittweise Vorgehen zur Rekonstruktion eines Spektrums aufgezeigt, Unterschiede in der örtlichen spektralen Empfindlichkeit der Hyperspektralkamera beschrieben und anhand der Messung an einem weißen LED-Normal untersucht. Alle Untersuchungen erfolgen mit dem Ziel, die vorliegende Hyperspektralkamera als zuverlässiges Messmittel zur Bestimmung von colorimetrischen Größen einzusetzen.

1 Einleitung

Hyperspektralkameras bestehen im Allgemeinen aus einem abbildenden optischen System, einem oder mehreren Elementen (Filtern) zur spektralen Zerlegung des Lichts sowie einem Matrixdetektor. Aufgrund dieses Aufbaus kann, bei entsprechender Kalibrierung, das Spektrum einer Lichtquelle orts aufgelöst ermittelt werden. Die orts aufgelöste Ermittlung eines Spektrums erfolgt bei einer Hyperspektralkamera nach dem Monochromatorprinzip, d.h. das Spektrum einer Lichtquelle wird sequenziell abgetastet. Man spricht hierbei von der Zerlegung eines Spektrums durch sogenannte Kanäle. Die Kanäle einer Hyperspektralkamera besitzen in der Regel Bandpasscharakter und sind quasi kontinuierlich (große Kanalanzahl) über den spektralen Arbeitsbereich des Systems verteilt. Aufgrund der Bandpasscharakteristik der Kanäle handelt es sich jedoch um keine ideale Abtastung im Sinne einer Abtastung mit Dirac-Impulsen.

Zur Realisierung der Kanäle werden zumeist elektrisch durchstimmbare optische Filter verwendet, deren bandpassförmige Transmissionscharakteristik quasi kontinuierlich über einen gewissen Spektralbereich verschoben werden kann, die Auswahl eines jeweiligen Kanals kann mit wahlfreiem/direktem Zugriff (random access) erfolgen. Im Falle der vorliegenden Arbeit kommt ein durchstimmbarer Flüssigkristallfilter [1] (LCTF), dessen bandpassförmige Transmissionscharakteristik (Abbildung 1) in 1 nm Schritten über den Arbeitsbereich (400 nm – 720 nm) verschoben werden kann, zum Einsatz. Die nachfolgenden Untersuchungen beschäftigen sich mit der Modellierung und Kalibrierung eines solchen Systems, um es als zuverlässiges Messmittel zur Bestimmung von colorimetrischen Größen einsetzen zu können.

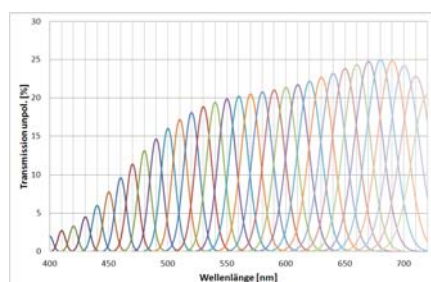


Abbildung 1: Transmission des LCTF (beispielhaft) in 10 nm Schritten

2 Modell der Signalentstehung

Die orts aufgelöste Ermittlung des Spektrums einer Lichtquelle setzt die Kalibrierung der Hyperspektralkamera voraus. Welche Größen in einer Kalibrierung ermittelt werden müssen, kann im Allgemeinen einem Modell entnommen werden welches dem Messprinzip zugrunde gelegt wird. Ausgehend von einem idealisierten Modell, welches die Signalentstehung einer Hyperspektralkamera beschreibt, soll ein Zusammenhang abgeleitet werden, welcher die Eingangsgrößen mit der Ausgangsgröße der Hyperspektralkamera verknüpft.

Die Modellierung der Signalentstehung einer Hyperspektralkamera erfolgt nachfolgend unter Verwendung der spektralen Strahldichte. Die Verwendung der spektralen Strahldichte, zur Modellierung der Signalentstehung, erweist sich insbesondere aufgrund der Tatsache, dass es sich bei einer Hyperspektralkamera um ein abbildendes optisches System handelt, als sinnvoll. Dies hängt damit zusammen, dass es sich bei der Strahldichte um eine mit einem Lichtstrahl, der geometrischen Optik, assoziierte Feldgröße handelt, welche den Strahlungsfluss von einem jeweiligen Ort in eine jeweilige Strahlrichtung beschreibt [2]. Hierdurch wird eine Beschreibung des Strahlungsaustausches zwischen Gegenstands- und Bildebene der Hyperspektralkamera ermöglicht.

Die Modellierung erfolgt aus Sicht der klassischen Radiometrie, welche prinzipiell auf der geometrischen Optik basiert. So wird die Lichtausbreitung in einem homogenen Medium (konstante Brechzahl) als geradlinig betrachtet. Die Lichtausbreitung wird mit Lichtstrahlen beschrieben, Wechselwirkungen zwischen Lichtstrahlen (Interferenz) und wellenoptische Effekte (Beugung) werden vernachlässigt. Die Lichtquelle wird als unpolarisiert und vollkommen inkohärent betrachtet. Bei der Kalibrierung als auch bei der Messung wird davon ausgegangen, dass es sich beim umgebenden Medium um ein verlustloses und homogenes Medium handelt.

Ausgehend vom in Abbildung 2 dargestellten Strahlengang soll die Signalentstehung einer Hyperspektralkamera, für ein jeweiliges Pixel und einen jeweiligen Kanal K, modelliert werden. Betrachtet man den rot in Abbildung 2 gekennzeichneten Lichtstrahl, so kann der Strahlungsfluss in die eingezeichnete Richtung mit

$$d^3\Phi_{e,dA_L \rightarrow dA_A}(x, y, \theta, \phi, \lambda) = L_{e,A_L}(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot \cos \theta \cdot dA_L \cdot d\omega \cdot d\lambda \quad (2.1)$$

beschrieben werden.

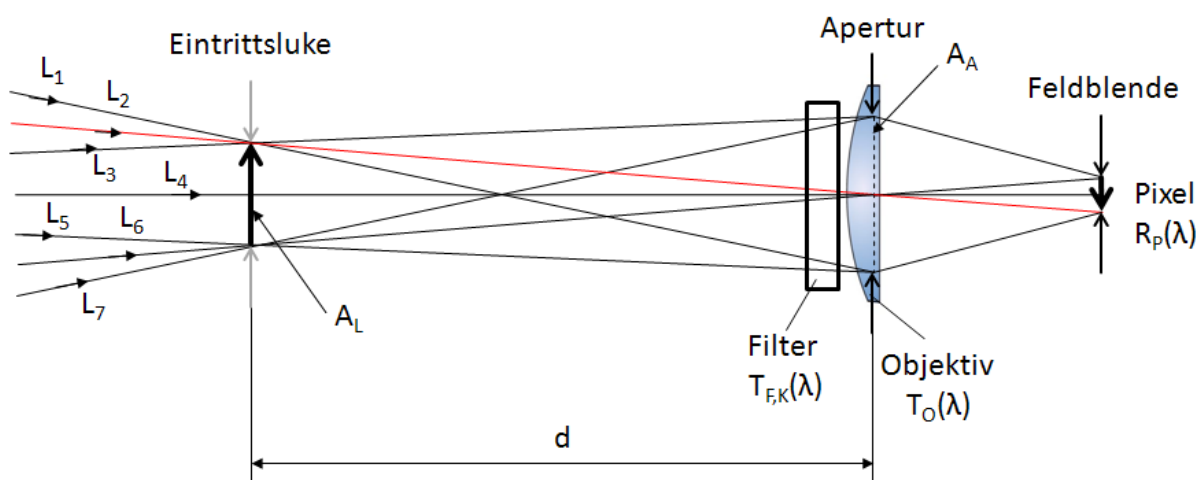


Abbildung 2: Vereinfachter Strahlengang einer Hyperspektralkamera

Der Strahlungsfluss welcher auf ein Flächenelement des Pixels trifft, wird durch die Transmission des Objektivs und des Filters abgeschwächt, im Allgemeinen hängen die Transmissionen dieser optischen Elemente vom Einfallswinkel und vom geometrischen Weg des Lichtstrahls durch das optische Medium ab. Daher kann der Strahlungsfluss, welcher auf ein Flächenelement des Pixels trifft, beschrieben werden durch:

$$d^3\Phi_{e,dA_L \rightarrow dA_P}(x, y, \theta, \phi, \lambda) = L_{e,A_L}(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot T_O(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot T_{F,K}(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot \cos \theta \cdot dA_L \cdot d\omega \cdot d\lambda \quad (2.2)$$

Die auf das Flächenelement des Pixels einfallenden Photonen erzeugen in Abhängigkeit der Wellenlänge, Elektronen. Die im Pixel erzeugten Elektronen werden über den Zeitraum $t_{int,K}$ (Integrationszeit) im Pixel gesammelt und schließlich in einen Grauwert umgesetzt. Die Abschwächung des Strahlungsflusses durch die Transmission von Objektiv und Filter sowie die Umsetzung in einen Grauwert soll mit der spektralen Empfindlichkeit $R_{\Phi,K}(x, y, \theta, \phi, \lambda)$ der Hyperspektralkamera beschrieben werden.

Prinzipiell tragen alle Lichtstrahlen welche ein Pixel erreichen können zur Signalentstehung bei, hierzu gehört auch Streulicht welches z.B. durch Mehrfachreflexion an den optischen Grenzschichten entsteht. Streulicht soll jedoch in dieser idealisierten Betrachtung der Signalentstehung einer Hyperspektralkamera vernachlässigt werden. Es wird von einer idealen Abbildung ausgegangen, bekannte Effekte wie Nichtlinearität und das Dunkelsignal werden als korrigiert angenommen.

Da von einer idealen Abbildung ausgegangen wird, müssen nur die Lichtstrahlen in die Betrachtung mit einbezogen werden, welche von einer, zu einem Pixel, konjugierten Fläche ausgehen und damit zur Signalentstehung im Pixel beitragen. Die Einbeziehung aller Strahlen kann durch eine Integration über die Fläche A_L und die von einem jeweiligen Punkt der Fläche A_L und der Fläche A_A aufgespannten Raumwinkel erfolgen. Prinzipiell kann eine gewisse Bandbreite an Photonen, Elektronen im Pixel erzeugen, weshalb ebenfalls eine Integration über die Wellenlänge durchgeführt werden muss. Den Grauwert eines Pixels in Abhängigkeit eines jeweils an der Hyperspektralkamera eingestellten Kanals K erhält man schließlich mit [3]:

$$n_{dig,Pixel,K} = \int_{\Delta\lambda_K} \int_{\Omega} \int_{A_L} L_{e,A_L}(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot \cos \theta \cdot R_{\Phi,K}(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot t_{int,K} \cdot dA_L \cdot d\omega \cdot d\lambda \quad (2.3)$$

Hierbei ist anzumerken, dass Formel (2.3) zur Beschreibung der Signalentstehung für jedes der Pixel einer Hyperspektralkamera verwendet werden kann. Durch Formel (2.3) kann ebenfalls die Signalentstehung von Multispektralkameras oder aber abbildenden Colorimetern beschrieben werden.

Die oben erfolgte Modellierung unterscheidet sich im Wesentlichen dadurch von der Modellierung in der gängigen Literatur [4][5][6] bzw. [7], dass gewisse Abhängigkeiten der spektralen Empfindlichkeit vom Fokuszustand und Unterschiede sowohl im integralen Wert als auch in der spektralen Form der spektralen Empfindlichkeit von Pixel zu Pixel berücksichtigt werden. Wohingegen in der Literatur von einer in ihrer spektralen Form konstanten, aber im Integral veränderlichen, spektralen Empfindlichkeit von Pixel zu Pixel ausgegangen wird (wenn dies auch nie so formuliert wird). Wie stark sich die Abhängigkeiten der spektralen Empfindlichkeit vom Ort und vom Fokuszustand auswirken, hängt maßgeblich vom Aufbau des (endozentrischen) Objektivs bzw. der Brennweite ab.

Insbesondere bei der Verwendung von Filtertechnologien die auf Interferenz basieren, wird sich die spektrale Form der spektralen Empfindlichkeit mit steigendem Einfallswinkel des Hauptstrahls eines an der Abbildung beteiligten Strahlkegels verändern, wodurch prinzipiell ein pixelabhängiges Abtastraster entsteht. Dieser Umstand ist insbesondere bei der Verwendung von Interferenzfiltern oder dem in der vorliegenden Arbeit verwendeten LCTF von Bedeutung.

Die mit einer Hyperspektralkamera erzeugten Daten (Formel (2.3)) werden oft als hyperspektraler Datenwürfel (Abbildung 3) dargestellt, für jeden Kanal der Hyperspektralkamera resultiert bei einer Messung ein Bild der Lichtquelle, aus den Bildern aller Kanäle entsteht ein Bildstapel. Betrachtet man die Grauwerte eines Vektors $\vec{n}_{dig, Pixel}$ welcher aus den Grauwerten des Bildstapels für ein jeweiliges Pixel (oder ROI) gebildet wird, so wird deutlich, dass anhand eines solchen Grauwertvektors und der bandpassförmigen Kanäle der Hyperspektralkamera Aussagen über das Spektrum einer Lichtquelle gemacht werden können.

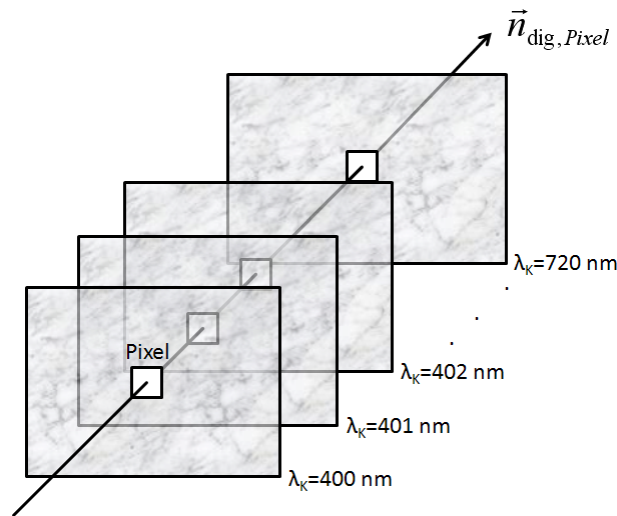


Abbildung 3: Hyperspektraler Datenwürfel

3 Rekonstruktion eines Spektrums

Die Rekonstruktion eines Spektrums soll nachfolgend, ausgehend vom Modell aus Formel (2.3) und dem bei einer Messung entstehenden Datensatz (Abbildung 3) betrachtet werden. Geht man davon aus, dass die spektrale Strahldichte innerhalb der zu einem jeweiligen Pixel konjugierten Fläche und von den Punkten dieser Fläche und den mit der Apertur aufgespannten Raumwinkeln als konstant angenommen werden kann, so vereinfacht sich Formel (2.3) zu:

$$\frac{n_{dig, Pixel, K}}{t_{int, K}} = \int_{\Delta \lambda_K} L_{e, A_L}(\lambda) \cdot \int_{\Omega} \int_{A_L} \cos \theta \cdot R_{\Phi, K}(x, y, \theta, \phi, \lambda) \cdot dA_L \cdot d\omega \cdot d\lambda \quad (3.1)$$

Das Doppelintegral stellt prinzipiell die spektrale Empfindlichkeit $R_{L, Pixel, K}(\lambda)$ für die Strahldichte dar, womit Formel (3.1) umgeschrieben werden kann zu:

$$\frac{n_{dig, Pixel, K}}{t_{int, K}} = \int_{\Delta \lambda_K} L_{e, A_L}(\lambda) \cdot R_{L, Pixel, K}(\lambda) \cdot d\lambda \quad (3.2)$$

Anhand von Formel (3.2) kann für die bisherigen Betrachtungen abgeleitet werden, dass das Ausgangssignal des Systems für ein jeweiliges Pixel durch eine Gewichtung der spektralen Strahldichte mit der spektralen Empfindlichkeit des Systems und einer anschließenden Integration über diejenigen Wellenlängen zu Stande kommt, für welche die spektrale Empfindlichkeit nicht null ist. Bei der Integration handelt es sich um einen Prozess, bei welchem die „Information“, welche Integranden beteiligt waren, verloren geht. Die Messung mit einer Hyperspektralkamera setzt jedoch voraus, dass anhand des Resultats einer Integration (Grauwert) dennoch eine Aussage über eine der an der Integration beteiligten Größen (spektrale Strahldichte) gemacht werden kann. Die Ermittlung eines der Integranden (Formel (3.2)), wird im Allgemeinen als Lösung eines Inversen-Problems bezeichnet [4][8]. Im einfachsten Fall wird zur Lösung eines Inversen-Problems, erneut von einem konstanten Verlauf der spektralen Strahldichte über den Integrationsbereich ausgegangen, wodurch die spektrale Strahldichte wieder aus dem Integral herausgezogen werden kann. Nach dem Umstellen von Formel (3.2) erhält man dann pro Grauwert des Datenwürfels (Abbildung 3) über

$$L_{e,A_L}(\lambda_K) = \frac{n_{\text{dig},\text{Pixel},K}}{t_{\text{int},K} \cdot \int_{\Delta\lambda_K} R_{L,\text{Pixel},K}(\lambda) \cdot d\lambda} \quad (3.3)$$

jeweils einen Abtastwert für die spektrale Strahldichte. Zur Rekonstruktion der Abtastpunkte eines Spektrums aus den Grauwerten eines Bildstapels muss zum einen das Integral der spektralen Empfindlichkeit und zum andern die Integrationszeit ermittelt werden (Formel (3.3)). Die Division eines Grauwerts durch das Integral der spektralen Empfindlichkeit und der Integrationszeit, kann als Normalisierung des Grauwerts verstanden werden. Ein jeweiliger Abtastwert muss einer Wellenlänge λ_K zugewiesen werden, diese Zuordnung erfolgt zumeist zur Schwerpunktwellenlänge (Formel (3.4)) der spektralen Empfindlichkeit. Eine derartige Zuweisung eines Abtastwerts zu einer Wellenlänge wird im Allgemeinen als Wellenlängenkalibrierung bezeichnet.

$$\lambda_K = \frac{\int_{\lambda_{k,\min}}^{\lambda_{k,\max}} \lambda \cdot R_{L,\text{Pixel},K}(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_{k,\min}}^{\lambda_{k,\max}} R_{L,\text{Pixel},K}(\lambda) d\lambda} \quad (3.4)$$

Durch die Zuordnung eines Abtastpunktes zur Schwerpunktwellenlänge der spektralen Empfindlichkeit, ist Formel (3.3), unter den im Modell berücksichtigten Bedingungen, für den Fall eines linearen bzw. konstanten Verlaufs der spektralen Strahldichte über den Integrationsbereich, exakt gültig. Bei realen Messungen ist Formel (3.3) zumeist nur näherungsweise erfüllt. Die Güte mit welcher ein Spektrum über Formel (3.3) rekonstruiert werden kann, hängt maßgeblich von den Gradienten im Spektrum der Lichtquelle ab. In diesem Zusammenhang ist es leicht einzusehen, dass im Falle eines relativ glatten Spektrums (Normlichtarten A, D50, D65 oder einer weißen LED) Formel (3.2) deutlich besser erfüllt ist, als im Falle von Spektren mit großen Gradienten (bunte LEDs). Wodurch glatte Spektren mit deutlich geringeren Abweichungen rekonstruiert werden als Spektren mit großen Gradienten. Diese Aussage ist ebenfalls auf die geometrischen Eigenschaften (Orts- und Winkelabhängigkeit) der spektralen Strahldichte übertragbar (Formel (3.1)), welche in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht näher betrachtet werden. Vielmehr soll von der im Modell angenommenen idealen Abbildung und der in Formel (3.1) formulierten Annahme einer lambertförmigen Abstrahlcharakteristik im Sichtbereich eines jeweiligen Pixels ausgegangen werden. Diese Annahmen ermöglichen es die spektrale Rekonstruktion separat zu betrachten.

Bei der spektralen Rekonstruktion kann prinzipiell zwischen einer hochdimensionalen Abtastung, bei welcher eine Vielzahl an Abtastpunkten zur Rekonstruktion eines Spektrums verwendet wird und der niederdimensionalen Abtastung, bei welcher eine wesentlich geringere Anzahl an Abtastpunkten verwendet wird, unterschieden werden. Welcher Ansatz zum Einsatz kommt, hängt zum einen von den Gradienten im zu rekonstruierenden Spektrum ab und zum anderen davon, welche Anforderungen an die Rekonstruktionsgüte gestellt werden. Um quantitative Betrachtungen zur Güte der spektralen Rekonstruktion eines Spektrums zu ermöglichen, soll nachfolgend ein konkreter Anwendungsfall betrachtet werden, die Bestimmung von Normfarbwertanteilen über das Spektralverfahren.

3.1 Hochdimensionale Abtastung

Schmalbandige Spektren mit großen Gradienten (z.B. bunte LEDs) erfordern im Allgemeinen eine hochdimensionale Abtastung, vorzugsweise mit Bandpässen mit geringer Halbwertsbreite sodass die Anwendung von Formel (3.3) nur mit geringen Abweichungen im rekonstruierten Spektrum verbunden ist. Erfolgt eine hochdimensionale Abtastung eines Spektrums müssen in der Regel keine Zwischenwerte durch Interpolation bestimmt werden, um Normfarbwertanteile aus dem rekonstruierten Spektrum zu berechnen (Spektralverfahren).

Eine theoretische Untersuchung unter Berücksichtigung von Rauschen [3], durch die Autoren der vorliegenden Arbeit ergab, dass eine Rekonstruktion der Spektren von bunten LEDs, mittels der in Kapitel 1 beschriebenen Hyperspektralkamera, mit großen Abweichungen im Spektrum und den daraus bestimmten Normfarbwertanteilen verbunden ist und daher eine vorherige Entfaltung, also eine Korrektur des Spektrums bezüglich der endlichen Bandbreite der Kanäle, ratsam ist. Die Rekonstruktion von bunten LED-Spektren kann aufgrund der großen Gradienten in den Spektren als Worst-Case betrachtet werden. Der Weg über eine theoretische Untersuchung wurde zum einen aufgrund des enormen zeitlichen Aufwands einer Charakterisierung aller Kanäle der Hyperspektralkamera gewählt und zum anderen Aufgrund der Möglichkeit den Einfluss von bekanntem Rauschen auf die Entfaltungsalgorithmen zu untersuchen. Da die spektrale Form der spektralen Empfindlichkeit maßgeblich durch die Transmission des LCTF bestimmt wird, wurde die Transmission des LCTF (Abbildung 1) für die theoretischen Untersuchungen als spektrale Empfindlichkeit der Hyperspektralkamera angenommen. Wobei abweichend zu Abbildung 1 eine Abtastung in 1 nm-Schritten erfolgte.

Da eine große Anzahl an Abtastpunkten zur Rekonstruktion des Spektrums verwendet wird, können Ansätze zur Entfaltung von Spektren verwendet werden, welche bei Monochromatoren oder Arrayspektrometern Anwendung finden [9]. Die Untersuchung aus [3] führte zu dem Schluss, dass unter den iterativen Entfaltungsalgorithmen Van-Cittert [10], Gold [11] und Richardson-Lucy-Algorithmus [12][13] der Letztgenannte die besten Ergebnisse bezüglich der Rekonstruktionsgüte unter dem Einfluss von Rauschen liefert.

Bei der iterativen Entfaltung ist insbesondere die Auffindung einer sinnvollen Abbruchbedingung von großer Bedeutung. Durch die Untersuchungen aus [3] konnte eine Abbruchbedingung für den Fall, dass Normfarbwertanteile nach dem Spektralverfahren bestimmt werden sollen, gefunden werden. Prinzipiell basiert diese Abbruchbedingung darauf, dass nach jeder Iteration aus dem rekonstruierten Spektrum die Normfarbwertanteile bestimmt werden, fällt nun die Veränderung der

Normfarbwertanteile von einem Iterationsschritt zum nächsten unter einen zuvor definierten Grenzwert, so wird die Iteration abgebrochen. Diese Abbruchbedingung konnte anhand der Simulationsergebnisse gefunden werden, welche zeigten, dass die integraldefinierten Normfarbwertanteile unempfindlich auf die mit der Entfaltung verbundene Zunahme des Rauschens im Spektrum sind.

Die Simulation zeigte desweiteren, dass durch die Entfaltung eine enorme Verbesserung der Normfarbwertanteile erreicht werden kann, wobei die verbleibenden Abweichungen zum Referenzwert weit unterhalb der von einem Menschen wahrnehmbaren Unterschiede in der Farbe einer LED lagen. Daher ist eine Entfaltung von bunten LED-Spektren vor der Bestimmung der Normfarbwertanteile generell zu empfehlen.

3.2 Niederdimensionale Abtastung

Die hochdimensionale Abtastung eines Spektrums unter Verwendung einer Hyperspektralkamera ist mit einem großen zeitlichen Aufwand verbunden (Monochromatorprinzip). Daher ist es insbesondere im Fall von relativ glatten Spektren (z.B. Normlichtarten A, D50, D65 oder einer weißen LED) zweckmäßig die Kanalanzahl, mit welcher das Spektrum einer Lichtquelle abgetastet wird, zu reduzieren. Ein heuristischer Ansatz ist die Wahl von relativ weit auseinander liegenden aber nahezu äquidistant über den Arbeitsbereich des druckstimmbaren Flüssigkristallfilters verteilten Kanälen.

Das bei einer niederdimensionalen Abtastung entstehende relativ „grobe“ Abtastraster macht es notwendig, für die rechnerische Bestimmung von Normfarbwertanteilen, irgendeine Form von Interpolation zu verwenden, um die an sich integraldefinierten Größen (Normfarbwerte) in ausreichend guter Näherung durch eine endliche Summe approximieren zu können. Es werden also Verfahren benötigt, welche es erlauben, aus niederdimensionalen Daten ein hochdimensionales Spektrum zu erzeugen. Verfahren dieser Art sind im Bereich der Multispektralkameras zu finden, welche im Gegensatz zu einer Hyperspektralkamera lediglich 4-12 Kanäle besitzen. Die Kanäle einer Multispektralkamera besitzen nicht zwangsläufig Bandpasscharakter und sind zumeist für eine jeweilige Aufgabenstellung optimiert.

Die Rekonstruktion eines hochdimensionalen Spektrums mit einer Multispektralkamera erfolgt in der Regel unter Verwendung von a priori Wissen über die zu rekonstruierenden Spektren (z.B. Glattheit oder dem Umfang an Spektren in einer jeweiligen Aufgabenstellung), die spektrale Empfindlichkeit der Kanäle und dem Rauschen des Messsystems. Im Bereich der Multispektralkameras existieren verschiedene Ansätze um ein hochdimensionales Spektrum aus niederdimensionalen Daten zu erzeugen.

Eine Einteilung der gängigen Verfahren ist in [4] bzw. [7] zu finden. Die wohl anschaulichsten Methoden basieren auf bekannten Interpolationsverfahren wie etwa der Spline-Interpolation. Durch die Anwendung der Spline-Interpolation kann aus den (niederdimensionalen) Abtastwerten ein hochdimensionales Spektrum erzeugt werden. Interpolationsverfahren kommen prinzipiell nur bei Multispektralkameras zum Einsatz, deren Kanäle zumindest näherungsweise Bandpasscharakter besitzen. Neben den Interpolationsverfahren existieren die sogenannten direkten- bzw. inversen Verfahren, bei welchen die Erzeugung von hochdimensionalen Daten aus niederdimensionalen Daten als Lösung eines unterbestimmten Gleichungssystems

betrachtet wird. Die Lösung des Gleichungssystems wird in der Regel durch zusätzliches a priori Wissen über die zu rekonstruierenden Spektren (z.B. Glattheit) beschränkt. Alle inversen Verfahren basieren prinzipiell auf der Moore-Penrose-Pseudoinversen [14][15]. Neben den direkten Verfahren und Interpolationsverfahren, für welche jeweils die spektralen Empfindlichkeiten zur Erzeugung eines hochdimensionalen Spektrums benötigt werden, existieren indirekte Verfahren (lernbasierte Verfahren), welche prinzipiell ohne Kenntnis über die spektrale Empfindlichkeit auskommen. Die indirekten Verfahren verwenden a priori Wissen über den Umfang an Spektren welche in einer jeweiligen Aufgabenstellung zu erwarten sind (Targetsatz). Anhand der bekannten Ausgangssignale der Multispektralkamera, welche aus einer Messung an einem Targetsatz resultieren, wird ein Zusammenhang zwischen den Ausgangssignalen und den Spektren des Targetsatzes hergestellt, wodurch eine hochdimensionale Rekonstruktion der im Targetsatz vorkommenden Spektren, aber auch von Spektren mit ähnlichem spektralem Charakter ermöglicht wird. Prinzipiell geht die Verwendung eines indirekten Verfahrens mit einer zunehmenden Spezialisierung auf eine bestimmte Anwendung einher, weshalb nachfolgende Betrachtungen lediglich Interpolationsverfahren und inverse Verfahren mit einbeziehen. Hierbei ist jedoch anzumerken, dass eine anwendungsbezogene Kalibrierung ebenfalls, bei der in der vorliegenden Arbeit betrachteten Hyperspektralkamera Anwendung finden kann. Hierdurch kann die Kanalanzahl für eine Rekonstruktion ggf. weiter reduziert werden.

In [4] wird eine Vielzahl an indirekten Verfahren und Interpolationsverfahren vorgestellt, wobei für die vorliegende Arbeit die Wiener-Inverse [16] (WI) und die Spline-Interpolation (SI) zur weiteren Betrachtung ausgewählt wurden. Die WI wurde aufgrund der Möglichkeit zusätzliches a priori Wissen über das Messrauschen in die Rekonstruktion mit einzubeziehen ausgewählt, die SI aufgrund der Einfachheit einer Implementierung. Versuche mit der WI zeigten jedoch, dass auch ohne die Einbeziehung von Vorwissen über das Messrauschen sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. Daher fand die in [17] formulierte WI Anwendung, welche das Messrauschen unberücksichtigt lässt.

Zur Untersuchung der niederdimensionalen Abtastung und Erzeugung eines hochdimensionalen Spektrums über die WI bzw. die SI, soll nachfolgend ein konkreter Anwendungsfall betrachtet werden, die Rekonstruktion eines warmweißen LED-Normals [18] ($7000 - 10000 \text{ cd/m}^2$).

Die Kanäle zur Abtastung des warmweißen LED-Normals wurden äquidistant in einem Abstand von ca. 20 nm über den Arbeitsbereich von 400 nm – 720 nm verteilt (17 Kanäle). Die Wahl dieses Abtastrasters erfolgte rein heuristisch. Die Untersuchung der niederdimensionalen Abtastung eines Spektrums soll dazu genutzt werden, die Hyperspektralkamera genauer zu untersuchen. Die Entscheidung zur Untersuchung der Hyperspektralkamera in Bezug auf eine niederdimensionale Abtastung wurde hauptsächlich aufgrund des wesentlich geringeren zeitlichen Aufwands bei Kalibrierung und Messung und der Einschätzung getroffen, dass eine derartige Verwendung der Hyperspektralkamera am wahrscheinlichsten erscheint.

Die Messung am oben beschriebenen LED-Normal, unter Verwendung der 17 Kanäle, nimmt ca. 4 min in Anspruch. Maßgeblich beeinflusst wird die Messzeit durch die geringe Transmission des LCTF und der Tatsache, dass eine automatische Einstellung der Integrationszeit verwendet wurde, sodass für jeden der Kanäle automatisch eine Integrationszeit, mit welcher eine ausreichende Aussteuerung erzielt wird, verwendet wird.

3.2.1 Einfluss der Ortsabhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit

Dem Modell aus Kapitel 2 zufolge können die wesentlichen Eigenschaften einer Hyperspektralkamera mit den spektralen Empfindlichkeiten der Kanäle beschrieben werden. Neben der Beschreibung der Signalentstehung wird die spektrale Empfindlichkeit jedoch ebenfalls zur Normalisierung eines jeweiligen Grauwerts (Formel (3.3)), die Zuordnung eines Grauwerts zu einer jeweiligen Wellenlänge (Formel (3.4)) aber auch zur Anwendung der WI benötigt. Demnach kann eine Rekonstruktion eines Spektrums, im Falle der betrachteten Verfahren, nur unter Kenntnis der spektralen Empfindlichkeit erfolgen.

Die spektrale Empfindlichkeit einer Hyperspektralkamera kann prinzipiell unter Verwendung eines Monochromators ermittelt werden, man spricht hierbei auch von der direkten Ermittlung der spektralen Empfindlichkeit.

Bei der direkten Bestimmung der spektralen Empfindlichkeit wird der Monochromator zur schrittweisen Abtastung der spektralen Empfindlichkeit verwendet. Anhand der Signalantworten der Hyperspektralkamera auf die schmalbandigen bandpassförmigen Spektren des Monochromators wird unter Verwendung eines Referenzdetektors die spektrale Empfindlichkeit messtechnisch ermittelt. Da es sich bei einer Hyperspektralkamera um ein abbildendes System handelt, ist insbesondere die Abhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit vom Ort auf der Detektormatrix von Interesse.

Die Untersuchung der Ortsabhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit mit einem Monochromator setzt prinzipiell die Verwendung einer homogenen Lichtquelle mit Lambertcharakteristik voraus. Sodass bei der Ermittlung der spektralen Empfindlichkeit Unterschiede in den Grauwerten der Hyperspektralkamera von Pixel zu Pixel nur auf ortsabhängige Unterschiede in der spektralen Empfindlichkeit zurückzuführen sind. Damit die spektrale Empfindlichkeit für jeden Ort der Detektormatrix ermittelt werden kann, empfiehlt es sich, entweder eine homogene Lichtquelle formatfüllend auf die Detektormatrix abzubilden oder aber die Detektormatrix über die sogenannte Near-Extended-Source Geometrie [19] zu beleuchten. Da eine derart große homogene Lichtquelle, welche formatfüllend auf die Detektormatrix abgebildet werden kann, nur schwer zu realisieren ist, wurde der Ansatz über die Near-Extended-Source Geometrie gewählt, bei welcher jedoch sichergestellt werden muss, dass die gesamte Apertur der Hyperspektralkamera mit Strahlung gefüllt ist. Als durchstimmbare homogene Lichtquelle mit Lambertcharakteristik wurde für die nachfolgenden Messungen eine am Ausgang des Monochromators befindliche Ulbrichtkugel verwendet.

Unterschiede in der spektralen Empfindlichkeit von Pixel zu Pixel sind vor allem aufgrund der Tatsache zu erwarten, dass der LCTF auf dem Lyot-Filter [20][21][22] basiert, dessen Transmission Abhängigkeiten vom Einfallswinkel aufweist.

Die Auswirkung einer vom Einfallswinkel abhängigen Transmission des LCTF auf die Verwendung in einem abbildenden Strahlengang kann man sich am einfachsten durch die Betrachtung der pixelbezogenen Hauptstrahlen, eines jeweils an der Abbildung beteiligten Strahlkegels, klar machen. Demnach bildet jeder an der Abbildung beteiligte Hauptstrahl einen anderen Einfallswinkel zur optischen Grenzschicht des LCTF. Woraus aufgrund der winkelabhängigen Transmission eine pixelabhängige spektrale Empfindlichkeit entsteht. Hierdurch ist leicht einzusehen, dass die Unterschiede in der örtlichen spektralen Empfindlichkeit maßgeblich von der Brennweite des verwendeten (endozentrischen) Objektivs abhängen.

Die Brennweite des Objektivs bestimmt daher neben dem realisierten FOV ebenfalls wie groß die Abhängigkeiten der spektralen Empfindlichkeit vom Ort auf der Detektormatrix sind. Die Verwendung eines LCTF mit einer Apertur von 20 mm schränkt das mit der Hyperspektralkamera realisierbare FOV, aufgrund von künstlicher Vignettierung, deutlich ein. Versuche zeigten, dass um die künstliche Vignettierung in Grenzen zu halten, ein Objektiv mit einer minimalen Brennweite von 50 mm verwendet werden sollte. In Bezug auf das FOV handelt es sich hierbei um das maximal mögliche FOV, wohingegen es sich für die Ortsabhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit somit um einen Worst-Case handelt.

Zur Untersuchung der Ortsabhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit wird daher ein Objektiv mit 50 mm Brennweite verwendet, Charakterisiert wurden hierfür die in Kapitel 3.2 erwähnten 17 Kanäle. Nachfolgend werden jedoch nur die Resultate für die Kanäle bei 400 nm, 500 nm, 600 nm und 700 nm vorgestellt.

Die spektrale Empfindlichkeit wurde für 17 Regionen auf der Detektormatrix bestimmt. Von Interesse sind hierbei die Abweichungen der spektralen Empfindlichkeit bezogen auf die spektrale Empfindlichkeit an einem Referenzort. Als Referenzort wurde die optische Achse gewählt. Die größten Abweichungen in der spektralen Empfindlichkeit bezüglich der für die optische Achse (Pos. 9) bestimmten spektralen Empfindlichkeit, konnten für die untere linke Ecke (Pos. 15) und die untere rechte Ecke (Pos. 17) der Detektormatrix festgestellt werden (Abbildung 4).

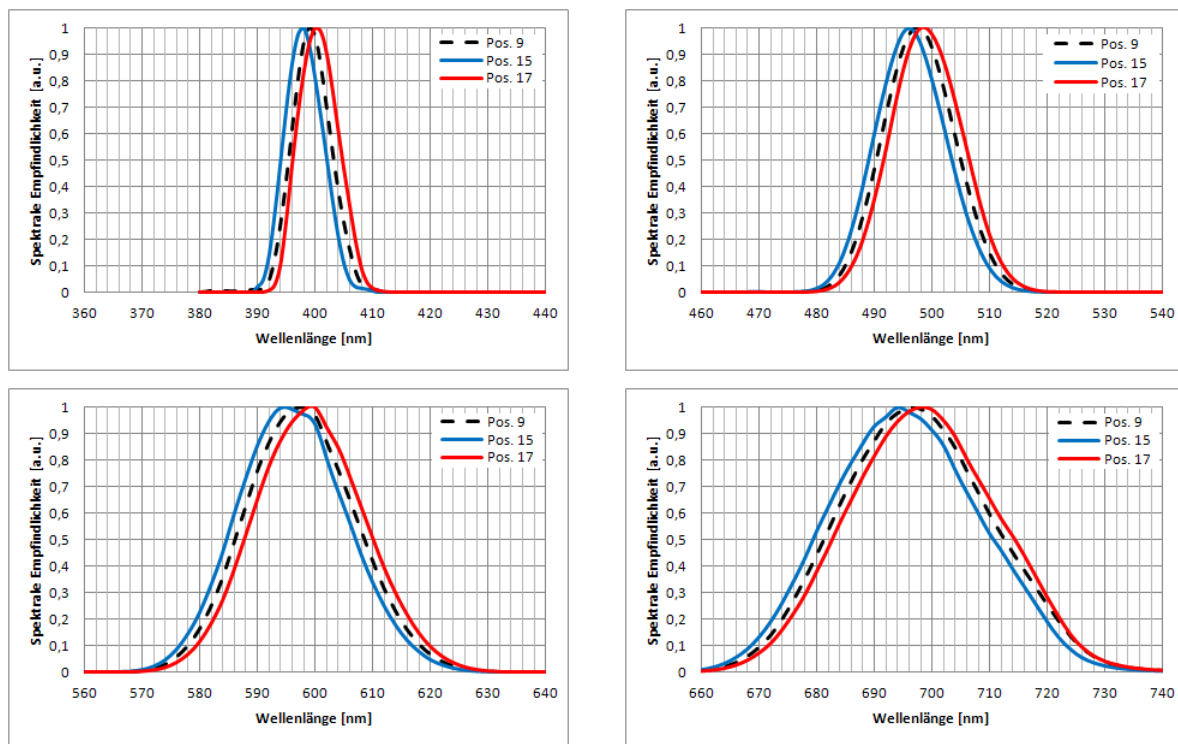


Abbildung 4: Ortsabhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit (normalisiert)

Die Unterschiede in den spektralen Empfindlichkeiten aus Abbildung 4 machen deutlich, dass die Transmission des LCTF sowohl vom Zenith- als auch vom Azimuthwinkel, unter welchem das Licht in den Filter einfällt, abhängt. Die Transmission des LCTF verschiebt sich zum einen in den blauen- (Pos. 15) und zum anderen in den roten (Pos. 17) Spektralbereich, wodurch auf ein jeweiliges Pixel bezogen, unterschiedliche spektrale Abtastraster realisiert werden.

Der beim LCTF festgestellte Effekt einer vom Zenith- und Azimutwinkel abhängigen Transmission unterscheidet sich maßgeblich vom Verhalten eines Interferenzfilters, dessen Transmission lediglich vom Zenithwinkel abhängt. Die Transmission eines Interferenzfilters verschiebt sich mit steigendem Einfallswinkel in den blauen Spektralbereich.

Wie in Kapitel 2 erwähnt bleiben Ortsabhängigkeiten der spektralen Empfindlichkeit in der gängigen Literatur normalerweise sowohl bei der Modellierung als auch bei der Messung unberücksichtigt. Die spektrale Empfindlichkeit wird über die Detektormatrix hinweg als quasi konstant in ihrer spektralen Form angenommen und unterscheidet sich von Pixel zu Pixel lediglich in ihrem Integral. Dieser Umstand kann ebenfalls mit dem in Kapitel 2 vorgestellten Modell beschrieben werden.

Betrachtet man hierzu Formel (3.1) und geht zusätzlich, neben der Annahme einer lambertförmigen Lichtquelle im Sichtbereich eines Pixels, davon aus, dass die spektrale Empfindlichkeit keine Abhängigkeiten vom Winkel bzw. vom Ort aufweist, so kann die spektrale Empfindlichkeit ebenfalls vor das Doppelintegral gezogen werden. Die von einem jeweiligen Ort und Winkel unabhängige spektrale Empfindlichkeit soll mit $R_{\Phi,K}(\lambda)$ bezeichnet werden. Beim verbleibenden Doppelintegral handelt es sich um den Geometrischen Leitwert $G_{Pixel,K}$. Das so entstehende Produkt $R_{\Phi,K}(\lambda) \cdot G_{Pixel,K}$ entspricht wieder der spektralen Empfindlichkeit $R_{L,Pixel,K}(\lambda)$. Die Unterschiede in den Integralen der spektralen Empfindlichkeit von Pixel zu Pixel werden im Modell daher nur auf die Unterschiede im geometrischen Leitwert zurückgeführt. Der geometrische Leitwert beschreibt das sogenannte Objektivshading (natürliche Vignettierung) bei der Annahme einer ansonsten idealen Abbildung.

Die Vorteile einer in ihrer spektralen Form konstanten spektralen Empfindlichkeit sind zum einen ein geringeres Datenvolumen an Kalibrierdaten, was die Auswertung einer Messung deutlich beschleunigt und zum anderen die einfachere Handhabung der Kalibrierdaten bei Rechenoperationen über die Detektormatrix hinweg. Desweiteren kann die Bestimmung der spektralen Empfindlichkeit separiert werden, indem eine Bestimmung der spektralen Empfindlichkeit des Teilsystems, bestehend aus Objektiv und Detektormatrix vorgenommen wird, mit einer anschließenden Gewichtung mit den für die Filter bestimmten Transmissionen.

Ob im Falle der in Abbildung 4 ermittelten spektralen Empfindlichkeiten von einer in ihrer spektralen Form quasi konstanten spektralen Empfindlichkeit ausgegangen werden kann, soll nachfolgend untersucht werden. Eine derartige quantitative Untersuchung kann jedoch immer nur für einen konkreten Anwendungsfall erfolgen und ist nur begrenzt auf andere Anwendungsfälle übertragbar.

Die Untersuchung erfolgt anhand einer niederdimensionalen Abtastung (17 Kanäle) des in Kapitel 3.2 erwähnten warmweißen LED-Normals. Wie auch im Kapitel 3.1 soll die Bestimmung von Normfarbwertanteilen als konkreter Anwendungsfall betrachtet werden. Zur Erzeugung eines hochdimensionalen Spektrums, welches zur Bestimmung der Normfarbwertanteile benötigt wird, werden sowohl die WI als auch die SI verwendet. Dies soll einen Vergleich beider Verfahren miteinander ermöglichen.

Die Untersuchung des Einflusses einer ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit, erfolgt dadurch, dass das warmweiße LED-Normal derart im Sichtbereich der Hyperspektralkamera platziert wird, dass eine Messung für die Positionen Pos. 9,

Pos. 15 und Pos. 17 ermöglicht wird. Nach erfolgter Messung kommen die nachfolgend aufgeführten Ansätze zur Rekonstruktion eines Spektrums zum Einsatz:

1. Für jede der Positionen (Pos. 9, Pos 15 und Pos. 17) wird die tatsächlich messtechnisch ermittelte spektrale Empfindlichkeit zur Rekonstruktion des Spektrums verwendet.
2. Die für Pos. 9 (optische Achse) ermittelte spektrale Empfindlichkeit wird in ihrer spektralen Form als repräsentativ für die spektrale Empfindlichkeit einer jeden Position der Detektormatrix betrachtet. Unterschiede in der spektralen Empfindlichkeit zeigen sich nur in ihrem integralen Wert von Pixel zu Pixel. Unterschiede in den Integralen können durch die Aufnahme eines Shadings korrigiert werden.

Bezüglich des zweiten Ansatzes ist anzumerken, dass prinzipiell immer nur von einer in ihrer spektralen Form quasi ortsunabhängigen spektralen Empfindlichkeit ausgegangen werden kann und das Shading daher Abhängigkeiten von der bei der Aufnahme verwendeten Lichtquelle zeigt. Um die tatsächlichen Unterschiede in den integralen Werten zu ermitteln, müsste eine ideal weiße Lichtquelle verwendet werden. Um eine von der verwendeten Lichtquelle unabhängige Untersuchung des Einflusses einer Verschiebung der Bandpässe zu ermöglichen, werden daher die für die 17 Positionen bestimmten spektralen Empfindlichkeiten zur rechnerischen Ermittlung der Integrale verwendet. Hierzu wird die spektrale Empfindlichkeit, welche für die optische Achse gemessen wurde, gemäß nachfolgender Formel skaliert.

$$R_{\Phi,K}(\lambda) \cdot G_{Pixel,K} = R_{L,Pixel,K}(\lambda) \stackrel{\text{def}}{=} \left[\int_{\Delta\lambda_K} R_{L,Pixel,K}(\lambda) d\lambda \right] \cdot \frac{R_{L,Ref,K}(\lambda)}{\int_{\Delta\lambda_K} R_{L,Ref,K}(\lambda) d\lambda} \quad (3.5)$$

Als Referenz (Index Ref in Formel (3.5)) für die spektrale Empfindlichkeit deren Form als repräsentativ für die gesamte Detektormatrix angesehen wird, wird die spektrale Empfindlichkeit verwendet, welche für die optische Achse bestimmt wurde. Als Maß dafür ob die pixelabhängige spektrale Empfindlichkeit bei der Bestimmung von Normfarbwertanteilen berücksichtigt werden sollte oder nicht, werden die MacAdam Ellipsen [23] verwendet (Spektrometermessung). Liegen im Falle des 2. Ansatzes alle Normfarbwertanteile innerhalb der 1-Schritt MacAdam Ellipse so muss die Ortsabhängigkeit der spektralen Empfindlichkeit (Abbildung 4) nicht berücksichtigt werden, weil keine Unterschiede in den ermittelten Normfarbwertanteilen von einem menschlichen Beobachter ausgemacht werden können. Diese Bedingung müsste für die meisten Anwendungsfälle ausreichend sein. Die durch die Verwendung der oben aufgeführten zwei Vorgehensweisen erzielten Ergebnisse sind in Abbildung 5 dargestellt.

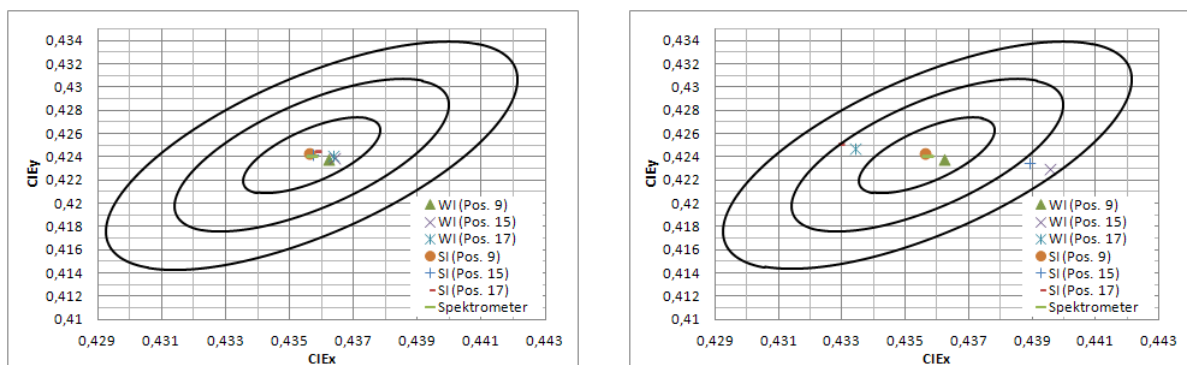


Abbildung 5: Einfluss auf die ermittelten Normfarbwertanteile bei Berücksichtigung der ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit (links) und bei Vernachlässigung der ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit (rechts)

Die ermittelten Normfarbwertanteile für den Fall, dass eine pixelabhängige spektrale Empfindlichkeit berücksichtigt wird, sind in Abbildung 5 rechts dargestellt. Gegenüber dem Referenzwert, welcher durch eine Spektrometermessung bestimmt wurde, besteht insbesondere bei der Verwendung der SI eine geringe Abweichung. Die Vernachlässigung der ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit ist hingegen in Abbildung 5 links dargestellt. Die dargestellten CIExy-Diagramme zeigen deutlich, dass eine Vernachlässigung der ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit zu, für einen Menschen wahrnehmbaren, Unterschieden in den Normfarbwertanteilen führen. Je nach Anwendung könnte diese Messabweichung fälschlicherweise zur Annahme einer Nichterfüllung von vorgegebenen Farbtoleranzen führen, sofern an den Rändern der Detektormatrix gemessen wird, Messungen auf der optischen Achse führen weiterhin zu einer geringen Abweichung zum Referenzwert. In Abhängigkeit davon, welche Anforderungen eine jeweilige Anwendung an die orts aufgelöste Bestimmung von Normfarbwertanteilen stellt, können nachfolgende Strategien gewählt werden. Wird die Abweichung durch die Vernachlässigung einer ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit als zu groß erachtet, muss diese entweder bei einer Messung und den danach folgenden Rechenoperationen berücksichtigt werden oder aber ein Objektiv mit größerer Brennweite gewählt werden, sodass die spektrale Empfindlichkeit für die jeweilige Anwendung als quasi konstant in ihrer spektralen Form angesehen werden kann. Hierbei ist anzumerken, dass mit der Wahl eines Objektivs mit größerer Brennweite das FOV der Hyperspektralkamera zunehmend verkleinert wird.

4 Fazit

Hyperspektralkameras besitzen im Gegensatz zu Multispektralkameras oder aber abbildenden Colorimetern den enormen Vorteil, dass eine große Anzahl an frei wählbaren (random access) Kanälen zur Rekonstruktion eines Spektrums verwendet werden kann. Diese große Anzahl an frei zur Verfügung stehenden Kanälen gewährleistet eine große Flexibilität beim Einsatz einer Hyperspektralkamera. So können z.B. Spektren mit großen Gradienten vermessen werden (bunte LEDs) zu deren Rekonstruktion eine große Anzahl an Kanälen verwendet werden muss oder aber relativ glatte Spektren für deren Rekonstruktion die Anzahl an Kanälen deutlich reduziert werden kann. Durch die Möglichkeit die Kanäle und die Anzahl an Kanälen, welche zur Rekonstruktion eines Spektrums verwendet werden sollen, frei zu wählen, obliegt es dem Benutzer einen Kompromiss zwischen der Geschwindigkeit und der Güte mit welcher ein Spektrum rekonstruiert wird, zu treffen. Multispektralkameras oder aber abbildende Colorimeter hingegen sind durch die Art und Weise wie eine Kalibrierung erfolgt und die Kanäle, mit welchen sie bestückt sind, für bestimmte Anwendungen optimiert und nur schwer für davon abweichende Anwendungen einsetzbar. Die erfolgten Untersuchungen zeigen, dass die in der vorliegenden Arbeit betrachtete Hyperspektralkamera unter der Berücksichtigung der ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit, bei der Verwendung eines Objektivs mit 50 mm Brennweite (Worst-Case), sowohl für die Bestimmung von Normfarbwertanteilen von bunten LED-Spektren (Entfaltung) als auch für die relativ schnelle Bestimmung von Normfarbwertanteilen von weißen LEDs (WI oder SI) eingesetzt werden kann. Die Verwendung eines Objektivs mit größerer Brennweite ermöglicht es jedoch auf Kosten des FOV der Hyperspektralkamera und in Abhängigkeit des Anwendungsfalls ggf. auf die Berücksichtigung der ortsabhängigen spektralen Empfindlichkeit zu verzichten.

5 Quellen

[1] URL:

<http://www.perkinelmer.com/Catalog/Product/ID/VARISPC>.

Zugegriffen: 04.06.2013

[2] **NIST**. *Self-study manual on optical radiation measurements*. Kapitel 1-3, S.15

[3] **Benjamin Ruggaber, Udo Krüger und Franz Schmidt**. *Ortsaufgelöste Messung der spektralen Strahldichte mit einer Multispektralkamera*. Proc. of 18. Workshop Farbbildverarbeitung, Darmstadt, Germany, 27-28 September 2012. ISBN 978-3-00-039639-7.

[4] **Alejandro Ribès und Francis Schmitt**. *Linear Inverse Problems in Imaging – An Introductory Survey*. IEEE Signal Processing Magazine (84) July 2008.

[5] **Jon Y. Hardeberg et al.**. *Multispectral image capture using a tunable filter*. Reprint from SPIE Proc. Vol. 3963, pp. 77-88.

[6] **Julie Klein**. *Spektrale Charakterisierung einer Multispektralkamera*. 16. Workshop Farbbildverarbeitung, 7.-8. Oktober 2010 Ilmenau.

[7] **Alejandro Ribès Cortès**. *Multispectral Analysis and Spectral Reflectance Reconstruction of Art Paintings*. Dissertation 2003.

[8] **Albert Tarantola**. *Inverse Problem Theory – and Methods for Model Parameter Estimation*. SIAM (2005).

[9] **S. Eichstädt et. al.** *Comparison of the Richardson-Lucy method and a classical approach for spectrometer bandpass correction*. Metrologia 50, 107 – 118 (2013).

[10] **Peter A. Jansson**. *Deconvolution of Images and Spectra*. Academic Press, Second Edition, 1997.

[11] **Raymond Gold**. *An Iterative Unfolding Method for Response Matrices*. Argonne National Laboratory. ANL 6984. (1964).

[12] **William Hadley Richardson**. *Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration*. Journal of the Optical Society of America. Volume 62 No.1. (1972).

[13] **L. B. Lucy**. *An iterative technique for the rectification of observed distributions*. The Astronomical Journal. Volume 79, No.6. (1974).

[14] **E. H. Moore**. *On the reciprocal of the general algebraic matrix*. Bulletin of the American Mathematical Society, 26, S. 394-395 (1920).

[15] **Roger Penrose**. *A generalized inverse for matrices*. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 51, S. 406-413 (1955).

[16] **William K. Pratt und Clanton E. Mancill**. *Spectral Estimation Techniques for the Spectral Calibration of a Color Image Scanner*. Applied Optics, 15, 73-75 (1976).

[17] **Henry R. Kang**. *Computational Color Technology*. SPIE Press (2006).

[18] URL:

<http://www.technoteam.de/>

Zugegriffen: 04.06.2013

[19] **Fred E. Nicodemus, George J. Zissis.** *Methods of Radiometric Calibration.* Report of BAMIRAC. Infrared Laboratory, Institute of Science and Technology, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan. 1962.

[20] **Lyot Bernard.** *Optical apparatus with wide field using interference of polarized light.* Acad. Sci, 197, 1933.

[21] **URL:**

www.spectralcameras.com/files/downloads/VariSpec_Technote.pdf.

Zugegriffen: 04.06.2013

[22] **Cambridge Research & Instrumentation (CRI). Inc.** *Varispec Liquid Crystal Tunable Filter Users Manual.* Revision 5.0. Juni 2004.

[23] **David L. MacAdam.** *Visual Sensitivities to Color Differences in Daylight.* JOSA, Vol. 32, Issue 5, pp. 247-273 (1942).

[24] **Benjamin Ruggaber, Udo Krüger und Franz Schmidt.** *Characterization of a Liquid-Crystal Tunable Filter Based Hyperspectral Camera.* Proc. of 12th International Colour Congresss. 8th – 12th July 2013, Newcastle Upon Tyne, England.