TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske, M.Sc. Christian Schwarz
Sommersemester 2023

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Algorithmen, Automaten und Komplexität – Übung 11

Abgabe bis zum 20. Juni um 11:00 Uhr vor der Übung bzw. im Briefkasten.

Aufgabe 1* — 4 Punkte

Gegeben sei der reguläre Ausdruck

$$r = (\varepsilon + 1 + 11)\left(0^+ (1 + 11)\, 0^*\right)^* 0.$$

Geben Sie einen NFA $\mathcal{N}$ mit $L(\mathcal{N}) = L(r)$ an.

Aufgabe 2* — 4 Punkte

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{\, w \in \{a\}^* : |w| \text{ ist eine Zweierpotenz} \,\}$$

über dem Alphabet $\{a\}$ nicht regulär ist. Welche Folgerung hat dies für die Menge der Wörter $w \in \{a\}^*$, deren Länge keine Zweierpotenz ist?

Aufgabe 3* — 3 Punkte

Wir betrachten das *Universalitätsproblem* für reguläre Sprachen:

Eingabe: NFA $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, I, \delta, F)$
Frage: Gilt $L(\mathcal{M}) = \Sigma^*$?

Geben Sie ein Verfahren an, welches das Universalitätsproblem löst. Welche Komplexität (polynomiell / exponentiell / ...) hat Ihr Verfahren?

Aufgabe 4

Gegeben seien die folgenden linearen Kongruenzen:

$$\begin{array}{ll} (1) & n \bmod 3 = 2 \\ (2) & n \bmod 2 = 1 \\ (3) & n \bmod 4 = 0 \end{array}$$

Ziel der Aufgabe ist es, die Menge der Lösungen eines solchen Systems von Kongruenzen durch einen Automaten zu beschreiben. Bearbeiten Sie dazu die folgenden Teilaufgaben:

(a) Geben Sie für jedes $i \in \{1, 2, 3\}$ einen DFA $\mathcal{M}_i$ über dem Alphabet $\{a\}$ an, sodass

$$L(\mathcal{M}_i) = \{a^n : n \text{ erfüllt Kongruenz } (i)\}.$$

(b) Überprüfen Sie mithilfe Ihrer DFAs aus (a), für welche $i \neq j$ aus $\{1, 2, 3\}$ die Kongruenzen (i) und (j) eine gemeinsame Lösung besitzen.

Aufgabe 5* — 4 Punkte

Betrachten Sie den folgenden DFA $\mathcal{D}$. Ermitteln Sie unter Verwendung des Verfahrens aus der Vorlesung, welche Zustände zueinander äquivalent sind. Geben Sie den entsprechenden Minimalautomaten grafisch an.