

Algorithmen, Automaten und Komplexität – Übung 12

Abgabe bis zum 27. Juni um 11:00 Uhr vor der Übung bzw. im Briefkasten.

Aufgabe 1*

1+2 Punkte

Wir betrachten die rechtslineare Grammatik $\mathcal{G} = (\{S, A, B, G, U\}, \{a, c, b\}, S, P)$ mit folgender Menge von Regeln P :

$$S \rightarrow aA \mid cG \mid bB \mid cU \quad A \rightarrow aA \mid cG \quad B \rightarrow bB \mid cU \quad G \rightarrow aU \mid bU \mid \varepsilon \quad U \rightarrow aG \mid bG.$$

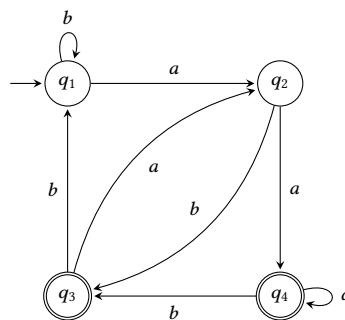
(a) Geben Sie jeweils eine Ableitung der Wörter c , caa , $aacbb$ und $bcaba$ in \mathcal{G} an.

(b) Geben Sie einen NFA \mathcal{M} mit $L(\mathcal{M}) = L(\mathcal{G})$ an.

Aufgabe 2*

2 Punkte

Gegeben sei der folgende NFA \mathcal{N} über dem Alphabet $\{a, b\}$:



Geben Sie eine rechtslineare Grammatik \mathcal{G} mit $L(\mathcal{G}) = L(\mathcal{N})$ an (vgl. Aufgabe 1).

Aufgabe 3*

2+2 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet. Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i eine kontextfreie Grammatik \mathcal{G}_i mit $L(\mathcal{G}_i) = L_i$ an:

(a) $L_1 = \{ a^i b a^j b a^{i+j} : i, j \in \mathbb{N} \}$.

(b) $L_2 = \Sigma^* \setminus \{ ww : w \in \Sigma^* \}$.

Bemerkung. Die Sprache $\{ ww : w \in \Sigma^* \}$ ist nicht kontextfrei (vgl. Aufgabe 6).

Aufgabe 4*

3 Punkte

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik \mathcal{G} über dem Alphabet $\{a, c, d\}$ mit Startvariable S und den folgenden Regeln:

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC \quad A \rightarrow B \mid C \mid cAd \mid \varepsilon \quad B \rightarrow S \mid Ba \quad C \rightarrow c.$$

Konstruieren Sie eine zu \mathcal{G} äquivalente kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform.

Aufgabe 5*

1+1+1 Punkte

Gegeben sind die folgenden kontextfreien Grammatiken $\mathcal{G}_1 = (\{S_1\}, \{a, b\}, S_1, P_1)$ und $\mathcal{G}_2 = (\{S_2\}, \{c, d\}, S_2, P_2)$ mit folgenden Regeln:

$$P_1: S_1 \rightarrow \varepsilon \mid aS_1bb$$
$$P_2: S_2 \rightarrow cd \mid cS_2d.$$

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- (a) Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik \mathcal{G}_\cup mit $L(\mathcal{G}_\cup) = L(\mathcal{G}_1) \cup L(\mathcal{G}_2)$.
- (b) Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik \mathcal{G}_\circ mit $L(\mathcal{G}_\circ) = L(\mathcal{G}_1) \cdot L(\mathcal{G}_2)$.
- (c) Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik \mathcal{G}_* mit $L(\mathcal{G}_*) = L(\mathcal{G}_1)^*$.

Aufgabe 6

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache $L = \{ ww : w \in \Sigma^* \}$ nicht kontextfrei ist.