

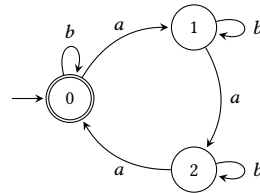
## Algorithmen, Automaten und Komplexität – Übung 13

Abgabe bis zum 04. Juli um 11:00 Uhr vor der Übung bzw. im Briefkasten.

### Aufgabe 1\*

3+3 Punkte

Gegeben sei der folgende NFA  $\mathcal{N}$  über dem Alphabet  $\{a, b\}$ :



Dann ist  $L(\mathcal{N}) = \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a \equiv 0 \pmod{3}\}$ .

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- Konstruieren Sie einen PDA  $\mathcal{M}$ , der die Sprache  $L = \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = |w|_b\}$  akzeptiert. Geben Sie eine akzeptierende Berechnung von  $\mathcal{M}$  auf dem Wort  $aabbba$  an.
- Konstruieren Sie aus  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{N}$  einen PDA  $\mathcal{P}$ , der die Sprache  $L(\mathcal{M}) \cap L(\mathcal{N})$  akzeptiert. Geben Sie eine akzeptierende Berechnung von  $\mathcal{P}$  auf dem Wort  $abbbaa$  an.

### Aufgabe 2\*

2+2+3+3 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik  $\mathcal{G} = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$  mit den folgenden Regeln:

$$S \rightarrow SS \mid AC \mid BD \mid AB \mid BA \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow b \quad C \rightarrow SB \quad D \rightarrow SA$$

- Geben Sie einen Kellerautomaten  $\mathcal{M}$  mit  $L(\mathcal{M}) = L(\mathcal{G})$  an (vgl. Lemma 3.5).

Weiterhin betrachten wir die beiden Wörter  $w_1 = abbbaaba$  und  $w_2 = abbab$ . Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben jeweils für  $i = 1$  und  $i = 2$ :

- Überprüfen Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, ob  $w_i$  von  $\mathcal{G}$  erzeugt wird.
- Bestimmen Sie im Falle  $w_i \in L(\mathcal{G})$  eine Ableitung, einen Ableitungsbaum sowie eine Berechnung Ihres Kellerautomaten  $\mathcal{M}$  für das Wort  $w_i$ .

### Aufgabe 3\*

2 Punkte

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache  $L = \{a^{n!} : n \in \mathbb{N}\}$  über dem Alphabet  $\{a, b\}$  nicht kontextfrei ist.

### Aufgabe 4

Nach Lemma 3.7 ist der Schnitt einer kontextfreien Sprache mit einer regulären Sprache wieder kontextfrei. Wir untersuchen in dieser Aufgabe weitere solcher Abschlusseigenschaften. Seien dazu  $K \subseteq \Sigma^*$  eine kontextfreie Sprache und  $L \subseteq \Sigma^*$  eine reguläre Sprache.

- Ist  $K \setminus L$  kontextfrei?
- Ist  $L \setminus K$  kontextfrei?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.