TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske, M.Sc. Christian Schwarz
Sommersemester 2023

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Algorithmen, Automaten und Komplexität – Übung 14

Abgabe bis zum 11. Juli um 11:00 Uhr vor der Übung bzw. im Briefkasten.

Aufgabe 1*

4 Punkte

Geben Sie eine Turingmaschine M über dem Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$ an, sodass

$$L(M) = \{\, w\, w^{\mathrm{R}} : w \in \Sigma^* \,\}\,.$$

Aufgabe 2*

4 Punkte

Wir betrachten das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ und fassen Wörter $w \in \Sigma^+$ als Binärzahlen auf (u.U. mit führenden Nullen). Zum Beispiel sind 110 und 0110 Binärdarstellungen der Dezimalzahl 6.
Geben Sie eine Turingmaschine M grafisch an, welche bei Eingabe einer Binärzahl $b \in \{0, 1\}^+ \setminus \{0\}^*$ diese um 1 dekrementiert. Zum Beispiel kann bei Eingabe 1100 am Ende 1011 auf dem Band stehen. Bei Eingabe $b \in \{0\}^*$ soll der Bandinhalt gelöscht und das Wort FEHLER $\in$ {F,E,H,L,R}* auf das Band geschrieben werden.

Aufgabe 3*

1+2+2+0 Punkte

Sei Σ ein Alphabet. Begründen Sie, dass für entscheidbare Sprachen $L, K \subseteq \Sigma^*$ auch die folgenden Sprachen wieder entscheidbar sind:

(a) $\Sigma^* \setminus L$

(b) $L \cup K$

(c) $L \cdot K = \{\, uw : u \in L \text{ und } w \in K \,\}$

(d) (Diese Teilaufgabe wird nicht bewertet) $L^* = \{\, u_1 u_2 \cdots u_n : n \geq 0 \text{ und } u_1, \ldots, u_n \in L \,\}$

Aufgabe 4*

2 Punkte

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \left\{ w \in \{0, 1\}^* : w \in L_{\mathrm{TM}} \implies L(M_w) = \Sigma^* \right\}$$

nicht entscheidbar ist.