TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske, M.Sc. Christopher Hugenroth
WS 2022/2023

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Automaten und formsle Sprachen – Übung 3

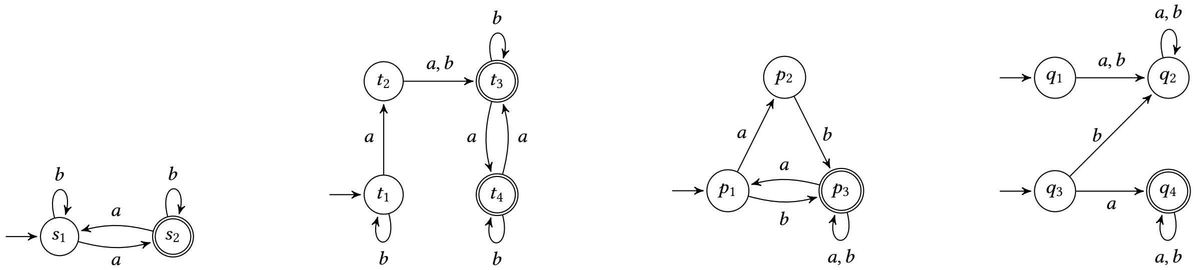
Abgabe: bis Freitag, der 11. November 2022, um 11:11 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Aufgabe 1* 2+2 Punkte

Es sind die DFAs M_1 und M_2 und die NFAs M_3 und M_4 (von links nach rechts) gegeben.



Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben für alle $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(a) Geben Sie jeweils zwei Wörter an, die von M_i akzeptiert bzw. nicht akzeptiert werden.

(b) Geben Sie (analog zur nächsten Aufgabe) eine Beschreibung der Sprache $L(M_i)$ an.

Aufgabe 2* 4 Punkte

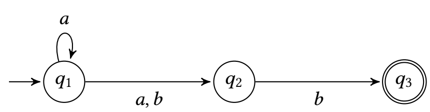
Betrachten Sie die nachfolgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid baab \text{ ist ein Infix von } w\}$$
$$L_2 = \left\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } ba(a)^k \text{ für ein } k \geq 1\right\}$$
$$L_3 = \Sigma^* \setminus \{a, aab, ba\}$$
$$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ endet auf } baa\}$$

Geben Sie für alle $i \in \{1, 2\}$ jeweils einen DFA M_i mit $L(M_i) = L_i$ und für alle $i \in \{3, 4\}$ jeweils einen NFA M_i mit $L(M_i) = L_i$ grafisch an. Wählen Sie jeweils zwei Wörter aus L_i und $\Sigma^* \setminus L_i$ aus und überprüfen Sie, ob M_i auf diesen korrekt arbeitet.

Aufgabe 3* 2 Punkte

Verwenden Sie die Potenzmengenkonstruktion, um den nachfolgenden NFA in äquivalente DFA umzuwandeln.



Hinweis: : Es genügt, wenn Sie den vom Startzustand aus erreichbaren Teil des Potenzmengenautomaten angeben.

Bitte wenden!

Aufgabe 4* $\boxed{\text{4 Punkte}}$

Sei Σ ein Alphabet. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ sei $\mathrm{MW}(L) = \{u \in L \mid \text{ es existiert } \textit{kein}\, v \in \Sigma^+ \text{ mit } uv \in L\}$ die Menge der Wörter in L, die keine echte Erweiterung in L haben. $\mathrm{MW}(L)$ enthält also gewisse maximale Wörter aus L. Zum Beispiel gilt $\mathrm{MW}(\Sigma^*) = \emptyset$ und $\mathrm{MW}(\{a, ab\}) = \{ab\}$.

Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter der Operation MW abgeschlossen ist, d.h. dass für jede reguläre Sprache L auch $\mathrm{MW}(L)$ regulär ist.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Die *Spiegelung eines Wortes* $w = w_1 w_2 \ldots w_n \in \Sigma^*$ sei $w^R := w_n w_{n-1} \ldots w_1$ für $w_i \in \Sigma$ für alle $1 \leq i \leq n$. Die *Spiegelung einer Sprache* L sei $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$. Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen ist.

Aufgabe 6

Geben Sie zu den Sprachen L_a, L_b reguläre Ausdrücke α, β so an, dass $L(\alpha) = L_a$ und $L(\beta) = L_b$.

(a) $L_a = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{ entweder kommen } a \text{ und } b \text{ in } w \text{ vor oder weder } a \text{ noch } b\}$

(b) $L_b = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ enthält } \textbf{nicht} \text{ das Infix } bc\}$

Aufgabe 7

Sei Σ ein Alphabet (eine endliche Menge). Zeigen Sie, dass Σ^* abzählbar ist.