

Automaten und formale Sprachen – Übung 6

Abgabe: bis Freitag, der 06. Januar 2023, um 11:00 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

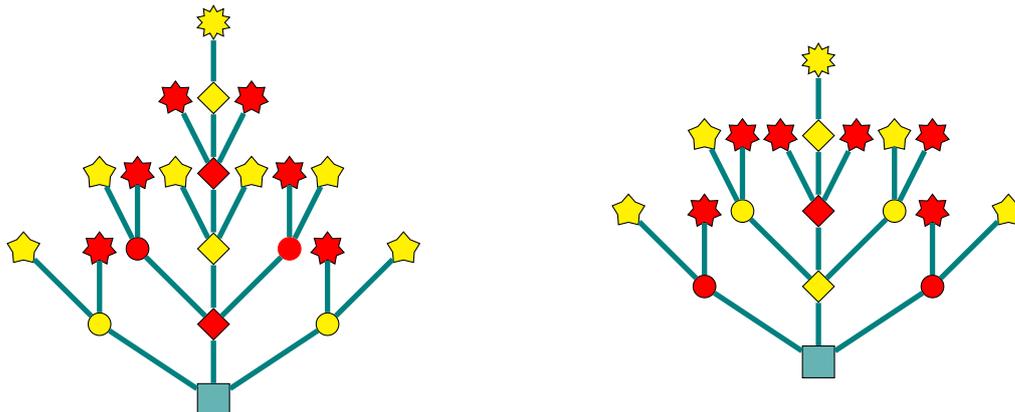
Bonusaufgaben

Aufgabe 1*

2+1+1 Punkte

Wie jedes Jahr zu Weihnachten möchte der Weihnachtsmann seine Wohnung mit unendlich vielen Weihnachtsbäumen dekorieren. Dazu generiert er normalerweise Ableitungsbäume einer schönen kontextfreien Grammatik und druckt diese anschließend mit seinem 2D-Drucker aus. Allerdings hat ein Wichtel die kontextfreie Grammatik verschleppt, die der Weihnachtsmann sonst immer nutzt. Jetzt ist der Weihnachtsmann verzweifelt, da ihm nicht einfällt, wie genau die Grammatik aussah. Helfen Sie dem Weihnachtsmann indem Sie die folgenden Teilaufgaben bearbeiten!

- (a) Der Weihnachtsmann hat noch die unten abgebildeten Bäume vom letzten Jahr aufbewahrt.



Geben Sie eine möglichst einfache Grammatik G an (formal als Tupel), die zu den beiden gegebenen Ableitungsbäumen passt.

- (b) Geben Sie einen Ableitungsbaum ihrer Grammatik an, dessen Blattwort mindestens Länge 15 hat.
(c) Begründen Sie, dass ihre Grammatik tatsächlich unendlich viele (verschiedene) Ableitungsbäume erzeugen kann.

Bitte wenden!

Aufgabe 2*

1+1+1 Punkte

Konstruieren Sie zu zwei kontextfreien Grammatiken $G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$

- eine kontextfreie Grammatik G_{\cup} mit $L(G_{\cup}) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
- eine kontextfreie Grammatik G_{\cdot} mit $L(G_{\cdot}) = L(G_1) \cdot L(G_2)$.
- eine kontextfreie Grammatik G_{*} mit $L(G_{*}) = L(G_1)^*$.

Aufgabe 3*

3+4+1 Punkte

Betrachten Sie die nachstehende Grammatik G mit Startsymbol S :

$$S \rightarrow AB \mid BA \quad A \rightarrow SB \mid a \mid \varepsilon \quad B \rightarrow bBa \mid b$$

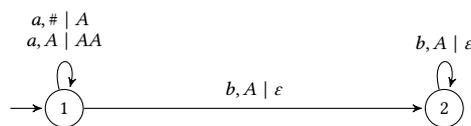
- Überführen Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform.
- Entscheiden Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, welche der Wörter $w_1 = bbba$ und $w_2 = bbabb$ von Ihrer in (a) berechneten Grammatik erzeugt werden.
- Geben Sie für diejenigen Wörter aus Aufgabe (b), die von der Grammatik G erzeugt werden, jeweils einen Ableitungsbaum und eine Linksableitung an.

Präsenzaufgaben

Grafische Darstellung von Kellerautomaten Kellerautomaten lassen sich, ganz ähnlich wie DFAs und NFAs, grafisch darstellen. Eine Transition $(q, \alpha) \in \delta(p, a, A)$ wird dabei durch eine mit $a, A \mid \alpha$ beschriftete Kante von p nach q repräsentiert. Beispielsweise steht im PDA M aus Aufgabe 4 die Kante zwischen den Zuständen 1 und 2 für $(2, \varepsilon) \in \delta(1, b, A)$. Sind im Folgenden Kellerautomaten zu konstruieren, so geben Sie diese bitte immer (nur) grafisch an.

Aufgabe 4

Wir betrachten den PDA M mit folgender grafischen Darstellung mit Kellerinitialisierungszeichen #:



- Gilt $aabb \in L(M)$? Gilt $aabbbb \in L(M)$?
- Geben Sie eine einfache, aber präzise Beschreibung von $L(M)$ an.

Aufgabe 5

Sei $L = \{a^n b a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

- Geben Sie einen PDA M_1 an mit $L(M_1) = L$.
- Geben Sie einen PDA M_2 mit genau einem Zustand an mit $L(M_2) = L$.