

Automaten und formale Sprachen – Übung 8

Abgabe: bis Mittwoch, der 01. Februar 2023, um 13:00 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Aufgabe 1*

2+1+2+1 Punkte

Ziel dieser Aufgabe ist es, zu zeigen, dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Vereinigung abgeschlossen ist. Bearbeiten Sie dazu folgende Teilaufgaben:

- Zeigen Sie, dass die Sprache $\{a^k b^l c^m \mid k, l, m \in \mathbb{N}, k \neq l\}$ deterministisch kontextfrei ist.
- Folgern Sie aus (a), dass $L = \{a^k b^l c^m \mid k, l, m \in \mathbb{N}, k \neq l \text{ oder } k \neq m \text{ oder } l \neq m\}$ kontextfrei ist.
- Angenommen, L wäre deterministisch kontextfrei. Zeigen Sie, dass unter dieser Annahme auch die Sprache $K = \{a^m b^m c^m \mid m \in \mathbb{N}\}$ kontextfrei wäre.

Hinweis: Verwenden Sie Ergebnisse aus Vorlesung 14.

- Folgern Sie unter Verwendung aus (a) und (c), dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Vereinigung abgeschlossen ist.

Hinweis: Die Sprache K ist nicht kontextfrei, vgl. Vorlesung 14.

Aufgabe 2*

9 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Entscheiden Sie für jede der folgenden Sprachen, ob sie regulär, deterministisch kontextfrei und nicht regulär, kontextfrei und nicht deterministisch kontextfrei bzw. nicht kontextfrei ist. Beweisen Sie Ihre Aussagen.

- $J = \{a^n b a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $K = \{w c (w^R) \mid w \in \Sigma^*\}$
Hinweis: Dabei ist $w^R := w_n w_{n-1} \dots w_1$ für $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$ mit $w_i \in \Sigma$ für alle $1 \leq i \leq n$.
- $L = \{s \# t \mid s, t \in \Sigma^* \text{ und } s \text{ ist ein Infix von } t\}$
- $M = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}\} \cup \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Präsenzaufgaben

Aufgabe 3

In dieser Aufgabe zeigen wir, dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Konkatenation abgeschlossen ist.

- Zeigen Sie, dass $L_2 = \{b^i c^j d^k \mid i \neq j\} \cup \{a b^i c^j d^k \mid j \neq k\}$ deterministisch kontextfrei ist.
- Die Sprache $L_1 = \{a\}^*$ ist deterministisch kontextfrei.
Zeigen Sie, dass $L_1 \cdot L_2$ nicht deterministisch kontextfrei ist.

Aufgaben zum Selbststudium

Aufgabe 4

Berechnen Sie zu dem unten angegebenen DFA M den minimalen DFA N mit $L(N) = L(M)$. Verwenden Sie dazu das Verfahren aus der Vorlesung.

