TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske, M.Sc. Christopher Hugenroth
WS 2023/2024

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Automaten und formale Sprachen – Übung 2

Abgabe: bis Freitag, der 10. November 2023, um 11:00 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

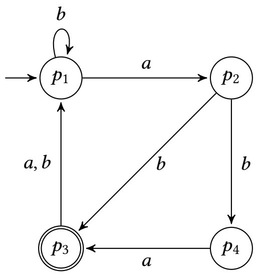
Heften Sie bitte alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Aufgabe 1*

2 Punkte

Betrachten Sie den folgenden NFA N:

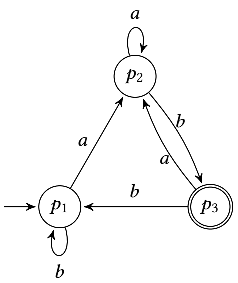


Konstruieren Sie mittels Potenzmengenkonstruktion einen DFA M mit $L(M) = L(N)$. Es genügt den erreichbaren Teil von M anzugeben.

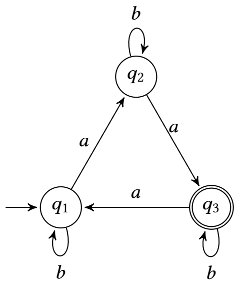
Aufgabe 2*

1+1+1 Punkte

Gegeben seien die folgenden DFAs M_1 und M_2.



M_1



M_2

Nutzen Sie Folien 4.9 bis 5.4 um folgende Automaten zu konstruieren:

(a) einen DFA $M_\cap$ mit $L(M_\cap) = L(M_1) \cap L(M_2)$,

(b) einen NFA $M_\cdot$ mit $L(M_\cdot) = L(M_1) \cdot L(M_2)$ und

(c) einen NFA M_* mit $L(M_*) = L(M_1)^*$.

Aufgabe 3*

2+2 Punkte

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Für jeden NFA $M = (Z, \Sigma, S, \delta, E)$ existiert ein NFA $M' = (Z', \Sigma, S', \delta', E')$ mit $L(M) = L(M')$ und $|E'| = 1$.

(b) Für jeden NFA $M = (Z, \Sigma, S, \delta, E)$ existiert ein NFA $M' = (Z', \Sigma, S', \delta', E')$ mit $L(M) = L(M')$, $|S'| = 1$ und $|Z'| = |Z| + 1$.

Aufgabe 4* 4 Punkte

Sei Σ ein Alphabet. In dieser Aufgabe betrachten wir die Operation

$$\text{Insert}(L_1, L_2) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } x \in \Sigma^*, y, z \in \Sigma^+ : w = xyz, xz \in L_1 \text{ und } y \in L_2\},$$

wobei $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ Sprachen sind.
Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter dieser Insert-Operation abgeschlossen ist.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Geben Sie zu den Sprachen L_a, L_b reguläre Ausdrücke α, β so an, dass $L(\alpha) = L_a$ und $L(\beta) = L_b$.

(a) $L_a = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \text{ entweder kommen } a \text{ und } b \text{ in } w \text{ vor oder weder } a \text{ noch } b\}$

(b) $L_b = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ enthält } \textbf{nicht} \text{ das Infix } bc\}$

Aufgabe 6

Die *Spiegelung eines Wortes* $w = a_1 a_2 \ldots a_n \in \Sigma^*$ sei $w^R := a_n a_{n-1} \ldots a_1$ für $a_i \in \Sigma$ für alle $1 \leq i \leq n$. Die *Spiegelung einer Sprache* L sei $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$. Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen ist.

Aufgabe 7

Sei Σ ein Alphabet (eine endliche Menge). Zeigen Sie, dass Σ^* abzählbar ist.