TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske, M.Sc. Christopher Hugenroth
WS 2023/2024

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Automaten und formale Sprachen – Übung 3

Abgabe: bis Freitag, der 24. November 2023, um 11:00 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

Heften Sie bitte alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Aufgabe 1* — 2+2 Punkte

Geben Sie zu den Sprachen L_a, L_b reguläre Ausdrücke α, β so an, dass $L(\alpha) = L_a$ und $L(\beta) = L_b$.

(a) $L_a = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid$ entweder kommen a und b in w vor oder weder a noch $b\}$

(b) $L_b = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w$ enthält **nicht** das Infix $bc\}$

Aufgabe 2* — 3 Punkte

Die *Spiegelung eines Wortes* $w = a_1a_2 \ldots a_n \in \Sigma^*$ sei $w^R := a_na_{n-1} \ldots a_1$ für $a_i \in \Sigma$ für alle $1 \leq i \leq n$. Die *Spiegelung einer Sprache* L sei $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$. Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen ist.

Hinweis: Es kann hilfreich sein reguläre Ausdrücke zu betrachten.

Aufgabe 3* — 2 Punkte

Geben Sie in Ihren eigenen Worten die wichtigsten Schritte des Beweises des Pumping-Lemmas (6.11f) wieder.

Aufgabe 4* — 3+3 Punkte

Verwenden Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, um zu zeigen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$

(b) $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w^R = w\}$ (w^R ist definiert wie in Aufgabe 2 angegeben)

Hinweis: Orientieren Sie sich an dem Beweis auf Folie 6.13f.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

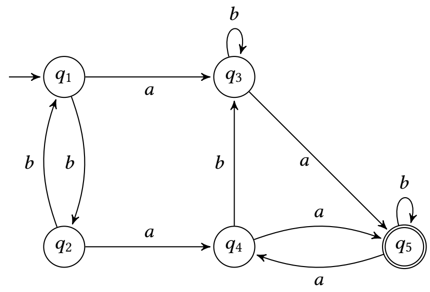
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. Unter der *Verdopplung von L* verstehen wir die Sprache

$$2 * L := \{ww \mid w \in L\} .$$

Überprüfen Sie, ob die Klasse der regulären Sprachen unter Verdopplung abgeschlossen ist. Beweisen Sie Ihre Behauptung!

Aufgabe 6

Gegeben sei der folgenden DFA M.



Sei $L = L(M)$. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

(a) Geben Sie einen DFA an, der $(ba)^{-1}L$ akzeptiert.

(b) Wie viele verschiedene Linksquotienten kann L höchstens haben?

Aufgabe 7

Sei Σ ein Alphabet (eine endliche Menge). Zeigen Sie, dass Σ^* abzählbar ist.