

Automaten und formale Sprachen – Übung 6

Abgabe: bis Freitag, der 19. Januar 2024, um 11:00 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

Heften Sie bitte alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Aufgabe 1*

3 Punkte

Geben Sie für unten angegebene kontextfreie Grammatik G eine kontextsensitive Grammatik G' an, sodass $L(G') = L(G)$. Gehen Sie dabei vor wie auf Folie 9.23ff.

$$S \rightarrow ASA \mid B \qquad A \rightarrow aA \mid B \qquad B \rightarrow bC \mid C \qquad C \rightarrow Bc \mid \varepsilon$$

Aufgabe 2*

4 Punkte

Sei G die Grammatik mit Startvariable A_1 und den folgenden Produktionen:

$$A_1 \rightarrow 0 \mid A_2A_2 \\ A_2 \rightarrow 1 \mid A_1A_1$$

Konstruieren Sie mithilfe des Verfahrens aus der Vorlesung eine Grammatik G' in Greibach-Normalform mit $L(G') = L(G)$.

Aufgabe 3*

1+1+1 Punkte

Konstruieren Sie zu den zwei kontextfreien Grammatiken $G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$

- eine kontextfreie Grammatik G_\cup mit $L(G_\cup) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
- eine kontextfreie Grammatik G_\cdot mit $L(G_\cdot) = L(G_1) \cdot L(G_2)$.
- eine kontextfreie Grammatik G_* mit $L(G_*) = L(G_1)^*$.

Aufgabe 4*

4 Punkte

Wir betrachten arithmetische Ausdrücke in Postfixnotation über den Konstanten 0,1,2 und mit den Operatoren + (Addition) und \cdot (Multiplikation). Hierbei werden zuerst die Operanden und dann der Operator notiert. Zum Beispiel entspricht 12+ dem Ausdruck $(1 + 2)$ und 012++2 \cdot entspricht $((0 + (1 + 2)) \cdot 2)$. Geben Sie einen Kellerautomaten an, der genau die arithmetischen Ausdrücke in Postfixnotation akzeptiert, die modulo 3 zu 0 ausgewertet werden.

Hinweis: Es gibt so einen Kellerautomaten mit Kelleralphabet $\Gamma = \{\#, 0, 1, 2\}$.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Entscheiden Sie für jede der folgenden Sprachen, ob sie kontextfrei ist. Geben Sie einen entsprechenden Beweis an, falls eine Sprache nicht kontextfrei ist.

- $L_a = \{a^k b^m a^{k+m} \mid k, m \in \mathbb{N}\}$
- $L_b = \{a^k b^m a^{k \cdot m} \mid k, m \in \mathbb{N}\}$