

## Automaten und formale Sprachen – Übung 7

Besprechung: Freitag, der 02. Februar 2024, um 11:00 Uhr

### Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1

Ziel dieser Aufgabe ist es, zu zeigen, dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Vereinigung abgeschlossen ist. Bearbeiten Sie dazu folgende Teilaufgaben:

- (a) Zeigen Sie, dass die Sprache  $\{a^k b^l c^m \mid k, l, m \in \mathbb{N}, k \neq l\}$  deterministisch kontextfrei ist.
- (b) Folgern Sie aus (a), dass  $L = \{a^k b^l c^m \mid k, l, m \in \mathbb{N}, k \neq l \text{ oder } k \neq m \text{ oder } l \neq m\}$  kontextfrei ist.
- (c) Angenommen,  $L$  wäre deterministisch kontextfrei. Zeigen Sie, dass unter dieser Annahme auch die Sprache  $K = \{a^m b^m c^m \mid m \in \mathbb{N}\}$  kontextfrei wäre.

*Hinweis:* Verwenden Sie Ergebnisse aus Vorlesung 14.

- (d) Folgern Sie unter Verwendung aus (a) und (c), dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Vereinigung abgeschlossen ist.

*Hinweis:* Die Sprache  $K$  ist nicht kontextfrei, vgl. Vorlesung 14.

#### Aufgabe 2

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Entscheiden Sie für jede der folgenden Sprachen, ob sie regulär, deterministisch kontextfrei und nicht regulär, kontextfrei und nicht deterministisch kontextfrei bzw. nicht kontextfrei ist. Beweisen Sie Ihre Aussagen.

(a)  $J = \{a^n b a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

(b)  $K = \{w c (w^R) \mid w \in \Sigma^*\}$

*Hinweis:* Dabei ist  $w^R := w_n w_{n-1} \dots w_1$  für  $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$  mit  $w_i \in \Sigma$  für alle  $1 \leq i \leq n$ .

(c)  $L = \{s \# t \mid s, t \in \Sigma^* \text{ und } s \text{ ist ein Infix von } t\}$

(d)  $M = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}\} \cup \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

#### Aufgabe 3

In dieser Aufgabe zeigen wir, dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Konkatenation abgeschlossen ist.

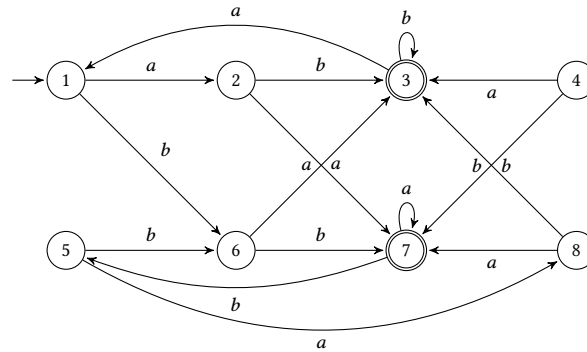
(a) Zeigen Sie, dass  $L_2 = \{b^i c^j d^k \mid i \neq j\} \cup \{a b^i c^j d^k \mid j \neq k\}$  deterministisch kontextfrei ist.

- (b) Die Sprache  $L_1 = \{a\}^*$  ist deterministisch kontextfrei.  
Zeigen Sie, dass  $L_1 \cdot L_2$  nicht deterministisch kontextfrei ist.

## Aufgaben zum Selbststudium

### Aufgabe 4

Berechnen Sie zu dem unten angegebenen DFA  $M$  den minimalen DFA  $N$  mit  $L(N) = L(M)$ . Verwenden Sie dazu das Verfahren aus der Vorlesung.



### Aufgabe 5

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik  $G$  mit Startsymbol  $S$  und den nachstehenden Produktionen:

$$S \rightarrow Z \mid (S + S) \mid (S * S) \quad Z \rightarrow Q \mid PY \quad Y \rightarrow Q \mid YY \mid \varepsilon \quad Q \rightarrow 0 \mid P \quad P \rightarrow 1$$

Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

- Geben Sie eine Ableitung des Wortes  $w = (100 + 1)$  in  $G$  an und geben Sie eine kurze, aber präzise Beschreibung von  $L(G)$  an.
- Überführen Sie  $G$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine äquivalente Grammatik  $G'$  in Chomsky-Normalform.
- Geben Sie eine Ableitung des Wortes  $w$  in  $G'$  an.