

Automaten und Formale Sprachen – Übung 1

Abgabe: bis Freitag, 25. Oktober 2024, um 11:00 Uhr im Briefkasten vorm Raum Z1047 oder vor der Übung.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

5 Punkte

Entscheiden Sie für jede der folgenden Mengen, ob sie eine formale Sprache ist. Wenn ja, geben sie ein geeignetes Alphabet Σ an.

- | | |
|--|---|
| (a) die Menge der Namen der Einwohner Pekings in chinesischen Schriftzeichen | (d) die Menge aller geraden Primzahlen echt größer 2 |
| (b) die Menge aller deutschen Städte | (e) die Menge der Dezimaldarstellungen nat. Zahlen |
| (c) die Menge aller natürlichen Zahlen | (f) die Menge der Dezimaldarstellungen reeller Zahlen |

Aufgabe 2*

6 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Unter den folgenden 16 Sprachen über Σ befinden sich acht Paare gleicher Sprachen. Finden Sie heraus, welche Sprachen gleich sind und begründen Sie jeweils in maximal zwei Sätzen, warum die entsprechende Gleichheit gilt.

$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w _a = w _b\}$	$L_9 = L_1 \cap \{a\}^* \{b\}^*$
$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w _a + w _b + w _c = w \}$	$L_{10} = L_1 \cap \{w \in \Sigma^* \mid w _b = w _c\}$
$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w _b + w _c = w \}$	$L_{11} = L_4 L_5$
$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w _a = 0\}$	$L_{12} = L_2 \setminus L_4$
$L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid w _a = 2\}$	$L_{13} = L_1^3$
$L_6 = \{\{a\}^* \cup \{b\}^* \cup \{c\}^*\}^+$	$L_{14} = \{ab\}^+$
$L_7 = \{a\}\{ba\}^*\{b\}$	$L_{15} = \Sigma^* \{a\} \Sigma^*$
$L_8 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$	$L_{16} = \{w \in \Sigma^* \mid w _a = w _b = w _c\}$

Aufgabe 3*

1+1+1+1 Punkte

Im Folgenden sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $L \subseteq \Sigma^*$ eine beliebige Sprache über Σ .

- Zeigen oder widerlegen Sie, dass $L^* = (L^2)^*$ gilt.
- Zeigen oder widerlegen Sie, dass $L^* = (L^*)^2$ gilt.
- Geben Sie eine Folge von Sprachen $(K_n)_{n \in \mathbb{N}}$ so an, dass $K_n \subseteq \Sigma^*$ genau n Wörter besitzt und $(K_n)^2$ möglichst *wenige* Wörter enthält für alle $n \in \mathbb{N}$. Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie eine Folge von Sprachen $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$ so an, dass $L_n \subseteq \Sigma^*$ genau n Wörter besitzt und $(L_n)^2$ möglichst *viele* Wörter enthält für alle $n \in \mathbb{N}$. Begründen Sie Ihre Antwort.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4

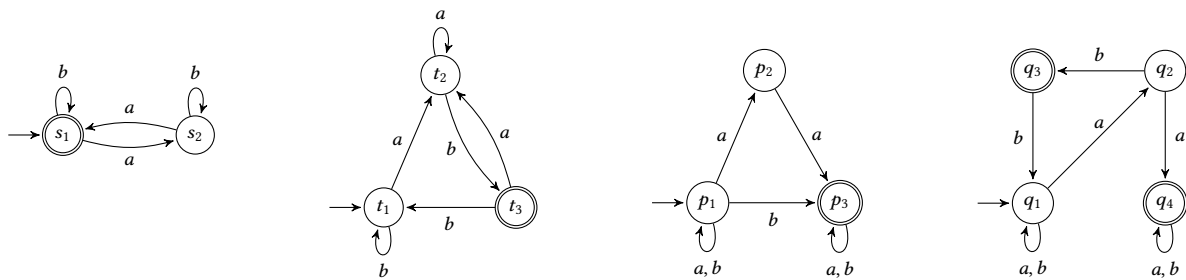
Geben Sie Grammatiken G_1 und G_2 an, sodass folgende Sprachen erzeugt werden.

- (a) $L(G_1) = \Sigma^* \{a\} \Sigma^* \cup \Sigma^* \{b\} \Sigma^*$ für $\Sigma = \{a, b, c\}$.
 (b) $L(G_2) = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^* : w \text{ startet mit einem } b\}$

Hinweis: Für $w = a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n$ mit $a_i \in \Sigma$ sei $w^R = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$ das umgekehrte Wort.

Aufgabe 5

Es sind die DFAs M_1 und M_2 und die NFAs M_3 und M_4 (von links nach rechts) gegeben.



Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben für alle $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

- (a) Geben Sie jeweils zwei Wörter an, die von M_i akzeptiert bzw. nicht akzeptiert werden.
 (b) Geben Sie eine kurze aber präzise Beschreibung der Sprache $L(M_i)$ an.

Aufgabe 6

Konstruieren Sie mit der Potenzmengenkonstruktion einen DFA, der die gleiche Sprache akzeptiert, wie M_3 aus Aufgabe 5.