

Automaten und Formale Sprachen – Übung 3

Abgabe: bis Freitag, 22. November 2024, um 11:00 Uhr im Briefkasten vorm Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

2 Punkte

Sei $M = (Z, \Sigma, S, \delta, E)$ ein beliebiger NFA. Zeigen sie, dass es einen NFA $M' = (Z', \Sigma, S', \delta', E')$ mit $L(M) = L(M')$, $|E'| = 1$ und $|Z'| \leq |Z| + 1$ gibt.

Aufgabe 2*

2+2 Punkte

Geben Sie zu den Sprachen L_a, L_b reguläre Ausdrücke α, β so an, dass $L(\alpha) = L_a$ und $L(\beta) = L_b$.

- (a) $L_a = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{entweder kommen } a \text{ und } b \text{ in } w \text{ vor oder weder } a \text{ noch } b\}$
- (b) $L_b = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ enthält nicht das Infix } bc\}$

Aufgabe 3*

5 Punkte

Das Ziel dieser Aufgabe ist es einen NFA zu konstruieren, der die Sprache akzeptiert, die vom regulären Ausdruck $(bc)((bab)+(acc))^*(cb)$ erzeugt wird. Geben sie dafür für jeden der folgenden regulären Ausdrücke α_i einen NFA M_i mit $L(\alpha_i) = L(M_i)$ an. Die gegebenen Ausdrücke bauen aufeinander auf. Auch ihre NFAs sollen aufeinander aufbauen. Verwenden sie dafür die Konstruktionen aus Vorlesung 4.

$$\alpha_1 = bab$$

$$\alpha_2 = (bab) + (acc)$$

$$\alpha_3 = ((bab) + (acc))^*$$

$$\alpha_4 = (bc)((bab) + (acc))^*(cb)$$

Aufgabe 4*

4 Punkte

Die Spiegelung eines Wortes $w = a_1a_2 \dots a_n \in \Sigma^*$ sei $w^R := a_na_{n-1} \dots a_1$ für $a_i \in \Sigma$ für alle $1 \leq i \leq n$. Die Spiegelung einer Sprache L sei $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$. Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen ist.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Sei Σ ein Alphabet. Zeigen Sie, dass Σ^* abzählbar ist.

Aufgabe 6

Zeigen Sie mit dem Spielschema des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 7

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. Unter der *Verdopplung von L* verstehen wir die Sprache

$$2 * L := \{ww \mid w \in L\}.$$

Überprüfen Sie, ob die Klasse der regulären Sprachen unter Verdopplung abgeschlossen ist. Beweisen Sie Ihre Behauptung!