

Automaten und Formale Sprachen – Übung 4

Abgabe: bis Freitag, 06. Dezember 2024, um 11:00 Uhr im Briefkasten vorm Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
 Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

3+3 Punkte

Wir betrachten die Sprache $L = \{a^{n!} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

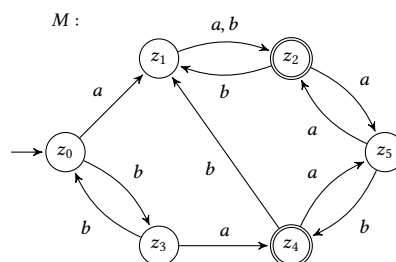
- (a) Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma, dass L nicht regulär ist.
- (b) Zeigen Sie mit dem Satz von Myhill und Nerode, dass L nicht regulär ist.

Aufgabe 2*

2+2+1 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Wir betrachten den Automaten $M = (Z, \Sigma, z_0, \delta, E)$ mit $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ ist gerade und } |w|_a \geq 1\}$. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

- (a) Bestimmen Sie die Menge der Linksquotienten von $L(M)$.
- (b) Bestimmen Sie für jeden Zustand $z \in Z$ den Linksquotienten, der von M_z akzeptiert wird. (Siehe Folie 7.6)
- (c) Geben Sie $M_{\equiv}$, den Quotienten von M bzgl. $\equiv$, grafisch an.



Aufgabe 3*

2+2 Punkte

In Übung 3 Aufgabe 1 haben wir gezeigt, dass es für jeden NFA einen äquivalenten NFA mit genau einem Endzustand gibt. In dieser Aufgabe zeigen wir, dass dies für DFAs nicht der Fall ist. Bearbeiten Sie dazu folgende Teilaufgaben:

- (a) Geben Sie einen DFA M an, sodass jeder DFA N mit $L(N) = L(M)$ mindestens zwei akzeptierende Zustände hat.
- (b) Beweisen Sie, dass Ihr Automat M diese Eigenschaft hat.

Hinweis: Es gibt einen Automaten M , der diese Eigenschaft hat und eine endliche Sprache akzeptiert.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4

Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ zwei Sprachen. Ein *trennendes Wort* für L_1 und L_2 ist ein Wort $w \in \Sigma^*$ mit $w \in L_1$ und $w \notin L_2$ oder umgekehrt. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- (a) Wir betrachten die Sprache

$$L_a = \{w \in \{a, b, c\}^* : |w|_a \text{ ist gerade oder } |w|_c \geq 1\}.$$

Die Wörter ε , a und c erzeugen in L_a unterschiedliche Linksquotienten. Geben Sie für jedes Paar dieser Linksquotienten ein trennendes Wort an.

- (b) Wir betrachten die Linksquotienten der Sprache

$$L_b = \{0^\ell 10^m 10^{\ell+m} \mid \ell, m \in \mathbb{N}\}.$$

Geben Sie für $\ell, m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \neq n$ ein trennendes Wort für die Linksquotienten von L_b bezüglich $0^\ell 10^m$ und $0^\ell 10^n$ an.

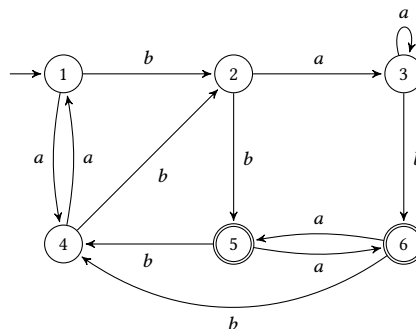
Aufgabe 5

Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ hat *beliebig große Lücken*, wenn es für jedes $n \in \mathbb{N}$ Worte $u \in L$ und $v \in L$ gibt mit $|v| - |u| > n$ und kein Wort $w \in L$ erfüllt $|u| < |w| < |v|$. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- (a) Zeigen Sie, dass $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ beliebig große Lücken hat.
 (b) Zeigen Sie, dass jede Sprache mit beliebig großen Lücken nicht regulär ist.

Aufgabe 6

Betrachten Sie den folgenden DFA M . Führen Sie den Minimierungsalgorithmus aus der Vorlesung mit M als Eingabe aus. Geben Sie den minimalen DFA grafisch an.



Aufgabe 7

Wir betrachten das Universalitätsproblem:

Eingabe: NFA $M = (Z, \Sigma, S, \delta, E)$.

Frage: Gilt $L(M) = \Sigma^*$?

Geben Sie ein Verfahren an, welches das Universalitätsproblem löst. Begründen Sie Ihre Antwort.