

Automaten und Formale Sprachen – Übung 5

Abgabe: bis Freitag, 20. Dezember 2024, um 11:00 Uhr im Briefkasten vorm Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

2+2+2 Punkte

Sei Σ ein Alphabet mit $a \in \Sigma$ und $k \in \mathbb{N}$. Wir betrachten die folgenden Probleme:

5- a -Problem

Eingabe: DFA $M = (Z, \Sigma, z_0, \delta, E)$.

Frage: Gibt es in jedem Wort aus $L(M)$ genau 5 Vorkommen von a ?

k - a -Problem

Eingabe: DFA $M = (Z, \Sigma, z_0, \delta, E)$.

Frage: Gibt es in jedem Wort aus $L(M)$ genau k Vorkommen von a ?

Anzahl- a -Gleich-Problem

Eingabe: DFA $M = (Z, \Sigma, z_0, \delta, E)$.

Frage: Haben alle Wörter aus $L(M)$ genau gleich viele Vorkommen von a ?

Geben Sie für jedes der Probleme ein Verfahren an, das dieses löst.

Aufgabe 2*

3 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, mit $L(G) = \Sigma^* \setminus \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$.

Aufgabe 3*

1+1+1 Punkte

Konstruieren Sie zu zwei kontextfreien Grammatiken $G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$

- (a) eine kontextfreie Grammatik $G_{\cup}$ mit $L(G_{\cup}) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
- (b) eine kontextfreie Grammatik $G_{\cdot}$ mit $L(G_{\cdot}) = L(G_1) \cdot L(G_2)$.
- (c) eine kontextfreie Grammatik G_{*} mit $L(G_{*}) = L(G_1)^*$.

Hinweis: Sie müssen die Korrektheit Ihrer Konstruktionen nicht beweisen.

Aufgabe 4*

3 Punkte

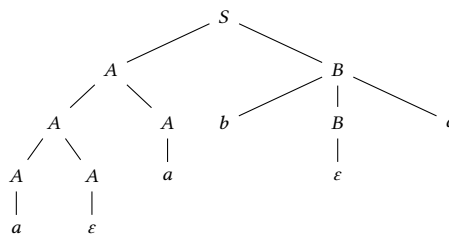
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass es eine *eindeutige* Grammatik G mit $L(G) = L$ gibt.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Betrachten Sie diejenige kontextfreie Grammatik G über $\Sigma = \{a, b\}$ mit Startvariable S , die folgenden Ableitungsbaum T ermöglicht und nicht mehr Produktionen enthält, als für T notwendig sind.

- Geben Sie das Blattwort $\alpha(T)$ von T an und ermitteln Sie weiterhin die Variablen und Produktionen der Grammatik G .
- Konstruieren Sie die zu T gehörige Links- und Rechtsableitung. Geben Sie eine weitere zu T gehörige Ableitung an, die weder Links- noch Rechtsableitung ist.
- Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist, indem sie einen von T verschiedenen S -Ableitungsbaum für das Wort $\alpha(T)$ angeben.
- Beschreiben Sie die von G erzeugte Sprache und geben Sie eine eindeutige Grammatik G' mit $L(G') = L(G)$ an.



Aufgabe 6

Betrachten Sie die nachstehende Grammatik G mit Startsymbol S :

$$S \rightarrow BA \mid a \quad A \rightarrow BS \mid \varepsilon \quad B \rightarrow bBaB \mid b$$

- Überführen Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform.
- Entscheiden Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, welche der Wörter $w_1 = bbbaba$ und $w_2 = bbaab$ von Ihrer in (a) berechneten Grammatik erzeugt werden.
- Geben Sie für diejenigen Wörter aus Aufgabe (b), die von der Grammatik G erzeugt werden, jeweils einen Ableitungsbaum und eine Linksableitung an.