

Automaten und Formale Sprachen – Übung 6

Abgabe: bis Freitag, 17. Januar 2025, um 11:00 Uhr im Briefkasten vorm Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
 Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

6 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G in Chomsky-Normalform mit dem Startsymbol S und den Regeln

$$S \rightarrow AB \mid CC \qquad A \rightarrow BA \mid a \qquad B \rightarrow AC \mid b \qquad C \rightarrow CC \mid c$$

Überprüfen Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, ob

- (a) $baacc \in L(G)$.
- (b) $baccab \in L(G)$.

Geben Sie für jedes dieser beiden Wörter, welches in $L(G)$ enthalten ist, je eine Ableitung und einen Ableitungsbaum des Wortes an.

Aufgabe 2*

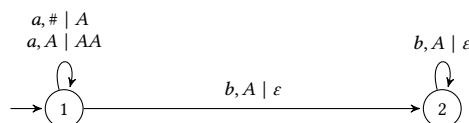
2 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = |w|_b\}$. Geben Sie einen PDA M mit $L(M) = L$ an.

Aufgabe 3*

1+1 Punkte

Wir betrachten den PDA M mit folgender grafischen Darstellung mit Kellerinitialisierungszeichen #:



- (a) Gilt $aabb \in L(M)$? Gilt $aabbbb \in L(M)$?
- (b) Geben Sie eine einfache, aber präzise Beschreibung von $L(M)$ an.

Aufgabe 4*

2+3 Punkte

Sei Σ ein Alphabet. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ betrachten wir die Sprache $S(L) := \{ww^R \mid w \in L\}$. Dabei sei $w^R = a_n \dots a_1$ für $w = a_1 \dots a_n$ mit $a_i \in \Sigma$ und $\varepsilon^R = \varepsilon$. Zeigen Sie:

- (a) Aus einer rechtslinearen Grammatik G_1 kann eine kontextfreie Grammatik G_2 berechnet werden mit $L(G_2) = S(L(G_1))$.
- (b) Aus einem DFA M_1 kann ein PDA M_2 berechnet werden mit $L(M_2) = S(L(M_1))$.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Sei $1 \leq k \in \mathbb{N}$. Ein k -PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, z_0, \delta, \#)$ ist ein PDA mit der Eigenschaft, dass der Keller höchstens k Elemente aufnehmen kann. Eine Konfiguration ist also ein Tripel $c \in Z \times \Sigma^* \times \Gamma^{\leq k}$ und die Konfigurationsüberführung ist wie folgt definiert: Zunächst wird die Transition wie in den klassischen PDAs ausgeführt und im Falle eines Kellerüberlaufs wird anschließend der Inhalt auf die obersten k Symbole gekürzt.

Zeigen Sie, dass die von einem k -PDA M akzeptierte Sprache $L(M)$ regulär ist.

Aufgabe 6

Wir betrachten die Spiegelung einer Sprache wie in Übung 3, Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Klasse der kontextfreien Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen ist.