

Automaten und Formale Sprachen – Übung 7

Abgabe: bis Freitag, 31. Januar 2025, um 11:00 Uhr im Briefkasten vorm Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

4 Punkte

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ die Grammatik mit $S = A_1$ und den folgenden Produktionen:

$$\begin{aligned} A_1 &\rightarrow 0 \mid A_2 A_2 \\ A_2 &\rightarrow 1 \mid A_1 A_1 \end{aligned}$$

Konstruieren Sie mithilfe des Verfahrens aus der Vorlesung eine Grammatik G' in Greibach-Normalform mit $L(G') = L(G)$.

Aufgabe 2*

2 Punkte

Gegeben sei die folgende Grammatik G mit Startvariable S und den folgenden Produktionen:

$$S \rightarrow aBA \mid bAB \quad A \rightarrow aABA \mid a \quad B \rightarrow bBBA \mid b.$$

Konstruieren Sie einen PDA M mit $L(M) = L(G)$.

Aufgabe 3*

3 Punkte

In der Vorlesung wird gezeigt, dass die Sprache $L = \{w2w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ nicht kontextfrei ist. Geben Sie einen PDA M an mit $L(M) = \Sigma^* \setminus L$ für $\Sigma = \{0, 1, 2\}$.

Aufgabe 4*

3+3 Punkte

Zeigen Sie, dass folgende Sprachen nicht kontextfrei sind:

- (a) $L_a = \{a^k b^m a^{k \cdot m} \mid k, m \in \mathbb{N}\}$
- (b) $L_b = \{0^p \mid p \text{ Primzahl}\}$

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Sei $1 \leq k \in \mathbb{N}$. Ein k -PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, z_0, \delta, \#)$ ist ein PDA mit der Eigenschaft, dass der Keller höchstens k Elemente aufnehmen kann. Eine Konfiguration ist also ein Tripel $c \in Z \times \Sigma^* \times \Gamma^{\leq k}$ und die Konfigurationsüberführung ist wie folgt definiert: Zunächst wird die Transition wie in den klassischen PDAs ausgeführt und im Falle eines Kellerüberlaufs wird anschließend der Inhalt auf die obersten k Symbole gekürzt.

Zeigen Sie, dass die von einem k -PDA M akzeptierte Sprache $L(M)$ regulär ist.

Aufgabe 6

Wir betrachten die Spiegelung einer Sprache wie in Übung 3, Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Klasse der kontextfreien Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen ist.