

Automaten und Formale Sprachen – Übung 1 Sprachen und Grammatiken

Abgabe: Montag, 26. Oktober 2026, 11:00 Uhr

Besprechungen: Montag, 26. Oktober 2026, 11:00 Uhr, Mittwoch, 28. Oktober 2026, 15:00 Uhr

**Geben Sie bitte Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihren Übungstermin an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1 (Wörter und Sprachen)

1+3+2 Punkte

Gegeben seien die Mengen $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$ und $\Sigma_2 = \mathbb{N}$.

Seien weiterhin

- L_1 die Menge aller ungeraden Fibonaccizahlen größer als 2
- L_2 die Menge der Dezimaldarstellungen natürlicher Zahlen
- L_3 die Menge aller endlichen Zeichenfolgen aus a, b, c , wobei die Anzahl der Vorkommen von ab gerade ist.

- (a) Sind Σ_1 und Σ_2 Alphabete?
Begründen Sie Ihre Antwort.
- (b) Sind L_1, L_2, L_3 formale Sprachen?
Begründen Sie. Wenn ja, geben Sie ein geeignetes Alphabet an und beurteilen Sie, inwieweit Σ_1 und Σ_2 für diese Sprachen geeignete Alphabete sind.
- (c) Sei $\Sigma = \{a, b\}$.
Geben Sie alle Paare (u, v) mit $u, v \in \Sigma^*$ und $uv = abba$ an.

Aufgabe 2 (Konstruktion von Moore Automaten)

2+2+3 Punkte

Konstruieren Sie die folgenden Moore-Automaten:

- (a) einen Moore-Automaten, der algebraische Ausdrücke modulo 4 auswertet.
Diese Ausdrücke dürfen nur Addition als Operation beinhalten.
- (b) einen Moore-Automaten, der algebraische Ausdrücke modulo 4 auswertet.
Diese Ausdrücke dürfen nur Multiplikation als Operation beinhalten.
- (c) einen Moore-Automaten, der algebraische Ausdrücke modulo 3 auswertet.
Diese Ausdrücke dürfen nur Addition und Subtraktion als Operation beinhalten.

Aufgabe 3 (Chomsky Hierarchie)

6+8+2+3 Punkte

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und die Grammatiken

$$\begin{aligned} G_1 &= (\{S, A, B\}, \Sigma, P_1, S) & G_2 &= (\{S, A, B\}, \Sigma, P_2, S) & G_3 &= (\{S, A, B\}, \Sigma, P_3, S) \\ G_4 &= (\{S, A, B\}, \Sigma, P_4, S) & G_5 &= (\{S, A, B\}, \Sigma, P_5, S) & G_6 &= (\{S, A, B\}, \Sigma, P_6, S) \end{aligned}$$

mit den folgenden Regeln:

$$\begin{array}{lll} P_1 : & S \rightarrow a \mid b & P_3 : & S \rightarrow \varepsilon \mid aA \mid bB \mid a \mid b & P_5 : & S \rightarrow bS \mid aA \mid bA \\ & S \rightarrow aBA \mid bAA & & A \rightarrow a \mid aA & & A \rightarrow \varepsilon \mid aS \\ & A \rightarrow a & & B \rightarrow b \mid bB & & B \rightarrow \varepsilon \mid bB \\ & B \rightarrow ba & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} P_2 : & S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid bAA & P_4 : & S \rightarrow a \mid bA \mid aB & P_6 : & S \rightarrow Bba \mid Aba \mid a \mid b \\ & Aa \rightarrow a & & aB \rightarrow aa \mid aS & & A \rightarrow aS \\ & bAB \rightarrow b \mid AaB & & bA \rightarrow bbb \mid bA & & B \rightarrow bS \end{array}$$

- (a) Geben Sie für jede der obigen Grammatiken an, von welchem Typ (oder welchen Typen) entsprechend der Chomsky Hierarchie sie ist. Füllen Sie dazu die folgende Tabelle aus :

Grammatik	Typ 0	Typ 1 (kontextsensitiv)	Typ 2 (kontextfrei)	Typ 3 (rechtslinear)
G_1				
G_2				
G_3				
G_4				
G_5				
G_6				

- (b) Geben Sie die Sprachen L_i mit $L_i = L(G_i)$ für alle $1 \leq i \leq 6$ an.
- (c) Handelt es sich bei $L(G_4)$ um eine rechtslineare Sprache?
- (d) Die Sprache $L(G_1)$ ist rechtslinear.
Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G mit $L(G) = L(G_1)$ an.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4 (Kontextfreie Grammatik und Logiken)

Die Menge der aussagenlogischen Formeln über den atomaren Formeln $p_1, \dots, p_5$ ist induktiv wie folgt definiert:

1. Alle atomaren Formeln $p_1, \dots, p_5$ und $\perp$ sind Formeln.
2. Falls φ und ψ Formeln sind, sind auch $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ und $\neg\varphi$ Formeln.
3. Nichts ist Formel, was sich nicht mittels der obigen Regeln erzeugen lässt.

Wir bezeichnen die Menge dieser Formeln als $A_{\leq 5}$.

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

- (a) Konstruieren Sie eine Grammatik G , sodass $L(G) = A_{\leq 5}$.
- (b) Wie würden Sie eine Grammatik G konstruieren, die die Menge der aussagenlogischen Formeln über unendlich vielen atomaren Formeln erzeugt?

Aufgabe 5 (Grammatiken und Sprachen)

Sei $G = (\{S, T\}, \{a, b, c, d, e\}, P, S)$ die Grammatik mit den folgenden Regeln:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \varepsilon \mid aS \mid bT \\ T &\rightarrow bTb \mid cTc \mid dTd \mid e \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie eine Ableitung von $aabcbdedc$ an.
- (b) Geben Sie, möglichst kurz aber präzise, die von G erzeugte Sprache $L(G)$ an.