TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske,
M.Sc. Lisa Barthel
WS 2026/2027

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Automaten und Formale Sprachen – Übung 2
Grammatiken und endliche Automaten

Abgabe: Montag, 09. November 2026, 11:00 Uhr
Besprechungen: Montag, 09. November 2026, 11:00 Uhr, Mittwoch, 11. November 2026, 15:00 Uhr

Geben Sie bitte Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihren Übungstermin an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1 (Grammatiken und Sprachen) 2+7 Punkte

Seien $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet und
$L_1 = \{a^m x c^n : m, n \in \mathbb{N}, m \geq 1, x \in \{b\}^+, n \bmod 2 = 0\}$ und $L_2 = \{a^m b^n c^m d^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ Sprachen über Σ.

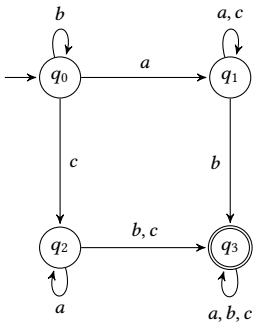
(a) Geben Sie eine Grammatik G_1 vom höchstmöglichen Typ an, sodass $L(G_1) = L_1$.

(b) Konstruieren Sie eine Grammatik G_2, sodass $L(G_2) = L_2$.
Geben Sie in G_2 eine Ableitung für das Wort *aabccd* an.

Hinweis: Die Sprache L_2 ist nicht kontextfrei.
Konstruieren Sie zunächst eine Grammatik $G_2' = (\{S, B, C\}, \{b, c\}, P, S)$, sodass $C^m B^n \Rightarrow^* b^n c^m$.

Aufgabe 2 (Konstruktion einer Grammatik aus einem deterministischen Automaten) 2+2+5 Punkte

Gegeben sei der DFA $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, q_0, \delta, \{q_3\})$ mit der folgenden grafischen Veranschaulichung:



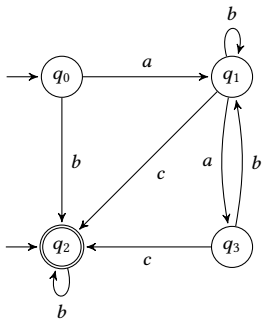
(a) Konstruieren Sie ausgehend vom DFA M eine rechtslineare Grammatik G mit $L(M) = L(G)$.

(b) Zeigen Sie, dass *abab* von M akzeptiert wird und geben Sie eine Ableitung in der Grammatik G an.

(c) Geben Sie alle Wörter aus $L(G)$ an, die mit einem c beginnen.

Aufgabe 3 (Konstruktion einer Grammatik aus einem nichtdeterministischen Automaten) 3+6 Punkte

(a) Gegeben sei der NFA $N = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}\{a, b, c\}, \{q_0, q_2\}, \delta, \{q_2\})$ mit der folgenden grafischen Veranschaulichung:



Konstruieren Sie eine rechtslineare Grammatik G mit $L(N) = L(G)$, die nur 5 Nicht-Terminale verwendet.

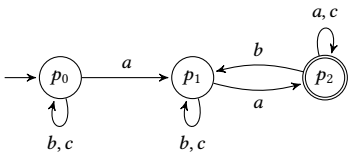
(b) Überlegen Sie sich nun ein Verfahren, welches zu einem NFA $M = (Z, \Sigma, S, \delta, E)$ mit n Zuständen eine äquivalente rechtslineare Grammatik mit nur $n+1$ Nicht-Terminalen konstruiert. Adaptieren Sie dafür den Algorithmus aus der Vorlesung. Geben Sie eine formale Beschreibung Ihres Verfahrens an und erklären Sie, warum dieses eine äquivalente Grammatik erzeugt.

Hinweis: Sie müssen keinen Korrektheitsbeweis angeben.

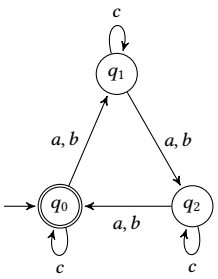
Aufgabe 4 (Deterministische endliche Automaten und Sprachen) 3+5 Punkte

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die DFAs $M_1 = (\{p_0, p_1, p_2\}, \Sigma, p_0, \delta_1, \{p_2\})$, $M_2 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma, q_0, \delta_2, \{q_0\})$ und $M_3 = (\{r_0, r_1, r_2, r_3\}, \Sigma, r_0, \delta_3, \{r_2\})$ mit den folgenden grafischen Veranschaulichungen:

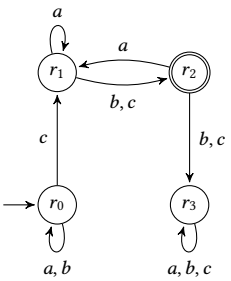
δ_1 :



δ_2 :



δ_3 :



(a) Prüfen Sie für jeden Automaten M_i mit $1 \leq i \leq 3$, ob das Wort *acaa* zu der Sprache $L(M_i)$ gehört.

(b) Geben Sie für die Automaten M_i mit $1 \leq i \leq 2$ die Sprache $L(M_i)$ an.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5 (Konstruktion eines NFAs aus einer Grammatik)
Betrachten Sie die rechtslineare Grammatik $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den folgenden Regeln:

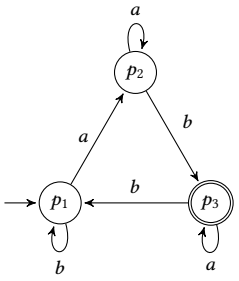
$$\begin{aligned} S &\to aA \mid aB \\ A &\to aE \\ B &\to aC \mid aB \mid bD \\ C &\to bC \mid bA \mid bB \\ D &\to aB \mid aA \\ E &\to \varepsilon \end{aligned}$$

(a) Konstruieren Sie mithilfe des Verfahrens aus der Vorlesung ausgehend von G einen NFA M mit $L(G) = L(M)$.

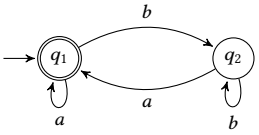
(b) Geben Sie für das Wort *aabbaa* eine Ableitung in G an und zeigen Sie, dass dieses Wort von M akzeptiert wird.

(c) Geben Sie $L(G)$ an.

Aufgabe 6 (Konstruktion von endlichen Automaten)
Gegeben seien die DFAs $M_1 = (\{p_1, p_2, p_3\}, \{a, b\}, p_1, \delta_1, \{p_3\})$ und $M_2 = (\{q_1, q_2\}, \{a, b\}, q_1, \delta_2\{q_1\})$ mit den folgenden grafischen Veranschaulichungen:



δ_1



δ_2

(a) Geben Sie $L(M_1)$ und $L(M_2)$ an.

(b) Konstruieren Sie folgende endliche Automaten N_i und geben Sie auch $L(N_i)$ explizit an:

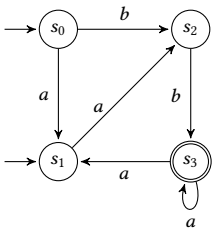
(i) einen NFA N_1 mit $L(N_1) = L(M_1) \cup L(M_2)$,

(ii) einen DFA N_2 mit $L(N_2) = L(M_1) \cap L(M_2)$,

(iii) einen NFA N_3 mit $L(N_3) = L(M_1) \cdot L(M_2)^2$,

Aufgabe 7 (Endliche Automaten und Determinisierung)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ sowie der NFA $M = (\{s_0, s_1, s_2, s_3\}, \Sigma, \{s_0, s_1\}, \delta, \{s_3\})$ mit der folgenden grafischen Veranschaulichung:



(a) Zeigen Sie, dass $bbaa \in L(M)$.

(b) Konstruieren Sie einen DFA M', sodass $L(M') = L(M)$.

(c) Geben Sie für den NFA M die Sprache L an, die dieser Automat akzeptiert.