

## Automatentheorie – Übung 2

Besprechung: Montag, der 02. Mai 2022, um 13:00 Uhr

### Aufgabe 1

Sei  $\Delta$  ein Alphabet und  $\bar{\Delta} = \{\bar{\gamma} \mid \gamma \in \Delta\}$  eine disjunkte Kopie von  $\Delta$ . Für  $M, N \subseteq \bar{\Delta}^* \Delta^*$  sei

$$M \odot N := \{uw \in \bar{\Delta}^* \Delta^* \mid \exists v \in \Delta^* : uv \in M, \bar{v}^R w \in N\}.$$

Zeigen Sie, dass  $(\mathcal{P}(\bar{\Delta}^* \Delta^*), \cup, \odot, \emptyset, \{\varepsilon\})$  ein Semiring ist.

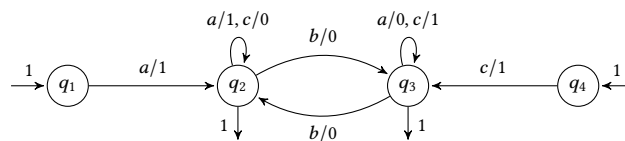
### Aufgabe 2

Sei  $S$  ein endlicher Semiring und  $L \subseteq \Gamma^*$  eine Sprache. Zeigen Sie, dass die charakteristische Funktion von  $L$  genau dann über  $S$  realisierbar ist, wenn  $L$  regulär ist.

*Hinweis:* Konstruieren Sie zu einem gewichteten Automaten  $\mathcal{A} = (Q, \Gamma, \text{In}, \text{Wt}, \text{Out})$  über  $S = (S, +, \cdot, 0, 1)$  einen DFA  $\mathcal{B} = (K, \Gamma, \kappa_0, \delta, F)$  mit  $K = S^{Q \times Q}$  (die Menge der Funktionen von  $Q \times Q$  nach  $S$ ). Wählen Sie  $\delta$  und  $\kappa_0$  so, dass für alle  $w \in \Gamma^*$  gilt  $\delta(\kappa_0, w) = \kappa$  genau dann, wenn  $\kappa(p, q) = \sum(\text{Wt}(\varrho) \mid \varrho : p \xrightarrow{w} \mathcal{A} q)$  für alle  $p, q \in Q$ .

### Aufgabe 3

Wir betrachten den folgenden gewichteten Automaten  $\mathcal{A}$  über  $\mathbb{N}_{\max,+}$ :



Berechnen Sie gewichtete Automaten  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{D}$  und  $\mathcal{E}$  mit

- $\|\mathcal{B}\| = \|\mathcal{A}\| + \|\mathcal{A}\|$ ,
- $\|\mathcal{C}\| = \|\mathcal{A}\| \odot \|\mathcal{A}\|$ ,
- $\|\mathcal{D}\| = \|\mathcal{A}\| \cdot \|\mathcal{A}\|$  und
- $\|\mathcal{E}\| = \|\mathcal{A}\|^*$ .