

## Automatentheorie – Übung 6

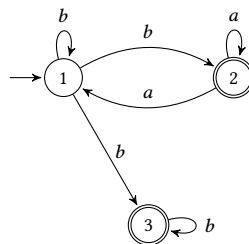
Besprechung: Dienstag, der 11. Juli 2023, um 13:00 Uhr

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass es für jeden deterministischen Büchi-Automaten  $\mathcal{A}$  einen Büchi-Automaten  $\mathcal{B}$  gibt, sodass  $\mathcal{B}$  höchstens doppelt so viele Zustände hat wie  $\mathcal{A}$  und  $L^\omega(\mathcal{A}) = L^\omega(\mathcal{B})$  gilt.

### Aufgabe 2

In dieser Aufgabe wollen wir einen Büchi-Automaten konstruieren, der die komplementäre Sprache des unten angegebenen Büchi-Automaten  $\mathcal{A}$  akzeptiert.



Die Konstruktion erfolgt in mehreren Schritten. Bearbeiten Sie hierzu die folgenden Teilaufgaben.

- (a)  $[\varepsilon]$  und  $[a]$  sind zwei der  $\sim$ -Äquivalenzklassen des Automaten. Bestimmen Sie nun die restlichen vier  $\sim$ -Klassen.

*Hinweis:* Es erweist sich durchaus als hilfreich, die  $\sim$ -Äquivalenzklassen als Graphen zu repräsentieren. Dies ist wie folgt für  $[u]$  möglich: Die Knoten des Graphen  $\mathcal{G}_u$  sind die Zustände von  $\mathcal{A}$ . Wir fügen eine Kante von  $p$  nach  $q$  hinzu, falls  $p \xrightarrow{u} q$  gilt. Zusätzlich beschriften wir diese Kante mit  $F$ , falls  $p \xrightarrow{u}_F q$  gilt. Damit ergeben sich für die Klassen  $[\varepsilon]$  (links) und  $[a]$  (rechts) die folgenden Repräsentationen:



- (b) Überprüfen Sie für alle Paare von  $\sim$ -Klassen  $U, V$ , ob  $UV^\omega \cap L^\omega(\mathcal{A}) = \emptyset$  gilt.  
 (c) Geben Sie für jede der  $\sim$ -Klassen  $U, V$  mit  $UV^\omega \cap L^\omega(\mathcal{A}) = \emptyset$  einen Büchi-Automaten an, der  $UV^\omega$  erkennt.  
 (d) Geben Sie einen Büchi-Automaten an, der die Vereinigung der Sprachen der Automaten aus (c) erkennt.