

Berechenbarkeit und Komplexität – Übung 6

Abgabe: bis Freitag, der 26. Juni 2026, um 11:00 Uhr am Fachgebiet, vor der Übung oder handschriftlich auf moodle.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden bei der Bewertung der Prüfung als Bonuspunkte berücksichtigt.

Aufgabe 1*

3+2+2 Punkte

Wir betrachten die Sprache der Namen von Turingmaschinen, deren Definitionsbereich nicht leer ist.

$$D = \{w \in L_{TM} \mid \text{es existiert } x \in \{0, 1\}^* : M_w \text{ akzeptiert } x\}$$

- (a) Zeigen Sie, dass D semi-entscheidbar ist.
- (b) Zeigen Sie, dass D unentscheidbar ist.
- (c) Zeigen Sie, dass daraus folgt, dass die Sprache $L = \{w \in L_{TM} \mid M_w \text{ akzeptiert keine Eingabe}\}$ nicht semi-entscheidbar ist.

Aufgabe 2*

4 Punkte

Ein $\forall$ -PDAE M ist ein 7-Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, z_0, \delta, \#, E)$. Der einzige Unterschied zu einem PDAE ist, dass M ein Wort nur dann akzeptiert, wenn *jeder* w -Weg von z_0 zu einem Endzustand führt. Formal bedeutet das:
 $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{Für alle } z \in Z \text{ und } \gamma \in \Gamma^* \text{ mit } (z_0, w, \#) \vdash^* (z, \varepsilon, \gamma) \text{ gilt: } z \in E\}$. Zeigen Sie, dass das Leerheitsproblem für $\forall$ -PDAEs unentscheidbar ist.

Aufgabe 3*

4 Punkte

Das *Palindromproblem*¹ für kontextfreie Sprachen ist wie folgt definiert:

Eingabe: kontextfreie Grammatik G
Frage: Enthält $L(G)$ ein Palindrom?

Zeigen Sie, dass das Palindromproblem für kontextfreie Sprachen unentscheidbar ist.

Hinweis. Reduzieren Sie PCP auf dieses Problem.

¹Ein Wort $w \in \Sigma^*$ ist ein *Palindrom*, falls $w = a_1 a_2 \cdots a_l = a_l a_{l-1} \cdots a_1$ für $a_1, \dots, a_l \in \Sigma$ gilt.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4

Sei Σ ein Alphabet. Zeigen Sie, dass eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ genau dann semi-entscheidbar ist, wenn sie sich auf das allgemeine Halteproblem reduzieren lässt.