

$$A3(a) \quad \frac{\neg \psi}{\psi} (\lambda I_1) \quad \frac{\neg \psi}{\psi} (\lambda I_2) \quad \frac{\begin{matrix} [\neg \psi] & [\neg \psi] \\ \vdots & \vdots \\ \psi & \psi \end{matrix}}{\psi} (\lambda E)$$

(b)

$$\frac{\frac{[\neg(\rho_1 \wedge \neg \rho_1)]^1}{\rho_1 \wedge \neg \rho_1} (\lambda I_1)}{\perp} (\text{con})^2 \quad \frac{[\neg(\rho_1 \wedge \neg \rho_1)]^1}{\frac{[\neg \rho_1]^3}{(\rho_1 \wedge \neg \rho_1)} (\lambda I_2)} (\text{con})^3$$

$$\frac{\rho_1 \quad \neg \rho_1 (\lambda E)}{\perp} (\text{con})^1$$

$$\frac{\perp}{\rho_1 \wedge \neg \rho_1}$$

(c) $\psi \wedge \neg \psi \equiv \neg(\psi \wedge \psi)$

$\bar{\pi}_w(a,b) = 1 - \min(a,b)$ für $w \in \{B, K_3, F\}$

$\bar{\pi}_w(a,b) = \mathbb{R} \setminus (a \cap b)$ für $w = B_{\mathbb{R}}$

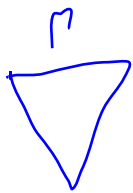
(d) $(\rho_1 \rightarrow \rho_2) \wedge \neg \rho_1 \equiv \neg((\rho_1 \rightarrow \rho_2) \wedge \rho_1)$

Keine B-, K_3 - oder F-Tautologie, Gegenbeispiel:

$B(\rho_1) = B(\rho_2) = 0$

Anderes für \mathbb{R} : $B(\rho_1) = B(\rho_2) = \emptyset$

(e) ($\neg I_1$) Die Deduktion hat die Form



$$E = \frac{\neg \alpha}{\alpha \bar{\beta}} (\neg I_1)$$

Zeige: $\inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} \leq B(E)$

Nach I.V. gilt

$$\inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} \leq B(\neg \alpha)$$

Wir unterscheiden zwei Fälle

1) Sei: $B(\alpha) \leq B(\beta)$

$$B(\neg \alpha) = 1 - B(\alpha) = 1 - \min(B(\alpha), B(\beta)) = 1 - \min(B(\alpha), B(\beta)) = B(\alpha \bar{\beta})$$

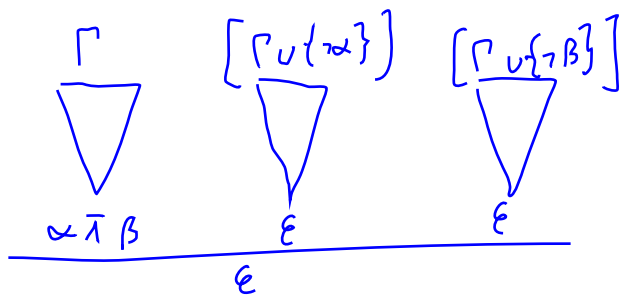
2) Sei: $B(\alpha) > B(\beta)$:

$$B(\neg \alpha) = 1 - B(\alpha) \leq 1 - B(\beta) = 1 - \min(B(\alpha), B(\beta)) = B(\alpha \bar{\beta})$$

Also gilt insgesamt $\inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} \leq B(\neg \alpha) \leq B(\alpha \bar{\beta}) = B(E)$.

Für ($\neg I_2$) analog.

($\bar{\wedge}E$): Die Deduktion hat die Form



Nach I.V. gelten

$$(1) \inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} \leq B(\alpha \bar{\beta})$$

$$(2) \inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma \cup \{\alpha\}\} \leq B(E)$$

$$(3) \inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma \cup \{\neg \beta\}\} \leq B(E)$$

Wir unterscheiden zwei Fälle:

1.) $B(\alpha) \leq B(\beta)$:

$$\inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} \stackrel{(1)}{\leq} B(\alpha \bar{\beta}) = 1 - \min(B(\alpha), B(\beta)) = 1 - B(\alpha) = B(\neg \alpha)$$

Also gilt

$$\inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} = \inf \{B(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma \cup \{\alpha\}\} \stackrel{(2)}{\leq} B(E)$$

2. $B(\alpha) > B(\beta)$ analog.