

## Logik und Logikprogrammierung – Übung 4

Abgabe: bis Dienstag, der 25. Mai 2021, um 09:00 Uhr via Moodle.

### Aufgabe 1\*

1+1+1+1 Punkte

Zeigen Sie (kurz) die folgenden Aussagen.

- Die Formelmengende  $\{\varphi\}$  ist erfüllbar genau dann, wenn  $\neg\varphi$  kein Theorem ist.
- Wenn  $\varphi$  eine  $F$ -Tautologie ist, dann ist  $\perp$  eine Teilformel von  $\varphi$ .
- Das natürliche Schließen ist auch ohne die Regel ( $\perp$ ) vollständig.
- Für jede aussagenlogische Formel  $\varphi$  gibt es unendlich viele, paarweise verschiedene, äquivalente Formeln.

### Aufgabe 2\*

2+2 Punkte

Sei  $T = (V, E, w)$  ein endlich verzweigter Baum mit Wurzel  $w$  und unendlich vielen Knoten.

- Beschreiben Sie mit einer Formelmengende  $\Gamma_T$ , dass in  $T$  ein unendlicher Pfad von der Wurzel aus existiert. Verwenden Sie atomare Formeln  $\{p_v \mid v \in V\}$ , wobei  $p_v$  die intendierte Bedeutung „der Knoten  $v$  liegt auf einem unendlichen Pfad von der Wurzel aus“ hat.

*Hinweis:* D.h.  $\Gamma_T$  ist eine Formelmengende, sodass die unendlichen Pfade von  $w$  aus in  $T$  genau die sind, die die Form  $\{v \mid B(p_v) = 1\}$  haben für eine passende Belegung  $B$  mit  $B(\gamma) = 1$  für alle  $\gamma \in \Gamma_T$ .

- Verwenden Sie den Kompaktheitssatz der Aussagenlogik um zu beweisen, dass  $T$  einen unendlichen Pfad von der Wurzel aus besitzt.

*Hinweis:* Zeigen Sie zunächst, dass  $T$  beliebig lange Pfade von der Wurzel aus besitzt.

### Aufgabe 3\*

2+1 Punkte

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben!

- Überprüfen Sie mittels Makierungsalgorithmus, ob die unten angegebene Folgerung gilt.

$$p_1 \wedge (p_2 \vee \neg p_3 \vee \neg p_5) \wedge (\neg p_1 \vee p_3) \wedge (\neg p_3 \vee p_4) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \vDash p_5$$

- Überprüfen Sie mittels Makierungsalgorithmus, ob die folgende Formel eine Tautologie ist.

$$(p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (p_4 \wedge \neg p_1) \vee (p_2 \wedge \neg p_4) \vee \neg p_2 \vee p_4$$

### Aufgabe 4\*

2+2 Punkte

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben!

- Überprüfen Sie mittels SLD-Resolution, ob die unten angegebene Folgerung gilt.

$$p_1 \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_4) \wedge (\neg p_1 \vee p_3 \vee \neg p_4) \wedge (p_6 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_2 \vee p_5 \vee \neg p_6) \vDash \neg p_2 \vee (p_4 \wedge p_5)$$

- Überprüfen Sie mittels SLD-Resolution, ob die folgende Formel eine Tautologie ist.

$$(p_2 \wedge \neg p_1 \wedge p_3) \vee (p_4 \wedge p_1 \wedge p_3) \vee (\neg p_4 \wedge p_1 \wedge p_2) \vee \neg p_3 \vee \neg p_2$$