TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske, M.Sc. Christian Schwarz
Sommersemester 2022

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Logik und Logikprogrammierung – Übung 1

Besprechung in der Woche vom 11.04. bis 15.04.

Hinweis: Für dieses Übungsblatt werden noch keine Bonuspunkte verteilt und es müssen auch keine Lösungen abgegeben werden.

Aufgabe 1

Gegeben sind die Aussagen

(1) Wenn das Wetter gut ist, fahre ich mit dem Fahrrad zur Uni.
(2) Das Wetter ist nur dann gut, wenn es weder regnet, noch schneit.
(3) Entweder es regnet, oder die Sonne scheint (aber nicht beides).
(4) Es kann nicht gleichzeitig regnen und schneien.
(5) Wenn die Sonne scheint, ist das Wetter gut.
(6) Es regnet nicht.

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

(a) Formalisieren Sie die gegebenen Sachverhalte durch aussagenlogische Formeln. Verwenden Sie die atomaren Formeln F ("ich **f**ahre mit dem Fahrrad"), R ("es **r**egnet"), S ("es **s**chneit"), O ("die S**o**nne scheint") und G ("das Wetter ist **g**ut").
(b) Zeigen Sie analog zu der Argumentation auf Folie 1.29, dass unter den obigen Annahmen die Aussage F gilt.

Für eine Menge P von atomaren Formeln sei $\mathrm{AL}(P)$ die Menge der aussagenlogischen Formeln mit atomaren Formeln aus P. Ist P endlich, so können wir $\mathrm{AL}(P)$ als Sprache über dem Alphabet $\Sigma_P := P \cup \{\bot, \land, \lor, \longrightarrow, \neg, (,)\}$ auffassen.

Aufgabe 2

Sei φ eine aussagenlogische Formel. Beweisen Sie die folgenden Behauptungen:

(a) Die Anzahl der öffnenden und die Anzahl der schließenden Klammern in φ stimmen überein.
(b) Ist u ein Präfix von φ, so gilt für die Anzahl der öffnenden Klammern $|u|_($ bzw. schließenden Klammern $|u|_)$ von u die Ungleichung $|u|_(\geq |u|_)$.
(c) Ist v ein Suffix von φ, so gilt $|v|_(\leq |v|_)$.

Hinweis: Es genügt, wenn Sie (a), sowie eine der beiden Aussagen (b) bzw. (c) zeigen.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass für jede endliche Menge P die Sprache $\mathrm{AL}(P)$
(a) nicht regulär aber
(b) kontextfrei ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass für jede abzählbare[1] Menge P auch die Menge $\mathrm{AL}(P)$ abzählbar ist.

Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass die Vereinigung abzählbar vieler abzählbarer Mengen selbst wieder abzählbar ist.

[1] Eine Menge M heißt abzählbar, falls eine Injektion von M in die Menge der natürlichen Zahlen existiert.