

## Logik und Logikprogrammierung – Übung 2

Abgabe bis zum 19. April um 9:00 Uhr vor der Übung bzw. im Briefkasten.

### Aufgabe 1\*

2+1 Punkte

Vervollständigen Sie die folgende Deduktion um die angewendeten Regeln, gestrichenen Hypothesen und fehlenden Formeln. Kennzeichnen Sie zudem für alle gestrichenen Hypothesen, durch welche Regelanwendung diese gestrichen wurden.

Welche syntaktische Folgerung wird durch die Deduktion gezeigt?

$$\begin{array}{c}
 \frac{\neg\varphi \wedge \neg\psi}{\varphi} (\wedge E_1) \quad \frac{\neg\varphi \wedge \neg\psi}{\psi} (\wedge E_2) \\
 \hline
 \varphi \vee \psi \quad \frac{\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)}{\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)} (\neg I) \quad \frac{\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)}{\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)} (\neg I) \\
 \hline
 \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)
 \end{array}$$

### Aufgabe 2\*

2+2 Punkte

Wir möchten in dieser Aufgabe zeigen, dass in der Aussagenlogik sowohl Konjunktion als auch Disjunktion assoziativ sind. Seien dazu  $\varphi, \psi$  und  $\chi$  aussagenlogische Formeln.

- (a) Zeigen Sie, dass  $\{\varphi \wedge (\psi \wedge \chi)\} \vdash (\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$  gilt.

*Hinweis:* Es gibt eine Deduktion, welche ausschließlich die Regeln  $(\wedge E_1)$ ,  $(\wedge E_2)$ , sowie  $(\wedge I)$  verwendet.

- (b) Zeigen Sie, dass  $\{\varphi \vee (\psi \vee \chi)\} \vdash (\varphi \vee \psi) \vee \chi$  gilt, indem Sie die folgende Deduktion vervollständigen.

$$\begin{array}{c}
 \frac{\varphi \vee (\psi \vee \chi)}{\varphi \vee \psi} (\vee E_1) \quad \frac{\varphi \vee (\psi \vee \chi)}{\psi \vee \chi} (\vee E_2) \\
 \hline
 \varphi \vee \psi \quad \psi \vee \chi \\
 \hline
 \varphi \vee \psi \vee \chi
 \end{array}$$

### Aufgabe 3\*

3 Punkte

In Aufgabe 1 des ersten Übungsblattes haben wir Aussagen der natürlichen Sprache durch folgende Formeln formalisiert:

$$G \longrightarrow F \quad (R \vee O) \wedge \neg(R \wedge O) \quad \neg R \vee \neg S \quad O \longrightarrow G$$

Konstruieren Sie eine formale Deduktion von  $\neg R \longrightarrow G$ , welche ausschließlich diese Formeln als Hypothesen nutzt (alle anderen Hypothesen sind gestrichen).

### Aufgabe 4\*

2+3 Punkte

Gegeben sei die Formel  $\varphi = ((p \longrightarrow q) \wedge \neg q) \longrightarrow \neg p$  mit atomaren Formeln  $p \neq q$ .

- (a) Berechnen Sie den Wahrheitswert von  $\varphi$  unter der  $B_{\mathbb{R}}$ -Belegung  $\mathcal{B}$  mit  $\mathcal{B}(p) = (-\infty, -2)$  und  $\mathcal{B}(q) = (2, \infty)$ .
- (b) Prüfen Sie für die beiden Wahrheitswertebereiche  $B$  und  $K_3$ , ob  $\varphi$  in diesen jeweils allgemeingültig ist, d.h. ob  $\emptyset \models_W \varphi$  für  $W \in \{B, K_3\}$  gilt.

*Zusatz:* Prüfen Sie, ob  $\varphi$  im Wahrheitswertebereich  $B_{\mathbb{R}}$  allgemeingültig ist.