

Logik und Logikprogrammierung – Übung 3

Abgabe bis zum 25. April um 13:00 Uhr vor der Übung bzw. im Briefkasten.

Aufgabe 1*

4+1 Punkte

Auf einer wissenschaftlichen Konferenz entbrennt eine Diskussion zwischen den Teilnehmern A,B,C,D und E. Jeder der fünf Wissenschaftler hat eine Behauptung formuliert und diese soeben den anderen vorgestellt. Die folgenden Kommentare wurden geäußert

- (a) "Wenn C recht hat, dann stimme ich B zu, unabhängig davon, was D sagt."
- (b) "E verwendet in seiner Argumentation Ergebnisse sowohl von A, als auch von C. Ich kann der Aussage von E also nur vertrauen, wenn keiner der beiden einen Fehler gemacht hat."
- (c) "Meine Ergebnisse widerlegen D's Vermutung." (sagt A)
- (d) "Wenn es stimmt, was A sagt, dann können B und D nicht beide falsch liegen."
- (e) "Das Ergebnis von B ist allgemeiner als das von D."
- (f) "C und D widersprechen sich gegenseitig."
- (g) "C's Behauptung macht nur Sinn, wenn wir annehmen, dass E falsch liegt."
- (h) "A und B haben nicht beide Unrecht."

Formalisieren Sie die gegebenen Aussagen durch eine Menge aussagenlogischer Formeln Γ . Verwenden Sie atomare Formeln $X \in \{A, B, C, D, E\}$ mit der Bedeutung: "Die Behauptung von Wissenschaftler X ist korrekt".

Zeigen Sie, dass unter den obigen Annahmen der Wissenschaftler A einen Fehler gemacht haben muss, indem Sie eine Deduktion für $\Gamma \vdash \neg A$ angeben¹.

Zusatz: Prüfen Sie, welche der Wissenschaftler B, C, D und E recht haben, und welche nicht (je durch Angabe einer geeigneten Deduktion).

Hinweis: Haben Sie $\Gamma \vdash \varphi$ bereits gezeigt, so dürfen Sie φ als zusätzliche Hypothese in den späteren Deduktionen verwenden, d.h. anstelle $\Gamma \vdash \psi$ zu zeigen, genügt es $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \psi$ zu zeigen.

Aufgabe 2*

3+3 Punkte

Seien p, q, r paarweise verschiedene atomare Formeln. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

- (a) Entscheiden Sie, in welchen der folgenden Fälle $\Gamma \models_W \varphi$ gilt (beweisen Sie Ihre Behauptung):
 - (i) $\Gamma = \{p \longrightarrow p\}$ $\varphi = p$ $W \in \{B, K_3\}$
 - (ii) $\Gamma = \{p \longrightarrow q, p\}$ $\varphi = q$ $W \in \{B, K_3\}$
 - (iii) $\Gamma = \{p \vee (q \wedge r)\}$ $\varphi = (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $W = B$
- (b) Entscheiden Sie für $W \in \{B, K_3\}$, welche der folgenden Formeln im Wahrheitswertebereich W gültig sind (beweisen Sie Ihre Behauptung):
 - (i) $\neg(p \wedge p)$
 - (ii) $\neg(p \wedge \perp)$
 - (iii) $(p \vee q \vee r) \longrightarrow (p \longrightarrow (q \longrightarrow r))$

Aufgabe 3*

2+2 Punkte

Sei φ eine aussagenlogische Formel. Zeigen Sie die folgenden Behauptungen:

- (a) Für jede K_3 -Belegung \mathcal{B} mit $\mathcal{B}(p) \in \{0, 1\}$ für alle atomaren Formeln p ist $\mathcal{B}(\varphi) \in \{0, 1\}$.
- (b) Kommt \perp nicht in φ vor, so ist $\mathcal{B}(\varphi) = 1/2$ für die K_3 -Belegung \mathcal{B} mit $\mathcal{B}(p) = 1/2$ f.a. atomaren Formeln p .

¹Id.R. gibt es mehrere Möglichkeiten, eine Aussage in die Logik zu übersetzen. Wenn Sie Schwierigkeiten beim Erstellen der Deduktionen haben, könnte es hilfreich sein andere Formeln zu wählen. Z.B. ist $\neg \varphi \vee \neg \psi$ einfacher zu verwenden als $\neg(\varphi \wedge \psi)$.