Semantik

Formeln sollen Verknüpfungen von Aussagen widerspiegeln, wir haben dies zur Motivation der einzelnen Regeln des natürlichen Schließens genutzt.

Aber die Begriffe „syntaktische Folgerung“ und „Theorem“ sind rein syntaktisch definiert (vgl. Folie 2.22).

Erst die jetzt zu definierende „Semantik“ gibt den Formeln „Bedeutung“.

Idee der Semantik: wenn man jeder atomaren Formel p_i einen **Wahrheitswert** zuordnet, so kann man den Wahrheitswert jeder Formel berechnen.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Wahrheitswerte zu definieren:

- zweiwertige oder Boolesche Logik $B = \{0, 1\}$:
  Wahrheitswerte „wahr“$= 1$ und „falsch“$= 0$
- dreiwertige Kleene-Logik $K_3 = \{0, 1/2, 1\}$:
  zusätzlicher Wahrheitswert „unbekannt“$= 1/2$
- Fuzzy-Logik $F = [0, 1]$: Wahrheitswerte sind „Grad der Überzeugtheit“
- unendliche Boolesche Algebra $B_{\mathbb{R}}$ = Menge der Teilmengen von $\mathbb{R}$
  $A \subseteq \mathbb{R}$ ist „Menge der Menschen, die Aussage für wahr halten“
- Heyting-Algebra $H_{\mathbb{R}}$ = Menge der offenen Teilmengen von $\mathbb{R}$

  Erinnerung: $A \subseteq \mathbb{R}$ offen, wenn $\forall a \in A \, \exists \varepsilon > 0 \colon (a - \varepsilon, a + \varepsilon) \subseteq A$, d.h., wenn A abzählbare Vereinigung von offenen Intervallen (x, y) ist.

  Beispiele:
  offen: $(0, 1)$, $\mathbb{R}_{>0}$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$
  nicht offen: $[1, 2)$, $\mathbb{R}_{\geq 0}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{N}$, $\{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$, $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

Sei W eine Menge von Wahrheitswerten.

Eine W-Belegung ist eine Abbildung $\mathcal{B}\colon V \to W$, wobei $V \subseteq \{p_0, p_1, \ldots\}$ eine Menge atomarer Formeln ist.

Die W-Belegung $\mathcal{B}\colon V \to W$ paßt zur Formel φ, falls alle atomaren Formeln aus φ zu V gehören.

Sei nun $\mathcal{B}$ eine W-Belegung. Was ist der Wahrheitswert der Formel $p_0 \vee p_1$ unter der Belegung $\mathcal{B}$?

Zur Beantwortung dieser Frage benötigen wir eine Funktion $\vee_W\colon W \times W \to W$ (analog für $\wedge$, $\to$ und $\neg$).

Wahrheitswertebereiche

Definition

Sei W eine Menge und $R \subseteq W \times W$ eine binäre Relation.

- R ist reflexiv, wenn $(a, a) \in R$ für alle $a \in W$ gilt.
- R ist antisymmetrisch, wenn $(a, b), (b, a) \in R$ impliziert, daß $a = b$ gilt (für alle $a, b \in W$).
- R ist transitive, wenn $(a, b), (b, c) \in R$ impliziert, daß $(a, c) \in R$ gilt (für alle $a, b, c \in W$).
- R ist eine Ordnungsrelation, wenn R reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist. In diesem Fall heißt das Paar (W, R) eine partiell geordnete Menge.

Beispiel

1. Sei $\leq$ übliche Ordnung auf $\mathbb{R}$ und $W \subseteq \mathbb{R}$. Dann ist $(W, \leq)$ partiell geordnete Menge.
2. Sei X eine Menge und $W \subseteq \mathcal{P}(X)$. Dann ist $(W, \subseteq)$ partiell geordnete Menge.
3. Sei $W = \mathcal{P}(\Sigma^*)$ und $\leq_p$ die Relation „es gibt Polynomialzeitreduktion“ (vgl. „Automaten, Sprachen und Komplexität“). Diese Relation ist reflexiv, transitiv, aber nicht antisymmetrisch (denn 3-SAT $\leq_p$ HC und HC $\leq_p$ 3-SAT).

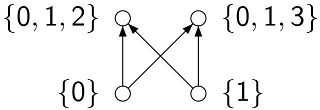
Definition

Sei $(W, \leq)$ partiell geordnete Menge, $M \subseteq W$ und $a \in W$.

- a ist obere Schranke von M, wenn $m \leq a$ für alle $m \in M$ gilt.
- a ist kleinste obere Schranke oder Supremum von M, wenn a obere Schranke von M ist und wenn $a \leq b$ für alle oberen Schranken b von M gilt. Wir schreiben in diesem Fall $a = \sup M$.
- a ist untere Schranke von M, wenn $a \leq m$ für alle $m \in M$ gilt.
- a ist größte untere Schranke oder Infimum von M, wenn a untere Schranke von M ist und wenn $b \leq a$ für alle unteren Schranken b von M gilt. Wir schreiben in diesem Fall $a = \inf M$.

Beispiel

1. betrachte $(W, \leq)$ mit $W = \mathbb{R}$ und $\leq$ übliche Ordnung auf $\mathbb{R}$.
   - Dann gelten $\sup[0,1] = \sup(0,1) = 1$.
   - $\sup W$ existiert nicht (denn W hat keine obere Schranke).
2. betrachte $(W, \subseteq)$ mit X Menge und $W = \mathcal{P}(X)$.
   - $\sup M = \bigcup_{A \in M} A$ für alle $M \subseteq W$
3. betrachte $(W, \subseteq)$ mit $W = \big\{\{0\}, \{1\}, \{0,1,2\}, \{0,1,3\}\big\}$.



   - $\sup\big\{\{0\}, \{0,1,2\}\big\} = \{0,1,2\}$
   - $\{0,1,2\}$ und $\{0,1,3\}$ sind die oberen Schranken von $M = \big\{\{0\}, \{1\}\big\}$, aber M hat kein Supremum

Definition

Ein (vollständiger) Verband ist eine partiell geordnete Menge $(W, \leq)$, in der jede Menge $M \subseteq W$ ein Supremum $\sup M$ und ein Infimum $\inf M$ hat.

In einem Verband $(W, \leq)$ definieren wir:

- $\mathbf{0}_W = \inf W$ und $\mathbf{1}_W = \sup W$
- $a \wedge_W b = \inf\{a, b\}$ und $a \vee_W b = \sup\{a, b\}$ für $a, b \in W$

Bemerkung

In jedem Verband $(W, \leq)$ gelten $\mathbf{0}_W = \sup \emptyset$ und $\mathbf{1}_W = \inf \emptyset$ (denn jedes Element von W ist obere und untere Schranke von $\emptyset$).

Definition

Ein Wahrheitswertebereich ist ein Tupel $(W, \leq, \rightarrow_W, \neg_W)$, wobei $(W, \leq)$ ein Verband und $\rightarrow_W : W^2 \rightarrow W$ und $\neg_W : W \rightarrow W$ Funktionen sind.

Beispiel

- Der Boolesche Wahrheitswertebereich B ist definiert durch die Grundmenge $B = \{0, 1\}$, die natürliche Ordnung $\leq$ und die Funktionen

$$\neg_B(a) = 1 - a \qquad \rightarrow_B (a, b) = \max(b, 1 - a)$$

Hier gelten

$$\mathbf{0}_B = 0 \qquad \mathbf{1}_B = 1$$
$$a \wedge_B b = \min(a, b) \qquad a \vee_B b = \max(a, b)$$

- Der Kleenesche Wahrheitswertebereich K_3 ist definiert durch die Grundmenge $K_3 = \{0, 1/2, 1\}$ mit der natürlichen Ordnung $\leq$ und durch die Funktionen

$$\neg_{K_3}(a) = 1 - a \qquad\qquad \rightarrow_{K_3}(a, b) = \max(b, 1 - a)$$

Hier gelten

$$\mathbf{0}_{K_3} = 0 \qquad\qquad \mathbf{1}_{K_3} = 1$$

$$a \wedge_{K_3} b = \min(a, b) \qquad\qquad a \vee_{K_3} b = \max(a, b)$$

- Der Wahrheitswertebereich F der Fuzzy-Logik ist definiert durch die Grundmenge $F = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$ mit der natürlichen Ordnung $\leq$ und durch die Funktionen

$$\neg_F(a) = 1 - a \qquad \rightarrow_F (a, b) = \max(b, 1 - a)$$

Hier gelten

$$\mathbf{0}_F = 0 \qquad \mathbf{1}_F = 1$$
$$a \wedge_F b = \min(a, b) \qquad a \vee_F b = \max(a, b)$$

- Der Boolesche Wahrheitswertebereich $B_{\mathbb{R}}$ ist definiert durch die Grundmenge $B_{\mathbb{R}} = \{A \mid A \subseteq \mathbb{R}\}$ mit der Ordnung $\subseteq$ und durch die Funktionen

$$\neg_{B_{\mathbb{R}}}(A) = \mathbb{R} \setminus A \qquad \rightarrow_{B_{\mathbb{R}}}(A, B) = B \cup \mathbb{R} \setminus A$$

Hier gelten

$$\mathbf{0}_{B_{\mathbb{R}}} = \emptyset \qquad \mathbf{1}_{B_{\mathbb{R}}} = \mathbb{R}$$

$$A \wedge_{B_{\mathbb{R}}} B = A \cap B \qquad A \vee_{B_{\mathbb{R}}} B = A \cup B$$

- Der Heytingsche Wahrheitswertebereich $H_{\mathbb{R}}$ ist definiert durch die Grundmenge $H_{\mathbb{R}} = \{A \subseteq \mathbb{R} \mid A \text{ ist offen}\}$, die Ordnung $\subseteq$ und durch die Funktionen

$$\neg_{H_{\mathbb{R}}}(A) = \text{Inneres}(\mathbb{R} \setminus A) \qquad \rightarrow_{H_{\mathbb{R}}}(A, B) = \text{Inneres}(B \cup \mathbb{R} \setminus A)$$

Hier gelten

$$\mathbf{0}_{H_{\mathbb{R}}} = \emptyset \qquad \mathbf{1}_{H_{\mathbb{R}}} = \mathbb{R}$$

$$A \wedge_{H_{\mathbb{R}}} B = A \cap B \qquad A \vee_{H_{\mathbb{R}}} B = A \cup B$$

Erinnerung: $\text{Inneres}(A) = \{a \in A \mid \exists \varepsilon > 0 \colon (a - \varepsilon, a + \varepsilon) \subseteq A\}$

Beispiele: $\text{Inneres}\big((0,1)\big) = (0,1) = \text{Inneres}\big([0,1]\big)$, $\text{Inneres}(\mathbb{N}) = \emptyset$, $\text{Inneres}(\mathbb{R}_{\geq 0}) = \mathbb{R}_{>0}$

Sei W ein Wahrheitswertebereich und $\mathcal{B}$ eine W-Belegung. Induktiv über den Formelaufbau definieren wir den Wahrheitswert $\widehat{\mathcal{B}}(\varphi) \in W$ jeder zu $\mathcal{B}$ passenden Formel φ:

$$
\begin{array}{rcl}
\widehat{\mathcal{B}}(\bot) & = & \mathbf{0}_W \\
\widehat{\mathcal{B}}(p) & = & \mathcal{B}(p) \quad \text{falls } p \text{ eine atomare Formel ist} \\
\widehat{\mathcal{B}}((\varphi \wedge \psi)) & = & \widehat{\mathcal{B}}(\varphi) \wedge_W \widehat{\mathcal{B}}(\psi) \\
\widehat{\mathcal{B}}((\varphi \vee \psi)) & = & \widehat{\mathcal{B}}(\varphi) \vee_W \widehat{\mathcal{B}}(\psi) \\
\widehat{\mathcal{B}}((\varphi \to \psi)) & = & \to_W \left(\widehat{\mathcal{B}}(\varphi), \widehat{\mathcal{B}}(\psi)\right) \\
\widehat{\mathcal{B}}(\neg\varphi) & = & \neg_W \left(\widehat{\mathcal{B}}(\varphi)\right)
\end{array}
$$

Wir schreiben im folgenden $\mathcal{B}(\varphi)$ anstatt $\widehat{\mathcal{B}}(\varphi)$.

Beispiel

Betrachte die Formel $\varphi = \big((p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)\big)$.

- Für eine beliebige B-Belegung $\mathcal{B}\colon \{p, q\} \rightarrow B$ gilt

$$
\begin{aligned}
\mathcal{B}(\varphi) &= \max\big(\mathcal{B}(q \wedge p), 1 - \mathcal{B}(p \wedge q)\big) \\
&= \max\Big(\min\big(\mathcal{B}(q), \mathcal{B}(p)\big), 1 - \min\big(\mathcal{B}(p), \mathcal{B}(q)\big)\Big) \\
&= 1 = \mathbf{1}_B
\end{aligned}
$$

- Für die K_3-Belegung $\mathcal{B}\colon \{p, q\} \rightarrow K_3$ mit $\mathcal{B}(p) = \mathcal{B}(q) = 1/2$ gilt

$$
\begin{aligned}
\mathcal{B}(\varphi) &= \max(\mathcal{B}(q \wedge p), 1 - \mathcal{B}(p \wedge q)) \\
&= \max\Big(\min\big(\mathcal{B}(q), \mathcal{B}(p)\big), 1 - \min\big(\mathcal{B}(p), \mathcal{B}(q)\big)\Big) \\
&= 1/2 \neq \mathbf{1}_{K_3}
\end{aligned}
$$

- analog gibt es eine F-Belegung $\mathcal{B}\colon \{p, q\} \rightarrow F$, so daß $\mathcal{B}(\varphi) \neq \mathbf{1}_F$ gilt.

- Für eine beliebige $H_{\mathbb{R}}$-Belegung $\mathcal{B}\colon \{p, q\} \to H_{\mathbb{R}}$ gilt

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(\varphi) &= \text{Inneres}\big(\mathcal{B}(q \wedge p) \cup \mathbb{R} \setminus \mathcal{B}(p \wedge q)\big) \\
&= \text{Inneres}\Big(\big(\mathcal{B}(q) \cap \mathcal{B}(p)\big) \cup \mathbb{R} \setminus \big(\mathcal{B}(p) \cap \mathcal{B}(q)\big)\Big) \\
&= \text{Inneres}(\mathbb{R}) = \mathbb{R} \\
&= \mathbf{1}_{H_{\mathbb{R}}}
\end{aligned}$$

Folgerung und Gültigkeit

Sei W ein Wahrheitswertebereich.

Eine Formel φ heißt eine W-Folgerung der Formelmenge Γ, falls für jede W-Belegung $\mathcal{B}$, die zu allen Formeln aus $\Gamma \cup \{\varphi\}$ paßt, gilt:

$$\inf\{\mathcal{B}(\gamma) \mid \gamma \in \Gamma\} \leq \mathcal{B}(\varphi)$$

Wir schreiben $\Gamma \models_W \varphi$, falls φ eine W-Folgerung von Γ ist.

Bemerkung

Im Gegensatz zur Beziehung $\Gamma \vdash \varphi$, d.h. zur syntaktischen Folgerung, ist $\Gamma \models_W \varphi$ eine semantische Beziehung.

Eine Formel φ ist gültig in W, wenn $\emptyset \models_W \varphi$ gilt, d.h. $\mathcal{B}(\varphi) = \mathbf{1}_W$ für alle passenden W-Belegungen $\mathcal{B}$ (denn $\inf\{\widehat{\mathcal{B}}(\gamma) \mid \gamma \in \emptyset\} = \inf \emptyset = \mathbf{1}_W$). Hierfür schreibt man auch $\models_W \varphi$.

Im Booleschen Wahrheitswertebereich B gültige Formeln heißen Tautologien.

Wahrheitstafel für den Booleschen Wahrheitswertebereich B:

RL	AK	BK	$AK \vee BK$	$AK \rightarrow BK$	$(BK \wedge RL) \rightarrow \neg AK$	RL	$\neg AK$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	0

Wir erhalten also

$$\left\{ \begin{array}{l} (AK \vee BK), (AK \rightarrow BK), \\ ((BK \wedge RL) \rightarrow \neg AK), RL \end{array} \right\} \models_B \neg AK$$

und können damit sagen

„Wenn die Aussagen „Bauteil *A* oder Bauteil *B* ist kaputt“ *und* „daraus, daß Bauteil *A* kaputt ist, folgt, daß Bauteil *B* kaputt ist“ *und* ... wahr sind,

...dann kann man die Folgerung ziehen: die Aussage „das Bauteil *A* ist heil“ ist wahr.“

Erinnerung

Auf Folie 1.30 bzw. in der 1. Übung wurde gezeigt:

$$\left\{ \begin{array}{l} (AK \vee BK), (AK \rightarrow BK), \\ ((BK \wedge RL) \rightarrow \neg AK), RL \end{array} \right\} \vdash \neg AK$$

Beispiel

Sei φ beliebige Formel mit atomaren Formeln in V.

- Sei $\mathcal{B}\colon V \to B$ eine B-Belegung. Dann gilt

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(\neg\neg\varphi \to \varphi) &= \ \to_B \big(\neg_B \neg_B(\mathcal{B}(\varphi)), \mathcal{B}(\varphi)\big) \\
&= \max\big(\mathcal{B}(\varphi), 1-(1-(1-\mathcal{B}(\varphi)))\big) \\
&= \max\big(\mathcal{B}(\varphi), 1-\mathcal{B}(\varphi)\big) \\
&= 1 = \mathbf{1}_B\,.
\end{aligned}$$

  Also ist $\neg\neg\varphi \to \varphi$ im Booleschen Wahrheitswertebereich B gültig (gilt ebenso für den Wahrheitswertebereich $B_{\mathbb{R}}$).

- Sei $\mathcal{B}\colon V \to H_{\mathbb{R}}$ eine $H_{\mathbb{R}}$-Belegung mit $\mathcal{B}(\varphi) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Dann gelten

$$\begin{array}{rcll}
\mathcal{B}(\neg\varphi) & = & \text{Inneres}\big(\mathbb{R} \setminus \mathcal{B}(\varphi)\big) & \\
& = & \text{Inneres}\big(\{0\}\big) = \emptyset & \xleftarrow{\text{!merken!}} \\
\mathcal{B}(\neg\neg\varphi) & = & \text{Inneres}\big(\mathbb{R} \setminus \mathcal{B}(\neg\varphi)\big) & \\
& = & \text{Inneres}(\mathbb{R}) = \mathbb{R} & \\
\mathcal{B}(\neg\neg\varphi \to \varphi) & = & \to_{H_{\mathbb{R}}} \big(\mathcal{B}(\neg\neg\varphi), \mathcal{B}(\varphi)\big) & \\
& = & \to_{H_{\mathbb{R}}} \big(\mathbb{R}, \mathbb{R} \setminus \{0\}\big) & \\
& = & \text{Inneres}\big(\mathbb{R} \setminus \{0\} \cup \mathbb{R} \setminus \mathbb{R}\big) & \\
& = & \mathbb{R} \setminus \{0\} \neq \mathbb{R} = \mathbf{1}_{H_{\mathbb{R}}} &
\end{array}$$

Also ist $\neg\neg\varphi \to \varphi$ nicht im Heytingschen Wahrheitswertebereich $H_{\mathbb{R}}$ gültig
(gilt ebenso für die Wahrheitswertebereiche K_3 und F).

Beispiel

Sei φ beliebige Formel mit atomaren Formeln in V.

- Sei $\mathcal{B}\colon V \to B$ eine B-Belegung. Dann gilt

$$\mathcal{B}(\varphi \vee \neg\varphi) \;=\; \max\big(\mathcal{B}(\varphi), 1 - \mathcal{B}(\varphi)\big) = 1 = \mathbf{1}_B\,.$$

  Also ist $\varphi \vee \neg\varphi$ in B gültig
  (gilt ebenso für den Wahrheitswertebereich $B_{\mathbb{R}}$).

- Sei $\mathcal{B}\colon V \to H_{\mathbb{R}}$ eine $H_{\mathbb{R}}$-Belegung mit $\mathcal{B}(\varphi) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Dann gilt

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\varphi \vee \neg\varphi) &= \mathcal{B}(\varphi) \cup \mathcal{B}(\neg\varphi)\\ &= \mathbb{R} \setminus \{0\} \cup \emptyset \neq \mathbf{1}_{H_{\mathbb{R}}}\,.\end{aligned}$$

  Also ist $\varphi \vee \neg\varphi$ nicht in $H_{\mathbb{R}}$ gültig
  (gilt ebenso für die Wahrheitswertebereiche K_3 und F).

Beispiel

Sei φ eine beliebige Formel mit atomaren Formeln in V.

- Sei $\mathcal{B}\colon V \to B$ eine B-Belegung. Dann gilt

$$
\begin{aligned}
\mathcal{B}(\neg\varphi \to \bot) &= \to_B \big(\mathcal{B}(\neg\varphi), \mathcal{B}(\bot)\big) = \max\big(0, 1 - \mathcal{B}(\neg\varphi)\big) \\
&= 1 - \big(1 - \mathcal{B}(\varphi)\big) = \mathcal{B}(\varphi)\,.
\end{aligned}
$$

  Also haben wir

$$\{\neg\varphi \to \bot\} \models_B \varphi \text{ und } \{\varphi\} \models_B \neg\varphi \to \bot\,.$$

- Ebenso erhält man:

$$
\begin{array}{ll}
\{\neg\varphi \to \bot\} \models_{K_3} \varphi & \qquad \{\varphi\} \models_{K_3} \neg\varphi \to \bot \\
\{\neg\varphi \to \bot\} \models_F \varphi & \qquad \{\varphi\} \models_F \neg\varphi \to \bot
\end{array}
$$

- Sei $\mathcal{B}\colon D \to H_{\mathbb{R}}$ eine $H_{\mathbb{R}}$-Belegung mit $\mathcal{B}(\varphi) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Dann gilt

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(\neg\varphi \to \bot) &= \text{Inneres}\big(\mathcal{B}(\bot) \cup \mathbb{R} \setminus \mathcal{B}(\neg\varphi)\big) \\
&= \text{Inneres}(\emptyset \cup \mathbb{R} \setminus \emptyset) \\
&= \mathbb{R} \supsetneq \mathcal{B}(\varphi)\,.
\end{aligned}$$

also

$$\{\neg\varphi \to \bot\} \not\models_{H_{\mathbb{R}}} \varphi\,.$$

Es gilt aber

$$\{\varphi\} \models_{H_{\mathbb{R}}} \neg\varphi \to \bot\,.$$

Zusammenfassung der Beispiele

	B	$B_{\mathbb{R}}$	K_3	F	$H_{\mathbb{R}}$	
$\emptyset \models_W \neg\neg\varphi \to \varphi$	$\surd$	$\surd$	–	–	–	$\emptyset \vdash \neg\neg\varphi \to \varphi$ (Folie 2.26)
$\emptyset \models_W \varphi \vee \neg\varphi$	$\surd$	$\surd$	–	–	–	$\emptyset \vdash \varphi \vee \neg\varphi$ (Folie 2.27)
$\{\neg\varphi \to \bot\} \models_W \varphi$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	–	$\{\neg\varphi \to \bot\} \vdash \varphi$
$\{\varphi\} \models_W \neg\varphi \to \bot$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\{\varphi\} \vdash \neg\varphi \to \bot$

$\surd$ in Spalte W: W-Folgerung gilt
– in Spalte W: W-Folgerung gilt nicht

Überblick

Wir haben definiert

$\Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \models_W \varphi$
syntaktische Folgerung	(semantische) W-Folgerung
Theorem	gültig in W
(„hypothesenlos ableitbar“)	(„wird immer zu $\mathbf{1}_W$ ausgewertet“)

Frage

Was ist die Beziehung zwischen diesen Begriffen, insbes. zwischen „Theorem“ und „in W gültig“? Da z.B. B-Folgerung $\neq$ K_3-Folgerung (vgl. Folie 3.26), hängt die Anwort von W ab.

Zusammenfassung 3. Vorlesung

in dieser Vorlesung neu

- Wahrheitswertebereiche zur exakten Beschreibung der Semantik von Formeln der Aussagenlogik

kommende Vorlesung

- Können wir durch mathematische Beweise zu falschen Aussagen kommen?
- Erste Überlegungen zur Frage „Können wir durch mathematische Beweise zu allen korrekten Aussagen kommen?“