Beispiele

1. Strukturen $\mathcal{A}$ mit entscheidbarer Theorie $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$:
   - $(\mathbb{N}, +)$, $(\mathbb{N}, \cdot)$
   - $(\mathbb{N}, +, V_k)$ mit $V_k : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$: $n \mapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ \max\{k^m \mid k^m \text{ teilt } n\} & \text{sonst} \end{cases}$
   - $(\mathbb{R}, +, \cdot)$, $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
2. Strukturen $\mathcal{A}$, deren Theorie $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$ unentscheidbar ist:
   - $(\mathbb{N}, +, \cdot)$, $(\mathbb{N}, +, |)$, $\big(\mathbb{N}, +, \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\}\big)$
   - $(\mathbb{N}, +, V_k, V_\ell)$, falls $i = j = 0$ aus $k^i = \ell^j$ folgt
   - $(\Sigma^*, \cdot)$ für $|\Sigma| \geq 2$

Wir zeigen jetzt, daß jede semi-entscheidbare Theorie sogar entscheidbar ist:

Satz

Sei $\mathcal{A}$ eine Struktur, so daß $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$ semi-entscheidbar ist. Dann ist $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$ entscheidbar.

Beweis:
Sei B das Komplement von $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$, d.h.

$$\begin{aligned} \varphi \in B \quad &\iff \quad \mathcal{A} \not\models \varphi \\ &\iff \quad \mathcal{A} \models \neg\varphi \\ &\iff \quad \neg\varphi \in \mathrm{Th}(\mathcal{A}) \,. \end{aligned}$$

Die Abbildung $\varphi \mapsto \neg\varphi$ ist also eine Reduktion von B auf die semi-entscheidbare Menge $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$. Also ist B semi-entscheidbar. Da also $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$ und das Komplement B semi-entscheidbar sind, ist $\mathrm{Th}(\mathcal{A})$ entscheidbar (vgl. „Automaten, Sprachen und Komplexität“). $\square$

Korollar

Die Menge $\mathrm{Th}(\mathcal{N})$ der Aussagen φ mit $\mathcal{N} \models \varphi$ ist nicht semi-entscheidbar.

Beweis:

Klar mit Sätzen auf Folien 10.18 und 11.2. $\square$

Korollar (1. Gödelscher Unvollständigkeitssatz)

Sei Γ eine semi-entscheidbare Menge von Sätzen mit $\mathcal{N} \models \gamma$ für alle $\gamma \in \Gamma$.

Dann existiert eine Aussage φ mit $\Gamma \nvdash \varphi$ und $\Gamma \nvdash \neg\varphi$ (d.h. „Γ ist nicht vollständig“).

Beweis: Γ semi-entscheidbar
$\Longrightarrow$ $\{(D, \varphi) \mid D$ Deduktion mit Hypothesen in Γ und Konklusion $\varphi\}$ semi-entscheidbar
$\Longrightarrow$ $\{\varphi \mid \Gamma \vdash \varphi\}$ semi-entscheidbar und (nach Korrektheitssatz) Teilmenge von $\mathrm{Th}(\mathcal{N})$
$\Longrightarrow$ $\{\varphi \mid \Gamma \vdash \varphi\} \subsetneq \mathrm{Th}(\mathcal{N})$ (denn $\mathrm{Th}(\mathcal{N})$ ist nicht semi-entscheidbar)
$\Longrightarrow$ es gibt Aussage φ mit $\mathcal{N} \models \varphi$ und $\underline{\Gamma \nvdash \varphi}$

Angenommen, $\Gamma \vdash \neg\varphi$
$\Longrightarrow$ $\mathcal{N} \models \neg\varphi$ (nach Korrektheitsssatz), im Widerspruch zu $\mathcal{N} \models \varphi$
$\Longrightarrow$ $\underline{\Gamma \nvdash \neg\varphi}$. $\square$

Ein 2. Semi-Entscheidungsverfahren für allgemeingültige Formeln

bekanntes Verfahren mittels natürlichem Schließen:

Suche hypothesenlose Deduktion mit Konklusion ψ.

Jetzt **alternatives Verfahren**, das auf den Endlichkeitssatz der Aussagenlogik (Folie 5.21) zurückgreift:

- Berechne aus Σ-Formel ψ eine Menge E von aussagenlogischen Formeln mit

$$E \text{ unerfüllbar} \iff \neg\psi \text{ unerfüllbar} \iff \psi \text{ allgemeingültig}$$

- Suche endliche unerfüllbare Teilmenge E' von E.

Kern des Verfahrens ist es also, aus Σ-Formel φ eine Menge E aussagenlogischer Formeln zu berechnen mit

$$\varphi \text{ unerfüllbar} \iff E \text{ unerfüllbar.}$$

Hierzu werden wir die Formel φ zunächst in drei Schritten („Gleichungsfreiheit“, „Pränexform“ und „Skolem-Form“) vereinfachen, wobei die Formel erfüllbar bzw. unerfüllbar bleiben muß.

Definition

Zwei Σ-Formeln φ und ψ heißen erfüllbarkeitsäquivalent, wenn gilt:

$$\varphi \text{ ist erfüllbar} \iff \psi \text{ ist erfüllbar}$$

Unsere Vereinfachungen müssen also erfüllbarkeitsäquivalente Formeln liefern.

Elimination von Gleichungen

Definition

Eine Σ-Formel ist gleichungsfrei, wenn sie keine Teilformel der Form $s = t$ enthält.

Ziel: Aus einer Σ-Formel φ soll eine erfüllbarkeitsäquivalente gleichungsfreie Formel φ' berechnet werden.

Bemerkung: Man kann i.a. keine äquivalente gleichungsfreie Formel φ' angeben, da es eine solche z.B. zu $\varphi = (\forall x \forall y \colon x = y)$ nicht gibt.

Idee: Die Formel φ' entsteht aus φ, indem alle Teilformeln der Form $x = y$ durch $\mathrm{Gl}(x, y)$ ersetzt werden, wobei Gl ein neues Relationssymbol ist.

Notationen

- Sei $\Sigma = (\mathrm{Fun}, \mathrm{Rel}, \mathrm{ar})$ endliche Signatur und φ Σ-Formel.
- $\Sigma_{\mathrm{Gl}} = \big(\mathrm{Fun}, \mathrm{Rel} \uplus \{\mathrm{Gl}\}, \mathrm{ar}_{\mathrm{Gl}}\big)$ mit $\mathrm{ar}_{\mathrm{Gl}}(f) = \mathrm{ar}(f)$ für alle $f \in \mathrm{Fun} \cup \mathrm{Rel}$ und $\mathrm{ar}_{\mathrm{Gl}}(\mathrm{Gl}) = 2$.
- Für eine Σ-Formel φ bezeichnet φ_{Gl} die Σ_{Gl}-Formel, die aus φ entsteht, indem alle Vorkommen von Teilformeln $s = t$ durch $\mathrm{Gl}(s, t)$ ersetzt werden.

Behauptung

φ erfüllbar $\Longrightarrow$ φ_{Gl} erfüllbar

Beweis φ erfüllbar

$\Longrightarrow$ es gibt Σ-Struktur $\mathcal{A}$ und Variableninterpretation ρ mit $\mathcal{A} \models_\rho \varphi$

Wir definieren eine Σ_{Gl}-Struktur $\mathcal{B}$ wie folgt:

- $U_\mathcal{B} = U_\mathcal{A}$,
- $f^\mathcal{B} = f^\mathcal{A}$ für alle $f \in \mathrm{Fun}$,
- $R^\mathcal{B} = R^\mathcal{A}$ für alle $R \in \mathrm{Rel}$ und
- $\mathrm{Gl}^\mathcal{B} = \{(a, a) \mid a \in U_\mathcal{B}\}$, d.h. $\mathrm{Gl}^\mathcal{B}$ ist die Gleichheit auf $U_\mathcal{B}$.

Dann gilt offensichtlich

$$\mathcal{A} \models_\rho \varphi \iff \mathcal{B} \models_\rho \varphi_{\mathrm{Gl}} .$$

Also ist φ_{Gl} erfüllbar. $\square$

Behauptung

Es gilt nicht: φ erfüllbar $\Longleftarrow$ φ_{Gl} erfüllbar.

Beweis: Betrachte die Formel $\varphi = \exists x\, \neg(x = x)$, die offensichtlich unerfüllbar ist.

Dann ist aber $\varphi_{\mathrm{Gl}} = \exists x\, \neg \mathrm{Gl}(x, x)$. Sei $\mathcal{B}$ Σ_{Gl}-Struktur mit $\mathrm{Gl}^{\mathcal{B}} = \emptyset$. Dann gilt $\mathcal{B} \models \varphi_{\mathrm{Gl}}$, also ist φ_{Gl} erfüllbar. $\square$

Ähnlich führen die folgenden Formeln zu einem Beweis dieser Behauptung:

- $\varphi = \exists x, y\, (x = y \wedge y \neq x)$ (wähle $\mathrm{Gl}^{\mathcal{B}}$ nicht symmetrisch)
- $\varphi = \exists x, y, z\, (x = y \wedge y = z \wedge x \neq z)$ (wähle $\mathrm{Gl}^{\mathcal{B}}$ nicht transitiv)
- $\varphi = \exists x, y\, \big(x = y \wedge f(x) \neq f(y)\big)$
- $\varphi = \exists x, y, z\big(x = y \wedge E(x, z) \wedge \neg E(y, z)\big)$

denn die Formel φ_{Gl} fordert nicht, daß $\mathrm{Gl}^{\mathcal{B}}$ eine „Kongruenz“ sei.

Definition

Sei $\mathcal{A}$ eine Σ-Struktur und $\sim$ eine binäre Relation auf $U_{\mathcal{A}}$. Die Relation $\sim$ heißt Kongruenz auf $\mathcal{A}$, wenn gilt:

- $\sim$ ist eine Äquivalenzrelation (d.h. reflexiv, transitiv und symmetrisch)
- für alle $f \in \mathrm{Fun}$ mit $k = \mathrm{ar}(f)$ und alle $a_1, b_1, \ldots, a_k, b_k \in U_{\mathcal{A}}$ und alle $a_1, b_1, \ldots, a_k, b_k \in U_{\mathcal{A}}$ mit $a_1 \sim b_1, \ldots, a_k \sim b_k$ gilt
$$f^{\mathcal{A}}(a_1, \ldots, a_k) \sim f^{\mathcal{A}}(b_1, \ldots, b_k)$$
- für alle $R \in \mathrm{Rel}$ mit $k = \mathrm{ar}(R)$ und alle $a_1, b_1, \ldots, a_k, b_k \in U_{\mathcal{A}}$ mit $a_1 \sim b_1, \ldots, a_k \sim b_k$ gilt
$$(a_1, \ldots, a_k) \in R^{\mathcal{A}} \iff (b_1, \ldots, b_k) \in R^{\mathcal{A}}$$

Beispiel:

1. Ist $\mathcal{A}$ Struktur, so ist die Gleichheit $=$ eine Kongruenz auf $\mathcal{A}$.
2. Sei $\mathcal{Z} = (\mathbb{Z}, +, \cdot)$ und für $a, b \in \mathbb{Z}$ gelte

$$a \sim b \iff |a - b| \text{ ist Vielfaches von } 17\,.$$

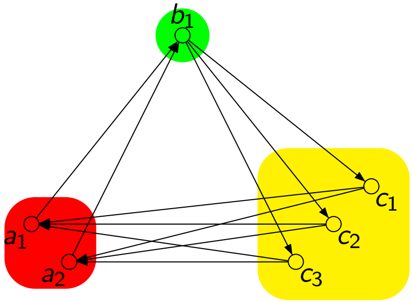
   Dann ist $\sim$ eine Kongruenz auf $\mathcal{Z}$.
3. Sei $U_{\mathcal{A}} = \{a_1, a_2, b_1, c_1, c_2, c_3\}$ und

$$E^{\mathcal{A}} = \big\{(a_i, b_1), (b_1, c_j), (c_j, a_i) \;\big|\; 1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 3\big\}\,.$$

   Dann ist die folgende Relation $\sim$ eine Kongruenz:

$$\big\{(a_i, a_j), (b_1, b_1), (c_k, c_\ell) \;\big|\; 1 \leq i, j \leq 2, 1 \leq k, \ell \leq 3\big\}\,.$$

Veranschaulichung des letzten Beispiels:

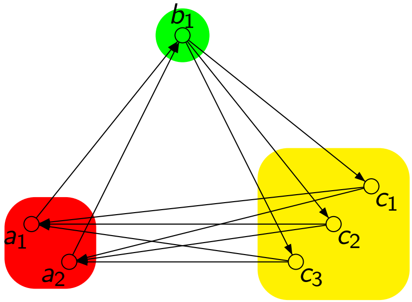


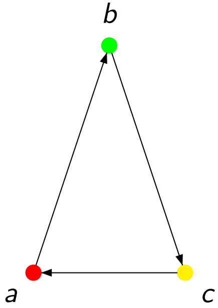
Definition

Sei $\mathcal{A}$ eine Σ-Struktur und $\sim$ eine Kongruenz auf $\mathcal{A}$.

1. Für $a \in U_\mathcal{A}$ sei $[a] = \{b \in U_\mathcal{A} \mid a \sim b\}$ die Äquivalenzklasse von a bzgl. $\sim$.
2. Dann definieren wir den Quotienten $\mathcal{B} = \mathcal{A}/{\sim}$ von $\mathcal{A}$ bzgl. $\sim$ wie folgt:
   - $U_\mathcal{B} = U_\mathcal{A}/{\sim} = \{[a] \mid a \in U_\mathcal{A}\}$
   - Für jedes $f \in \mathrm{Fun}$ mit $\mathrm{ar}(f) = k$ und alle $a_1, \ldots, a_k \in U_\mathcal{A}$ setzen wir
   $$f^\mathcal{B}([a_1], \ldots, [a_k]) = \left[f^\mathcal{A}(a_1, \ldots, a_k)\right].$$
   - Für jedes $R \in \mathrm{Rel}$ mit $\mathrm{ar}(R) = k$ setzen wir
   $$R^\mathcal{B} = \left\{([a_1], [a_2], \ldots, [a_k]) \;\middle|\; (a_1, \ldots, a_k) \in R^\mathcal{A}\right\}.$$
3. Sei $\rho\colon \mathrm{Var} \to U_\mathcal{A}$ Variableninterpretation. Dann definiere die Variableninterpretation
$$\rho/{\sim}\colon \mathrm{Var} \to U_\mathcal{B}\colon x \mapsto \left[\rho(x)\right].$$

Veranschaulichung am letzten Beispiel:





Lemma 1

Sei $\mathcal{A}$ Struktur, $\rho\colon \mathrm{Var} \to U_{\mathcal{A}}$ Variableninterpretation und $\sim$ Kongruenz. Seien weiter $\mathcal{B} = \mathcal{A}/{\sim}$ und $\rho_{\mathcal{B}} = \rho/{\sim}$. Dann gilt für jeden Term t:

$$\big[\rho(t)\big] = \rho_{\mathcal{B}}(t)\,.$$

Beweis: per Induktion über den Aufbau des Terms t:
I.A. $t = x$ ist Variable. Dann gilt

$$\big[\rho(t)\big] = \big[\rho(x)\big] = \rho_{\mathcal{B}}(x) = \rho_{\mathcal{B}}(t)$$

nach Definition der Variableninterpretation $\rho_{\mathcal{B}}$.
I.S. Sei $t = f(t_1, \ldots, t_k)$. Dann gilt

$$\begin{aligned}
\big[\rho(t)\big] &= \Big[f^{\mathcal{A}}\big(\rho(t_1), \ldots, \rho(t_k)\big)\Big] \\
&= f^{\mathcal{B}}\Big(\big[\rho(t_1)\big], \ldots, \big[\rho(t_k)\big]\Big) \\
&\overset{\text{IV}}{=} f^{\mathcal{B}}\big(\rho_{\mathcal{B}}(t_1), \ldots, \rho_{\mathcal{B}}(t_k)\big) = \rho_{\mathcal{B}}(t)\,. \qquad \square
\end{aligned}$$

Lemma 2

Sei $\mathcal{A}$ Σ-Struktur, $\sim$ Kongruenz und $\mathcal{B} = \mathcal{A}/{\sim}$. Dann gilt für alle $R \in \mathrm{Rel}$ mit $k = \mathrm{ar}(R)$ und alle $c_1, \ldots, c_k \in U_{\mathcal{A}}$:

$$([c_1], [c_2], \ldots, [c_k]) \in R^{\mathcal{B}} \iff (c_1, c_2, \ldots, c_k) \in R^{\mathcal{A}}\,.$$

Beweis:

„$\Leftarrow$“: klar nach Definition von $R^{\mathcal{B}}$

„$\Rightarrow$“: Sei $([c_1], \ldots, [c_k]) \in R^{\mathcal{B}}$

$\Longrightarrow$ es gibt $(a_1, \ldots, a_k) \in R^{\mathcal{A}}$ mit $([a_1], \ldots, [a_k]) = ([c_1], \ldots, [c_k])$

$\Longrightarrow$ $a_1 \sim c_1\,,\ \ldots\,,\ a_k \sim c_k$

$\Longrightarrow$ $(c_1, \ldots, c_k) \in R^{\mathcal{A}}$, da $\sim$ Kongruenz ist. $\square$

Satz

Seien $\mathcal{A}$ Σ_{Gl}-Struktur und $\rho\colon \mathrm{Var} \to U_{\mathcal{A}}$ Variableninterpretation, so daß $\sim\, = \mathrm{Gl}^{\mathcal{A}}$ Kongruenz auf $\mathcal{A}$ ist.

Seien $\mathcal{B} = \mathcal{A}/\!\sim$ und $\rho_{\mathcal{B}} = \rho/\!\sim$.

Dann gilt für alle Σ-Formeln φ:

$$\mathcal{A} \models_{\rho} \varphi_{\mathrm{Gl}} \iff \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \varphi\,.$$

Beweis: per Induktion über den Aufbau der Formel φ.

I.A. φ ist atomare Formel:

- $\varphi = R(t_1, \ldots, t_k)$ für Terme $t_1, \ldots, t_k$. Dann gelten $\varphi = \varphi_{\mathrm{Gl}}$ und

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} \models_{\rho} \varphi_{\mathrm{Gl}} \quad &\iff \quad (\rho(t_1), \ldots, \rho(t_k)) \in R^{\mathcal{A}} \\
&\iff \quad \Big(\big[\rho(t_1)\big], \ldots, \big[\rho(t_k)\big]\Big) \in R^{\mathcal{B}} \text{ (Lemma 2)} \\
&\iff \quad (\rho_{\mathcal{B}}(t_1), \ldots, \rho_{\mathcal{B}}(t_k)) \in R^{\mathcal{B}} \text{ (Lemma 1)} \\
&\iff \quad \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \varphi
\end{aligned}$$

- $\varphi = (s = t)$ für Terme s und t und damit $\varphi_{\mathrm{Gl}} = \mathrm{Gl}(s,t)$.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A} \models_\rho \varphi_{\mathrm{Gl}} \quad &\iff \quad \big(\rho(s), \rho(t)\big) \in \mathrm{Gl}^{\mathcal{A}} \\
&\iff \quad \rho(s) \sim \rho(t) \\
&\iff \quad \big[\rho(s)\big] = \big[\rho(t)\big] \\
&\iff \quad \rho_{\mathcal{B}}(s) = \rho_{\mathcal{B}}(t) \\
&\iff \quad \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \varphi
\end{aligned}
$$

I.S.

- $\varphi = \alpha \wedge \beta$: Dann gilt $\varphi_{\mathrm{Gl}} = \alpha_{\mathrm{Gl}} \wedge \beta_{\mathrm{Gl}}$ und damit

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A} \models_\rho \varphi_{\mathrm{Gl}} \quad &\iff \quad \mathcal{A} \models_\rho \alpha_{\mathrm{Gl}} \text{ und } \mathcal{A} \models_\rho \beta_{\mathrm{Gl}} \\
&\overset{\text{IV}}{\iff} \quad \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \alpha \text{ und } \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \beta \\
&\iff \quad \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \varphi
\end{aligned}
$$

- $\varphi = \alpha \vee \beta$: analog
- $\varphi = \alpha \rightarrow \beta$: analog
- $\varphi = \neg\alpha$: analog

- $\varphi = \exists x\, \alpha$: Dann gilt $\varphi_{\mathrm{Gl}} = \exists x\, \alpha_{\mathrm{Gl}}$ und damit

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} \models_\rho \varphi_{\mathrm{Gl}} &\iff \text{es gibt } a \in U_{\mathcal{A}} \text{ mit } \mathcal{A} \models_{\rho[x\mapsto a]} \alpha_{\mathrm{Gl}} \\
&\overset{\text{IV}}{\iff} \text{es gibt } a \in U_{\mathcal{A}} \text{ mit } \mathcal{B} \models_{(\rho[x\mapsto a])/\sim} \alpha \\
&\iff \text{es gibt } a \in U_{\mathcal{A}} \text{ mit } \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}[x\mapsto [a]]} \alpha \\
&\qquad \text{(denn } \big(\rho[x \mapsto a]\big)/\sim\, = \rho_{\mathcal{B}}\big[x \mapsto [a]\big]\text{)} \\
&\iff \text{es gibt } b \in U_{\mathcal{B}} \text{ mit } \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}[x\mapsto b]} \alpha \\
&\iff \mathcal{B} \models_{\rho_{\mathcal{B}}} \varphi
\end{aligned}$$

- $F = \forall x\, \alpha$: analog. $\square$

Lemma

Aus einer endlichen Signatur Σ kann eine gleichungsfreie Horn-Formel ohne freie Variabel Kong_Σ über Σ_{Gl} berechnet werden, so daß für alle Σ_{Gl}-Strukturen $\mathcal{A}$ gilt:

$$\mathcal{A} \models \mathrm{Kong}_\Sigma \iff \mathrm{Gl}^{\mathcal{A}} \text{ ist eine Kongruenz}.$$

Beweis:

$$\begin{aligned}
& \forall x\colon \mathrm{Gl}(x,x) \wedge \forall x,y\colon \big(\mathrm{Gl}(x,y) \to \mathrm{Gl}(y,x)\big) \\
\wedge \quad & \forall x,y,z\colon \big(\mathrm{Gl}(x,y) \wedge \mathrm{Gl}(y,z) \to \mathrm{Gl}(x,z)\big) \\
\wedge \quad & \bigwedge_{f\in\mathrm{Fun}} \forall \vec{x},\vec{y}\colon \left(\left(\bigwedge_{1\le i\le \mathrm{ar}(f)} \mathrm{Gl}(x_i,y_i)\right) \to \mathrm{Gl}\big(f(\vec{x}), f(\vec{y})\big)\right) \\
\wedge \quad & \bigwedge_{R\in\mathrm{Rel}} \forall \vec{x},\vec{y}\colon \left(\left(\bigwedge_{1\le i\le \mathrm{ar}(R)} \mathrm{Gl}(x_i,y_i)\right) \to \big(R(\vec{x}) \leftrightarrow R(\vec{y})\big)\right)
\end{aligned}$$

□

Satz

Aus einer endlichen Signatur Σ und einer Σ-Formel φ kann eine gleichungsfreie und erfüllbarkeitsäquivalente Σ_{Gl}-Formel φ' berechnet werden.

Ist φ Horn-Formel, so ist auch φ' Horn-Formel.

Beweis:
Setze $\varphi' = \varphi_{\mathrm{Gl}} \wedge \mathrm{Kong}_{\Sigma}$.
wir zeigen: φ erfüllbar $\iff$ φ' erfüllbar

„$\Rightarrow$": Seien $\mathcal{A}$ Σ-Strukur und ρ Variableninterpretation mit $\mathcal{A} \models_\rho \varphi$. Sei $\mathcal{B} = (\mathcal{A}, =)$ die auf Folie 11.9 konstruierte Σ_{Gl}-Struktur. Dann gilt offensichtlich $\mathcal{B} \models_\rho \varphi_{\mathrm{Gl}} \wedge \mathrm{Kong}_{\Sigma}$, d.h. φ' ist erfüllbar.

„$\Leftarrow$": Seien $\mathcal{A}$ Σ_{Gl}-Struktur und ρ Variableninterpretation mit $\mathcal{A} \models_\rho \varphi'$

$\Longrightarrow \mathrm{Gl}^{\mathcal{A}} =: \sim$ ist Kongruenz auf $\mathcal{A}$ (Lemma auf Folie 11.21)

$\Longrightarrow \mathcal{A}/{\sim} \models_{\rho/\sim} \varphi$ (Satz auf Folie 11.18)

Also ist φ erfüllbar. $\square$

Zusammenfassung 11. Vorlesung

in dieser Vorlesung neu

- 1. Gödelscher Unvollständigkeitssatz
- Vereinfachung von Formeln: Gleichungsfreiheit

kommende Vorlesung

- weitere Vereinfachung von Formeln: Pränexform und Skolemform
- Herbrand-Modelle