

## Logik und Logikprogrammierung – Übung 6

Abgabe bis zum 17. November um 13:00 Uhr vor der Vorlesung bzw. im Briefkasten.

Nur für die mit \* markierten Aufgaben können Bonuspunkte verdient werden.

### Aufgabe 1\*

1+1 Punkte

Leiten Sie unter Verwendung der Äquivalenzen auf Folien 6.16f die folgenden Zusammenhänge her:

- (a)  $\varphi \longrightarrow \psi \equiv \neg\psi \longrightarrow \neg\varphi$
- (b)  $\varphi \vee \neg\perp \equiv \neg\perp$
- (c) Selbststudium:  $\varphi \wedge \neg\perp \equiv \varphi$
- (d) Selbststudium:  $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \equiv \varphi$  (schwer)

### Aufgabe 2\*

1+1+1 Punkte

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

- (a) Angenommen es gäbe eine Formel  $\varphi$  mit  $\emptyset \vdash \varphi$  und  $\emptyset \vdash \neg\varphi$ . Dann ist jede aussagenlogische Formel ein Theorem.
- (b) Eine Menge  $\Gamma$  von Formeln ist genau dann konsistent, wenn es eine Formel  $\varphi$  gibt mit  $\Gamma \not\vdash \varphi$ .
- (c) Sei  $\Gamma$  eine beliebige Menge von Formeln. Dann gilt:

Es gibt ein  $\varphi$  mit  $\Gamma \models \varphi$  und  $\Gamma \models \neg\varphi$  gdw.  $\Gamma \models \psi$  und  $\Gamma \models \neg\psi$  für alle Formeln  $\psi$ .

### Aufgabe 3\*

1+1 Punkte

Gegeben sei die Klauselmeng  $\Gamma = \{p \vee s, \neg s \vee \neg r, r \vee p \vee q, \neg p \vee q, \neg q \vee r, s \vee q\}$ .

- (a) Geben Sie eine Resolutions-Ableitung mit Hypothesen aus  $\Gamma$  und Konklusion  $p$  an.
- (b) Verwenden Sie den Resolutions-Kalkül um zu prüfen, ob  $\Gamma \cup \{s\}$  unerfüllbar ist. Gilt  $\Gamma \models \neg s$ ?

*Hinweis.* Sie dürfen Teilaufgabe (a) verwenden, ohne diese bearbeitet zu haben.

### Aufgabe 4\*

2+3 Punkte

Gegeben sei die Menge  $\Gamma = \{p, (q \wedge r) \longrightarrow (q \wedge \neg p), p \longrightarrow r\}$  von Formeln.

- (a) Zeigen Sie mithilfe des Tableau-Kalküls, dass  $\Gamma \models \neg q$  gilt.
- (b) Geben Sie eine zu  $\Gamma$  äquivalente Menge<sup>1</sup>  $\Gamma'$  von Klauseln an und zeigen Sie mithilfe des Resolutions-Kalküls, dass  $\Gamma' \models \neg q \vee s$  gilt.

### Aufgabe 5\*

3 Punkte

Gegeben sei die Menge  $\Gamma = \{(q \wedge r) \longrightarrow p, \neg s \vee q, r, (q \wedge s) \longrightarrow p\}$ . Geben Sie eine zu  $\Gamma$  äquivalente Menge  $\Gamma'$  von Hornklauseln an und prüfen Sie mithilfe des Resolutions-Kalküls, ob  $\Gamma' \models p$  bzw.  $\Gamma' \models s \longrightarrow p$  gilt. Sind Ihre Resolutions-Ableitungen auch Horn-Ableitungen?

<sup>1</sup>Wir nennen zwei Mengen  $\Gamma, \Delta$  von Formeln *äquivalent*, falls für alle passenden Belegungen  $\mathcal{B}$  gilt:  $\mathcal{B}(\gamma) = 1$  f.a.  $\gamma \in \Gamma$  gdw.  $\mathcal{B}(\delta) = 1$  f.a.  $\delta \in \Delta$ .