

Logik und Logikprogrammierung – Übung 1

Besprechung in den Übungen am 13.10. bzw. 16.10.

Hinweis: Für dieses Übungsblatt werden noch keine Bonuspunkte verteilt und es müssen auch keine Lösungen abgegeben werden.

Aufgabe 1

Gegeben sind die folgenden Aussagen:

- (1) “Wenn die Sonne scheint, ist das Wetter gut.”
- (2) “Immer, wenn das Wetter gut ist, fahre ich mit dem Fahrrad zur Uni.”
- (3) “Wenn das Wetter gut ist, kann es nicht regnen und erst recht nicht schneien.”
- (4) “Entweder es regnet, oder die Sonne scheint.”
- (5) “Es kann nicht gleichzeitig regnen und schneien.”
- (6) “Nein, es regnet nicht.”

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- (a) Formalisieren Sie die gegebenen Sachverhalte durch aussagenlogische Formeln. Verwenden Sie die atomaren Formeln F (“ich fahre mit dem Fahrrad”), R (“es regnet”), S (“es schneit”), O (“die Sonne scheint”) und G (“das Wetter ist gut”).
- (b) Zeigen Sie analog zu der Argumentation auf Folie 1.29, dass unter den obigen Annahmen die Aussage F gilt.

Zusatz. Überlegen Sie sich, ob es in einer Welt in der die Aussagen (1) bis (5) gelten, jemals schneien kann.

Aufgabe 2

Prüfen Sie, ob der “Beweisbaum” auf Folie 1.29 tatsächlich eine Deduktion beschreibt und geben Sie ggf. die semantische Folgerung an (d.h., die Menge Γ und Formel φ mit $\Gamma \vdash \varphi$):

$$\begin{array}{c}
 \frac{AK \vee BK \quad \frac{[AK] \quad AK \longrightarrow BK}{BK} \quad [BK]}{BK} \quad RL}{BK \wedge RL} \quad (BK \wedge RL) \longrightarrow \neg AK \\
 \hline
 \neg AK
 \end{array}$$

Aufgabe 3

Vervollständigen Sie die folgende Deduktion um die angewendeten Regeln, gestrichenen Hypothesen und fehlenden Formeln. Kennzeichnen Sie zudem für alle gestrichenen Hypothesen, durch welche Regelanwendung diese gestrichen wurden.

Welche syntaktische Folgerung wird durch die Deduktion gezeigt?

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{\neg\varphi \wedge \neg\psi}{\square} (\wedge E_1) \quad \varphi (\square)}{\square} (\neg I) \quad \frac{\frac{\frac{\neg\varphi \wedge \neg\psi}{\square} (\wedge E_2) \quad \psi (\square)}{\square} (\square)}{\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)} (\square)}{\square}
 \end{array}$$

Aufgabe 4

Wir möchten in dieser Aufgabe die Aussagenlogik um den dreistelligen Operator `if ... then ... else ...` erweitern.

Überlegen Sie sich dazu, wie Sie die Aussage “falls φ dann ψ , sonst χ ” in einem Beweis verwenden würden und geben Sie entsprechende Regeln (`if-I`) und (`if-E`) an (ggf. mit verschiedenen Fällen, ähnlich wie etwa bei der Konjunktionselimination).

Drücken Sie $(\varphi \wedge \psi) \vee (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$ mit einer Formel aus, welche ausschließlich \neg und `if ... then ... else ...` als Operationen verwendet.

Aufgabe 5

Ein Student kommt während des Semesters mit gesundheitlichen Beschwerden zum Arzt. Es stellt sich schnell heraus, dass der Patient unter wenigstens einer der drei Krankheiten Semantik-Verlust, Ableitungsschwäche, oder Wahrheitswerte-Verstimmung leidet. Nach einer Reihe von Tests wird folgendes festgestellt:

- (1) Laut Diagnose leidet der Patient unter einer Ableitungsschwäche oder einem Semantik-Verlust.
- (2) Die Testergebnisse aus dem Labor schließen eine Ableitungsschwäche aus.
- (3) Weiterhin ist allgemein bekannt, dass jemand, der von einer Wahrheitswerte-Verstimmung geplagt wird, nicht unter Semantik-Verlust leiden kann.

Der behandelnde Arzt kommt mit der folgenden Argumentation zu der Schlussfolgerung, dass der Patient keine Wahrheitswerte-Verstimmung hat:

- (4) Aus der Diagnose (1) und den Testergebnissen (2) folgt, dass der Patient unter Semantik-Verlust leiden muss.
- (5) Angenommen der Patient wird von einer Wahrheitswerte-Verstimmung geplagt.
- (6) Dann folgt aus (5) und (3), dass er nicht unter Semantik-Verlust leiden kann.
- (7) Dies (6) steht aber im Widerspruch zu (4).
- (8) Folglich plagt den Patienten keine Wahrheitswerte-Verstimmung.

Geben Sie Formeln für die Aussagen (1) bis (3) an und übersetzen Sie die obige informelle Folgerungskette in eine Deduktion. Verwenden Sie die atomaren Formeln SV, AS und WV mit den suggerierten Bedeutungen.