

## Weihnachtsaufgabe

Besprechung am 18. Dezember in der Konsultation um 09:00 Uhr.

Weihnachten steht vor der Tür und die Schleifen-binde-Maschinen in der Werkstatt des Weihnachtsmanns laufen auf Hochtouren. Die Wichtel haben es gerade noch rechtzeitig geschafft, die alte Schlittenheizung durch ein neues, CO<sub>2</sub>-freundlicheres Modell zu ersetzen.

Nun stellt sich (wie jedes Jahr) die Frage, welche Kinder welche Geschenke bekommen sollen. Anfang Dezember hat jedes Kind einen Wunschzettel mit drei (sortierten) Wünschen an den Weihnachtsmann geschickt. Die Wunschzettel wurden anschließend vom Weihnachtsmann persönlich geprüft und etwaige Duplikate oder Kassenbelege aussortiert. Auf den alten Rechnern in der Schlittenscheune haben die Wichtel außerdem Tabellen gefunden, aus denen leicht abzulesen ist, welche Kinder Geschwister sind und welche Geschenke miteinander kompatibel<sup>1</sup> sind. Weiterhin hat der Weihnachtsmann das Geschehen in den Logik-Übungen und -Vorlesungen eifrig mitverfolgt und kann nun aus dem Stegreif sagen, wer gut mitgearbeitet hat und wer nicht.

All dies getan, wurde in den vergangenen Wochen nach einem komplizierten (und streng geheimen) Verfahren von den Wichteln entschieden, welche Kinder welche Geschenke bekommen sollen. Da die Zuordnung im letzten Jahr nicht so gut geklappt hat, steht der Weihnachtsmann dem diesjährigen Ergebnis etwas skeptisch gegenüber. Insbesondere möchte er sicher stellen, dass die Geschenke auch nach den alt-ehrwürdigen Normen der Weihnachtlichkeit verteilt wurden. Dies grübelnd weist ihn ein Wichtel darauf hin, dass die Theorie jeder endlichen  $\Sigma$ -Struktur entscheidbar ist. "Heureka!" ruft der Weihnachtsmann und gibt dem kleinen Helfer eine kräftige Umarmung. Das Problem scheint gelöst – doch leider hat keiner der beiden viel Erfahrung damit, Formeln aufzustellen. Da die Zeit drängt und von den Wichteln auch keiner helfen kann, hat sich der Weihnachtsmann entschieden, eine Stelle als Hilfs-Wichtel (Hi-Wi) auszuschreiben:

### Aufgaben:

- (1) Angabe einer Signatur  $\Sigma$ , mit der sich die obigen Konzepte ('Wunschzettel', 'Geschwister', 'kompatible Geschenke', 'in LuLP mitgearbeitet', 'ist Weihnachtsgeschenk für') formalisieren lassen. Die Struktur wird von den Wichteln erstellt (Hinweise sind aber willkommen).
- (2) Formalisieren der nachfolgenden Regeln als  $\Sigma$ -Formeln. Ob die Formeln gelten oder nicht, wird von den Wichteln geprüft.

### Wir bieten:

- attraktive Vergütung (in Form von Weihnachtskekse)
- ein freundliches Team und einen warmen Arbeitsplatz
- Übergabe der Geschenke vom Weihnachtsmann höchstpersönlich

Die Regeln (Auszug):

- (a) Jedes Kind bekommt, zusätzlich zu den Geschenken, noch eine Dose mit Plätzchen von den Wichteln.  
**Hinweis:** Sie dürfen die Signatur um eine Konstante erweitern.
- (b) Jedes Kind bekommt nur Geschenke, die es sich auch gewünscht hat (mit Ausnahme der Plätzchen).
- (c) Jedes Kind bekommt wenigstens eines der Geschenke, die es sich am meisten oder zweitmeisten gewünscht hat.
- (d) Jedes Kind bekommt nur miteinander kompatible Geschenke (Kekse sind natürlich mit allen Geschenken kompatibel).
- (e) Das gilt auch für die Geschenke von Geschwistern.
- (f) Geschwister bekommen keine identischen Geschenke.
- (g) Geschwister bekommen weiterhin gleich viele Geschenke.  
**Bemerkung:** Diese Eigenschaft lässt sich i.A. nicht ausdrücken; unter Berücksichtigung von (b) in diesem Fall aber schon.
- (h) Alle, die fleißig Ihre LuLP Hausaufgaben gemacht haben, bekommen Ihren Erstwunsch und alle damit kompatiblen Geschenke (die sie sich gewünscht haben); die anderen ...
- (i) Es gibt zwei Kinder, sie sich das gleiche Geschenk wünschen und zwei Kinder, die die gleichen Geschenke bekommen.

<sup>1</sup>Manche Geschenke passen einfach nicht zusammen, z.B. Katze und Modelleisenbahn.