TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske,
M.Sc. Sebastian Pfau
WS 2026/2027

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Logik und Logikprogrammierung – Übung 1

Abgabe: bis Mittwoch, 21. Oktober 2026, um 11:00 Uhr im Briefkasten vor dem Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre handschriftlichen Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1* 3+3+1 Punkte

Auf einer wissenschaftlichen Konferenz entbrennt eine Diskussion zwischen den Teilnehmern A, B, C, D und E. Jeder der fünf Wissenschaftler hat eine Behauptung formuliert und diese soeben den anderen vorgestellt. Die folgenden Kommentare wurden geäußert und von allen Teilnehmern als richtig anerkannt:

(1) „Mindestens einer der Wissenschaftler muss recht haben."

(2) „Entweder A hat recht oder B hat recht."

(3) „Die Argumentation von C baut auf den Ergebnissen von A und E auf. Also wenn einer der beiden einen Fehler gemacht hat, dann muss auch C falsch liegen."

(4) „Die Aussagen von D und E sind identisch."

(5) „Wenn B recht hat, dann muss auch das Ergebnis von C oder das Ergebnis von D stimmen."

(6) „A hat definitiv einen Fehler gemacht."

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

(a) Formalisieren Sie die gegebenen Aussagen durch eine Menge aussagenlogischer Formeln $\Gamma = \{\varphi_1, ..., \varphi_6\}$. Verwenden Sie die atomaren Formeln $X \in \{A, B, C, D, E\}$ mit der Bedeutung: "Die Behauptung von Wissenschaftler X ist korrekt".

(b) Zeigen Sie analog zur Argumentation auf Folie 1.26ff, dass unter den obigen Annahmen die Aussage E gilt.

(c) Geben Sie zu jedem der übrigen Wissenschaftler A, B, C und D an, ob sie recht haben oder nicht. Sie brauchen ihre Behauptung nicht zu beweisen.

Aufgabe 2* 3 Punkte

Zeigen Sie, dass der "Beweisbaum" auf Folie 1.29 tatsächlich eine Deduktion beschreibt, indem Sie für jeden Schritt die verwendete Regel angeben. Bestimmen Sie zusätzlich die gezeigte syntaktische Folgerung (d.h., die Menge Γ und Formel φ mit $\Gamma \vdash \varphi$).

$$\dfrac{\dfrac{AK \vee BK \qquad \dfrac{[AK] \quad AK \to BK}{BK} \qquad [BK]}{BK} \qquad RL}{BK \wedge RL} \qquad (BK \wedge RL) \to \neg AK}{\neg AK}$$

Aufgabe 3* 2 Punkte

Zeigen Sie $\{\varphi \vee \psi, \neg\varphi\} \vdash \psi$, indem Sie eine passende Deduktion angeben.

Aufgabe 4* 3 Punkte

Wir erweitern in dieser Aufgabe die Aussagenlogik um den dreistelligen Operator $maj(\cdot,\cdot,\cdot)$ (Majorität, "wenn wenigstens zwei der drei Argumente sind wahr").

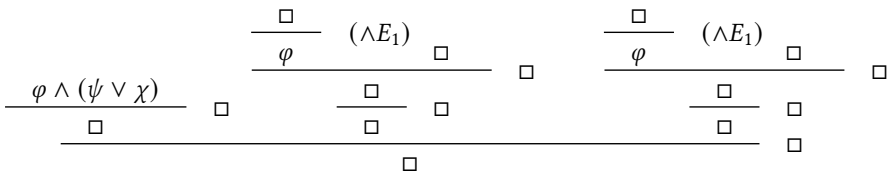
Überlegen Sie sich dazu, wie Sie eine Aussage *"wenigstens zwei der Formeln φ, ψ, χ gelten"* beweisen, bzw. in einem Beweis verwenden würden und geben Sie entsprechende Regeln $(maj - I)$ und $(maj - E)$ an (ggf. mit verschiedenen Fällen, ähnlich wie etwa bei der Konjunktionselimination).

Präsenzaufgaben

Aufgabe 5

Wir möchten in dieser Aufgabe das Distributivgesetz zeigen. Also dass die Formeln $\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ und $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ äquivalent sind. Bearbeiten Sie dazu die folgenden Teilaufgaben:

(a) Zeigen Sie $\{\varphi \wedge (\psi \vee \chi)\} \vdash (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ indem Sie die folgende Deduktion vervollständigen:



(b) Geben Sie eine Deduktion D_1 für $\{(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)\} \vdash \varphi$ an.

(c) Geben Sie eine Deduktion D_2 für $\{(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)\} \vdash \psi \vee \chi$ an.

(d) Folgern sie aus (b) und (c), dass $\{(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)\} \vdash \varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ gilt.