TU Ilmenau, Fachgebiet Automaten und Logik
Prof. Dr. Dietrich Kuske,
M.Sc. Sebastian Pfau
WS 2026/2027

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Logik und Logikprogrammierung – Übung 4

Abgabe: bis Mittwoch, 11. November 2026, um 11:00 Uhr im Briefkasten vor dem Raum Z1047, vor der Übung oder über moodle.

Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre handschriftlichen Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1* — 2+2+2+2 Punkte

Seien p, q, r, s paarweise verschiedene atomare Formeln. Entscheiden Sie mithilfe des Tableau-Kalküls, ob die folgenden Behauptungen richtig sind.

(a) $r \wedge \big(r \to (p \wedge q)\big) \wedge \neg(p \wedge s) \wedge (q \vee s)$ ist erfüllbar.

(b) $\big\{\neg(q \to r), p \vee \neg r \vee s, (p \wedge q) \to r, \neg s\big\}$ ist erfüllbar.

(c) $\big\{\neg(p \to q), q \vee r, (p \wedge r) \to s\big\} \models s$

(d) $\neg(p \to q) \vee \neg r \vee \big((r \wedge p) \to (p \vee q)\big)$ ist allgemeingültig.

Aufgabe 2* — 1+1+1 Punkte

Leiten Sie unter Verwendung der Äquivalenzen auf Folie 6.18 die folgenden Zusammenhänge her:

(a) $\varphi \wedge \neg\bot \equiv \varphi$

(b) $\varphi \to \psi \equiv \neg\psi \to \neg\varphi$

(c) $\varphi \to \bot \equiv \neg\varphi$

Aufgabe 3* — 4 Punkte

Gegeben sei die Formelmenge $\Gamma = \{p \vee \neg r, q, q \to (s \vee r), q \to (p \vee r)\}$. Geben Sie eine zu Γ äquivalente Menge Γ' von Klauseln an und zeigen Sie mit Hilfe des Resolutions-Kalküls, dass $\Gamma \models s \vee p$ und $\Gamma \models q \wedge p$ gilt.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4

Sei P die Menge aller atomaren Formeln. Für eine endliche Menge $Q \subset P$ von atomaren Formeln sei $n(Q)$ die Anzahl der paarweise nicht äquivalenten aussagenlogischen Formeln mit atomaren Formeln aus Q. Zum Beispiel sind für eine einelementige Menge $Q = \{p\}$ die Formeln p, $\neg p$, $\bot$ und $\neg\bot$ paarweise nicht äquivalent. Jede weitere Formel enthält entweder eine zusätzliche atomare Formel verschieden von p oder ist äquivalent zu einer der obigen vier Formeln - d.h. $n(\{p\}) = 4$. Wir möchten in dieser Aufgabe den genauen Wert von $n(Q)$ bestimmen. Bearbeiten Sie dazu die folgenden Teilaufgaben:

(a) Geben Sie eine aussagenlogische Formel an, welche unter einer passenden Belegung $\mathcal{B}$ genau dann gilt, wenn $\mathcal{B}(p) = \mathcal{B}(q) = 1$ und $\mathcal{B}(r) = 0$ ist.

(b) Gegeben sei die folgende Wahrheitswertetabelle:

$\mathcal{B}(p)$	$\mathcal{B}(q)$	$\mathcal{B}(r)$	$*$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Geben Sie eine Formel an, deren Wahrheitswerteverlauf dem von Spalte $*$ entspricht.

(c) Sei k eine natürliche Zahl und $f\colon \{0,1\}^k \to \{0,1\}$ eine Abbildung. Geben Sie eine Formel φ_f an, welche ausschließlich die atomaren Formeln $p_1, p_2, ..., p_k$ verwendet und für welche

$$\mathcal{B}(\varphi_f) = f(\mathcal{B}(p_1), \mathcal{B}(p_2), ..., \mathcal{B}(p_k))$$

für alle passenden Belegungen $\mathcal{B}$ gilt.

Hinweis: Die Tabelle aus Aufgabenteil (*b*) kann als Funktion $f\colon \{0,1\}^3 \to \{0,1\}$ aufgefasst werden (mit $f(0,0,0) = 1$, $f(0,0,1) = 0$, usw.)

(d) Bestimmen Sie $n(Q)$.