

Automaten und Komplexität – Übung 1

Abgabe: bis Montag, der 03. Mai 2021, um 11:00 Uhr via Moodle.

Aufgabe 1*

3 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Unter den folgenden 8 Sprachen über Σ befinden sich vier Paare gleicher Sprachen. Finden Sie heraus, welche Paare das sind und geben Sie jeweils eine kurze Begründung für die Gleichheit an.

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a > 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_b \bmod 2 = 0\}$$

$$L_3 = L_1^2$$

$$L_4 = \{a, b\}^* \{a\} \{b\}^* \{a\} \{a, b\}^*$$

$$L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \geq 4\}$$

$$L_6 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = |w|_b\} \cap \{a\}^* \{b\}^*$$

$$L_7 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

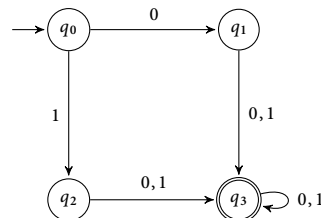
$$L_8 = \{a\}^* (\{b\} \{a\}^* \{b\} \{a\}^*)^*$$

Hinweis: Für $x \in \Sigma$ ist $|w|_x$ die Anzahl der Vorkommen von x in w , z.B. $|aaba|_a = 3$, $|aaba|_b = 1$ und $|aaba|_c = 0$.

Aufgabe 2*

1+1+2+1 Punkte

Sei \mathcal{M} der folgende DFA:



Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

- Geben Sie je zwei Wörter an, die von \mathcal{M} akzeptiert bzw. nicht akzeptiert werden.
- Beschreiben Sie möglichst einfach die von \mathcal{M} akzeptierte Sprache $L(\mathcal{M})$.
- Geben Sie einen DFA mit weniger als vier Zuständen an, der die Sprache $L(\mathcal{M})$ akzeptiert.
- Geben Sie einen DFA an, der die Sprache $\{0,1\}^* \setminus L(\mathcal{M})$ akzeptiert.

Aufgabe 3*

2+2+3 Punkte

Sei $\Sigma = \{0,1\}$. Konstruieren Sie für $i \in \{1, 2, 3\}$ jeweils einen DFA, der die Sprache L_i erkennt. Überlegen Sie sich dazu zunächst, welche Informationen ein DFA speichern muss, um am Ende entscheiden zu können, ob ein Wort in L_i liegt.

- $L_1 \subseteq \Sigma^*$ ist die Menge der Binärcodierungen aller gerader, positiver Zahlen (d.h., es gilt $10 \in L_1$ und $0, 1 \notin L_1$).
- $L_2 \subseteq \Sigma^*$ ist die Menge der Wörter mit einer 1 an zweiter Stelle (d.h., es gilt $01 \in L_2$ und $0, 10 \notin L_2$).
- $L_3 = L_1 \cap L_2$.

Hinweis: Sie können die Kreuzprodukt-Konstruktion aus der Vorlesung anpassen, um einen DFA zu erhalten, der den Schnitt der Sprachen L_1 und L_2 akzeptiert.

Aufgabe 4*

1+3 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet.

- Geben Sie einen DFA an, der die Sprache $\{caba, cbac\}$ erkennt.
- Zeigen Sie jetzt, dass jede *endliche* Sprache regulär ist, d.h., geben Sie an, wie für eine beliebige endliche Sprache L ein DFA \mathcal{M} konstruiert werden kann mit $L(\mathcal{M}) = L$.