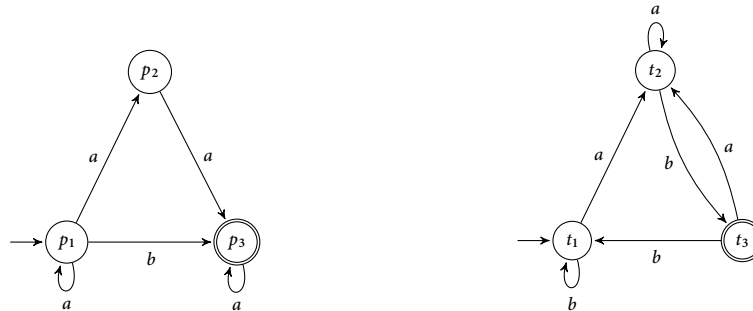


Automaten und Komplexität – Übung 2

Abgabe: bis Montag, der 17. Mai 2021, um 11:00 Uhr via Moodle.

Im Folgenden bezeichnen \mathcal{M} (links) und \mathcal{N} (rechts) die unten angegebenen NFAs über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.



Aufgabe 1*

2+2 Punkte

- (a) Konstruieren Sie mittels Potenzmengenkonstruktion einen zu \mathcal{M} äquivalenten DFA.
- (b) Konstruieren Sie einen NFA, welcher die Sprache $L(\mathcal{M}) \cdot L(\mathcal{N})^*$ erkennt.

Aufgabe 2*

1+3 Punkte

Für zwei Wörter $v, w \in \Sigma^*$ ist der *Shuffle* von v und w definiert durch

$$v \sqcup w := \{v_1 w_1 v_2 w_2 \dots v_n w_n \mid n \in \mathbb{N}, v_1, \dots, v_n, w_1, \dots, w_n \in \Sigma^*, v = v_1 v_2 \dots v_n, w = w_1 w_2 \dots w_n\}.$$

Zum Beispiel gilt $ab \sqcup bb = \{bbab, babb, abbb\}$. Für zwei Sprachen $K, L \subseteq \Sigma^*$ definieren wir außerdem

$$K \sqcup L := \bigcup_{v \in K, w \in L} v \sqcup w.$$

- (a) Geben Sie drei Wörter aus der Sprache $L(\mathcal{M}) \sqcup L(\mathcal{N}) \setminus (L(\mathcal{M}) \cup L(\mathcal{N}))$ an.
- (b) Konstruieren Sie einen NFA, der die Sprache $L(\mathcal{M}) \sqcup L(\mathcal{N})$ akzeptiert. Leiten Sie aus Ihrem Vorgehen ein allgemeines Verfahren für beliebige Paare von NFAs ab.

Aufgabe 3*

2+2+2 Punkte

- (a) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Ist r ein regulärer Ausdruck über Σ , so verwenden wir im Folgenden die Schreibweise r^+ als Abkürzung für rr^* . Betrachten Sie nun die folgenden regulären Ausdrücke über dem Alphabet Σ .

$$\begin{aligned} r_1 &= (a + \lambda)(b^+ a)^* b^* & r_3 &= (a + b)^* ab^+ + (a + b)^* ba^+ \\ r_2 &= (a^* b)^+(ab^*)^+ & r_4 &= \lambda + a^* b(a^* b a^* b a^*)^* ba^* \end{aligned}$$

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben für alle $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

- (i) Geben Sie jeweils drei Wörter an, die in $L(r_i)$ enthalten bzw. nicht enthalten sind.
 - (ii) Geben Sie eine möglichst einfache Beschreibung der Sprache $L(r_i)$ an.
- (b) Bestimmen Sie welche der folgenden regulären Ausdrücke äquivalent sind.

$$\begin{aligned} r_1 &= ((a + \lambda)^*(b + \lambda)^*)^* & r_3 &= ((a + \lambda)^* b (a + \lambda)^* b (a + \lambda)^*)^* \\ r_2 &= (ba^* b + a^+)^* & r_4 &= (a + b)^* \end{aligned}$$

Bitte wenden!

Aufgabe 4*

2+2 Punkte

Verwenden Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, um zu zeigen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

- (a) $L_1 = \{a^i b a^j b a^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}\}$.
- (b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ist ein Palindrom}\}$.

Hinweis: Ein Wort $w \in \Sigma^*$ ist ein *Palindrom*, wenn es Buchstaben $a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma$ gibt mit

$$w = a_1 a_2 \dots a_n = a_n \dots a_2 a_1.$$

Typische Beispiele für Palindrome sind *abba*, *rentner* und *lagerregal*.