

Automaten und Komplexität – Übung 5

Abgabe: bis Montag, der 28. Juni 2021, um 11:00 Uhr via Moodle.

Aufgabe 1*

2+2 Punkte

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind:

(a) $L_1 := \{a^m b a^n b a^{m \cdot n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$.

(b) $L_2 := \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 2*

1+3+3 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik \mathcal{G} mit Startsymbol S und folgenden Regeln:

$$S \rightarrow SS \mid AC \mid BD \mid AB \mid BA \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow b \quad C \rightarrow SB \quad D \rightarrow SA$$

(a) Geben Sie einen Kellerautomaten \mathcal{M} mit $L(\mathcal{M}) = L(\mathcal{G})$ an.

Weiterhin betrachten wir die beiden Wörter $w_1 = abbbaaba$ und $w_2 = abbab$. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben jeweils für $i = 1$ und $i = 2$:

(b) Überprüfen Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, ob $w_i \in L(\mathcal{G})$ gilt.

(c) Bestimmen Sie im Falle $w_i \in L(\mathcal{G})$ eine Ableitung, einen Ableitungsbaum sowie eine Berechnung Ihres Kellerautomaten \mathcal{M} für das Wort w_i .

Aufgabe 3*

3 Punkte

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik \mathcal{G} mit Startsymbol S und den folgenden Regeln:

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC \quad A \rightarrow B \mid C \mid cAd \mid \varepsilon \quad B \rightarrow S \mid Ba \quad C \rightarrow c$$

Konstruieren Sie eine äquivalente kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform.

Aufgabe 4*

4 Punkte

Wir betrachten arithmetische Ausdrücke in der sogenannten *Inversen Polnischen Notation*¹ über den Konstanten 0, 1 und 2 und den Operatoren + (Addition) und \cdot (Multiplikation). Die Ausdrücke werden von einer kontextfreien Grammatik \mathcal{G} mit Startsymbol S und den folgenden Regeln erzeugt:

$$S \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid SS+ \mid SS \cdot$$

Hierbei werden zuerst die Operanden und dann der Operator notiert. Zum Beispiel entspricht das Wort $12+$ dem Ausdruck $(1 + 2)$ und $012++2 \cdot$ entspricht $((0 + (1 + 2)) \cdot 2)$. Geben Sie einen Kellerautomaten an, der genau die arithmetischen Ausdrücke in inverser polnischer Notation akzeptiert, die modulo 3 zu 0 ausgewertet werden.

Hinweis: Es gibt einen solchen Kellerautomaten mit Kelleralphabet $\Gamma = \{\#, 0, 1, 2\}$.

¹Siehe: https://de.wikipedia.org/wiki/Umgekehrte_polnische_Notation