Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung

Inferenzmethoden

des Studiengangs

INFORMATIK

an der

TECHNISCHEN UNIVERSITÄT ILMENAU

apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Rainer Knauf

1. Man forme folgenden Ausdruck in eine Konjuktion von HORN–Klauseln um:

$$\forall X((p(X) \rightarrow (q(X) \leftrightarrow \exists Y \forall Z r(X,Y,Z))) \vee (\neg \exists Z(\neg s(Z,X) \rightarrow \forall W t(X,W,Z))))$$

2. Man wandle in Klauselform um:

   (a) $\forall X p(X) \rightarrow \forall X p(X)$

   (b) $\exists X \neg p(X) \wedge (\exists X p(X) \vee \exists X(p(X) \wedge q(X))) \wedge \neg \exists X p(X)$

   Sind die entstehenden Klauseln HORN–Klauseln?

3. Für einen Individuenbereich $I = \{+, -, 0\}$ zeige man, dass

   (a) $\{p(a), \forall X(p(X) \rightarrow q(X))\} \models q(a)$

   (b) $\{\forall X(p(X) \rightarrow q(X)), \forall X \neg q(X)\} \models \forall X \neg p(X)$

   (c) $\{p(a), \forall X(p(X) \rightarrow q(X))\} \models \exists X q(X)$

4. *Portia wollte sich vermählen und unterzog jeden der zahlreichen Verehrer einer Prüfung. Sie nahm ein goldenes, ein silbernes und ein bronzenes Kästchen und legte in eines davon ein Porträt von sich. Die Kästchen trugen folgende Aufschriften:*

   Gold: *Das Proträt ist nicht im silbernen Kästchen.*

   Silber: *Hier ist das Proträt nicht drin.*

   Bronze: *Hier ist das Proträt drin.*

   Portia erklärte dem Bewerber noch, dass von den drei Aufschriften mindestens eine wahr und mindestens eine falsch war. Danach sollte er ein Kästchen öffnen, und wenn es das Porträt enthält, kam er in die engere Auswahl.

   (a) Man formuliere das Problem im PK1!

   (b) Welches Kästchen sollte der Bewerber öffnen?

5. Man formuliere folgende Logelei

   (a) in Form von HORN–Klauseln des PK1

      i. ohne Sorten (und stattdessen mit Sortenprädikaten)

      ii. mit Sorten

(b) als PROLOG–Programm, wobei hier zusätzlich eine PROLOG–Frage zu formulieren ist, die den Beweis erbringt, dass es ein Tier gibt, welches ein getreidefressendes Tier frißt.

Wölfe, Füchse, Vögel, Tausendfüßler und Schnecken sind Tiere, und von jeder Art existiert mindestens ein Exemplar. Außerdem gibt es Getreide, welches zu den Pflanzen gehört.

Jedes Tier frisst entweder

- *alle Pflanzen oder*
- *alle Tiere, die kleiner sind als es selbst und Pflanzen fressen.*

Tausendfüßler und Schnecken sind kleiner als Vögel, diese sind kleiner als Füchse und diese sind kleiner als Wölfe.

Wölfe fressen keine Füchse und keine Pflanzen, wogegen Vögel zwar Tausendfüßler fressen, aber keine Schnecken. Sowohl Tausendfüßler als auch Schnecken fressen Pflanzen.

6. Gegeben sei eine 2-stellige assoziative und kommutative Funktion $*$, d.h. es gilt

$$\begin{aligned} (X * Y) * Z &= X * (Y * Z) \\ X * Y &= Y * X \end{aligned}$$

Man

(a) formuliere diese Aussagen im PK1 unter Verwendung des (infix notierten) Gleichheitsprädikats $\equiv /2$,

(b) füge dieser Aussagenmenge die Klauseln

$$\begin{aligned} p(*(b, *(a, b)), a) &\leftarrow true \\ \forall X \forall Y (q(*(X, Y)) &\leftarrow p(X, Y)) \end{aligned}$$

hinzu und

(c) zeige durch Hintereinanderanwendung von Resolutionsmethode und/oder Paramodulationsregel, dass aus der so entstehenden Aussagenmenge die Aussage

$$q(*(*(a, b), *(b, a)))$$

folgt.

7. In einem Expertensystem ist eine Hierarchie von Frames durch eine Menge von PROLOG–Fakten der Art

subframe(FrameName,Name_eines_Unterframes)

und die zu einem Frame gehörenden Slots durch Fakten der Art

slot(FrameName,SlotName,SlotWert)

repräsentiert.

Beispiel (Ausschnitt aus der Wissensbasis):

```
subframe(personal,angestellte).
subframe(angestellte,wissenschaftl_mitarbeiter).
subframe(personal,beamte).
subframe(wissenschaftl_mitarbeiter,dr_mueller).
...
slot(wissenschaftl_mitarbeiter,bildung,hochschulabschluss).
slot(wissenschaftl_mitarbeiter,tarif,“BAT IIa“).
...
```

Für die Inferenzmaschine dieses Systems imlementiere man folgende Prädikate in PROLOG:

root(Frame)
bildet $[Frame]$ auf *wahr* ab, gdw. $Frame$ der Name des Wurzelelements der Hierarchie ist.

Beispiel: *?- root(R).*
R = personal

is_a(Frame1,Frame2)
bildet $[Frame1, Frame2]$ auf *wahr* ab, gdw. der $Frame2$ dem $Frame1$ (unmittelbar oder mittelbar) übergeordnet ist.

Beispiel: *?-is_a(dr_mueller,personal).*
yes

has(Frame,Slot,Wert)
bildet $[Frame, Slot, Wert]$ auf *wahr* ab, gdw.

- *slot(Frame,Slot,Wert)* erfolgreich ist oder
- erfolglos ist, aber der nächste übergeordnete Frame $Frame1$ diesen Slot besitzt, für den *slot(Frame1,Slot,Wert)* erfolgreich ist.

Dieses Prädikat realisiert die Vererbung von Slots und erlaubt ein „Überschreiben“ geerbter Slots.

Beispiel: *?-has(dr_mueller,tarif,T).*
T = “BAT IIa“

8. Man finde eine Aussage ϕ und 91 Aussagen $\phi_1, \ldots \phi_{91}$, so dass $\{\phi_1, \ldots, \phi_{91}\} \models \phi$ gilt, aber ϕ nicht mehr folgt, wenn man eine beliebige Prämisse weg lässt.

9. Man entscheide, ob folgende Termpaare s und t miteinander unifizierbar sind und bestimme im Erfolgsfall den allgemeinsten Unifikator $m.g.u.(s, t)$.

   (a) $s = f(X, Y)$ $t = f(g(a, Y), Z)$
   (b) $s = f(X, Y)$ $t = f(g(a, Y), Y)$
   (c) $s = f(X, Y)$ $t = f(g(a, Y), X)$
   (d) $s = f(X, Y)$ $t = f(g(a, Y), f(X))$
   (e) $s = f(X, Y, h(X, Y, g(X, Y)))$ $t = f(g(a, Y), b, Z)$

10. Eine Lösung eines Gleichungsproblems $G = \{s_i = t_i | 1 \leq i \leq n\}$ zwischen Termen wird als Unifikator für alle Parre $[s_i, t_i]$ definiert. Ein Gleichungssystem heißt aufgelöst, wenn alle s_i Variablen sind, die in t_i nicht vorkommen.

    Man gebe einen Algorithmus an, der ein Gleichungssystem G in ein aufgelöstes Gleichungssystem G' mit den gleichen Lösungen umformt.

11. Man zeige durch wiederholte Anwendung der Resolutionsmethode nach ROBINSON, dass aus den HORN-Klauseln

    K_1: *befreundet(frank,steffen)*
    K_2: *befreundet(steffen,uwe)*
    K_3: *bekannt(X,Y)* $\leftarrow$ *befreundet(X,Z)* $\wedge$ *befreundet(Z,Y)*

    die Hypothese H : *bekannt(frank,Wer)* folgt[1].

[1] Die Variablenersetzung in der Hypothese liefert zugleich eine konstruktive Lösung der Beweisaufgabe.

12. Sei $\mathbf{N}$ die Menge der natürlichen Zahlen, $s : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ die Nachfolgerabbildung und $\mathbf{V}$ die Menge aller Vielfachen von 4. Das Prädikat $g(X)$ sei wahr genau dann, wenn X gerade ist.

    Gegeben seien folgende Voraussetzungen:

    $$\forall X \in \mathbf{V} g(X)$$
    $$\forall X \in \mathbf{N}(g(X) \leftrightarrow \neg g(s(X)))$$
    $$4 \in \mathbf{V}$$
    $$\forall W(W \in \mathbf{N} \to s(W) \in \mathbf{N})$$
    $$\forall U(U \in \mathbf{V} \to U \in \mathbf{N})$$

    Daraus folgt die Behauptung $g(s(s(4)))$.

    (a) Man wandle die Voraussetzungen und die Behauptung in eine Klauselmenge um. Man verwende dabei für $\mathbf{V}$ und $\mathbf{N}$ 1-stellige Sortenprädikate.

    (b) Man leite aus dieser Menge mittels Resolutionsmethode und Faktorenregel die leere Klausel ab; man führe dabei Schritte auf g vor Schritten auf $\mathbf{V}$ und $\mathbf{N}$ durch.

13. Man finde je ein Beispiel für eine Menge von Ausdrücken in Klauselform $\{K_1, \ldots, K_n\}$ mit

    $$kt \bigwedge_{i=1}^{n} K_i$$

    , so dass die Hintereinanderanwendung von Resolutionsmethode und Faktorenregel bei Hinzufügung der Resolventen zur Klauselmenge

    (a) nach endlich vielen Schritten terminiert, d.h. keine neuen Klauseln mehr erzeugt (und damit deduktiv abgeschlossen ist) und

    (b) nicht terminiert.

14. Kann es eine endliche Klauselmenge M geben, so dass man durch Resolutionsmethode und Faktorenregel die leere Klausel $\Box$ ableiten kann, aber $\Box$ nicht aus drei beliebig vorgegebenen Klauseln aus Mableitbar ist?

    Im positiven Falle gebe man ein Beispiel und im negativen Falle beweise man die Behauptung.

15. Man leite aus folgenden Klauselmengen die leere Klausel ($false \leftarrow true$) ab nach Resolutionsmethode und Faktorenregel ab und gebe für jeden Ableitungsschritt die Variablenersetzung an:

    (a)

K_1:	$p(X, a, g(X, b))$	$\leftarrow$	$true$
K_2:	$false$	$\leftarrow$	$p(f(Y), Z, g(f(a), b))$

    (b)

K_1:	$q(g(X))$	$\leftarrow$	$true$
K_2:	$q(f(Y))$	$\leftarrow$	$q(Y)$
K_3:	$false$	$\leftarrow$	$q(f(f(g(Z))))$

    (c)

K_1:	$r(a)$	$\leftarrow$	$true$
K_2:	$r(f(f(X)))$	$\leftarrow$	$true$
K_3:	$false$	$\leftarrow$	$r(Y) \wedge s(Y)$
K_4:	$s(Z) \vee s(f(Z))$	$\leftarrow$	$true$

16. (a) Man beschreibe, warum die folgende Methode, den symmetrischen *und* transitiven Abschluss eines Prädikats zu erzeugen, in PROLOG fehlschlägt:

    ```
    p(a,c).
    p(c,b).
    p(X,Y) :- p(Y,X).
    p(X,Y) :- p(X,Z), p(Z,Y).
    ?- p(b,a).
    ```

    (b) Wie müsste die Kontrollstrategie von PROLOG verändert werden, damit die o.g. Methode funktioniert.