

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung
KÜNSTLICHE INTELLIGENZ
in den Studiengängen Informatik und Ingenieurinformatik

Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Fachgebiet Künstliche Intelligenz
apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Rainer Knauf
Wintersemester 2012/13

1. Seien A und B einfache Aussagen. Man zeige

- (a) durch Bestimmung des Werteverlaufs der Wahrheitswerte,
- (b) durch äquivalente Umformungen,

dass folgende zusammengesetzte Aussagen allgemeingültig (Tautologien) sind:

- $(A \wedge B) \rightarrow A$
- $(A \rightarrow B) \vee (A \wedge \neg B)$
- $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

2. Seien A und B einfache Aussagen. Man zeige

- (a) durch Bestimmung des Werteverlaufs der Wahrheitswerte,
- (b) durch äquivalente Umformungen,

dass folgende zusammengesetzte Aussagen Kontradiktionen sind:

- $\neg((A \wedge B) \rightarrow A)$
- $\neg((A \rightarrow B) \vee (A \wedge \neg B))$

3. Gegeben sei ein (endlicher) Individuenbereich $I = \{a, b\}$.

Man zeige durch Umwandlung in variablenfreie Aussagen und äquivalente Umformungen, dass folgende prädikatenlogisch formulierten Aussagen allgemeingültig sind. Man überlege sich für jede dieser Aussagen eine mögliche Interpretation und überprüfe, ob die Aussage bei dieser Interpretation einen wahren Sachverhalt darstellt.

- (a) $\forall X(p(X) \vee \neg p(X))$
- (b) $\forall X p(X) \rightarrow \exists X p(X)$
- (c) $\neg \forall X p(X) \leftrightarrow \exists X \neg p(X)$
- (d) $\neg \exists X p(X) \rightarrow \forall X \neg p(X)$
- (e) $(\forall X p(X) \wedge \forall Y q(Y)) \leftrightarrow \forall X (p(X) \wedge q(X))$

4. Gegeben sei ein (endlicher) Individuenbereich $I = \{c_1, \dots, c_n\}$.
 Man zeige durch Umwandlung in variablenfreie Aussagen und äquivalente Umformungen, dass folgende prädikatenlogisch formulierten Aussagen allgemeingültig sind. Man überlege sich für jede dieser Aussagen eine mögliche Interpretation und überprüfe, ob die Aussage bei dieser Interpretation einen wahren Sachverhalt darstellt.

- (a) $\forall X \neg p(X) \rightarrow \neg \exists Y p(Y)$
 (b) $(\forall X p(X) \vee \forall Y q(Y)) \rightarrow \forall X (p(X) \vee q(X))$

5. Man formuliere folgende Sachverhalte als prädikatenlogische Aussagen (a), bilde deren Negation (b) und formuliere die Negation wieder als natürlichsprachlichen Sachverhalt (c).

Individuenbereich: Menschen (z.B. TUI-Angehörige)

- (a) Es gibt niemanden, der von jedem geliebt wird.
 (b) Es gibt Menschen, die nicht irren. (... nämlich diejenigen, die nichts von sich geben)
 (c) Ein denkender Mensch irrt besonders oft.
 (d) Wenn man von Leuten Pflichten fordert und ihnen keine Rechte gibt, muss man sie gut bezahlen.
 (e) Wir lieben nicht alle, die wir bewundern.
 (f) Wir lieben alle, die uns bewundern.

6. Man entscheide für folgende syntaktische Gebilde, ob es sich um Aussagen bzw. Ausdrücke handelt :

- (a) $\forall X \text{gleich}(X, X)$
 (b) $\forall X ((\text{gleich}(X, Y) \wedge \text{gleich}(X, Z)) \rightarrow \text{gleich}(Y, Z))$
 (c) $\text{vater_von}(\text{dieter}, X)$
 (d) $\exists X \text{bruder_von}(\text{rainer}, X)$
 (e) $\neg \exists X \text{mutter_von}(X, \text{eva})$
 (f) $\forall X \forall Y (\text{liert}(X, Y) \leftarrow \exists Z (\text{vater_von}(X, Z) \wedge \text{mutter_von}(Y, Z)))$
 (g) $\text{vater_von bernd dieter}$
 (h) $\forall X \text{liebt}(X, Y)$
 (i) $\forall X \wedge \forall Y \text{liebt}(X, Y)$
 (j) $\forall X \forall Y (\text{groesser}(X, Y) \rightarrow \text{groesser}(f(X), f(Y)))$
 (k) $\forall X \exists Y \text{groesser}(X, Y) \rightarrow \text{groesser}(f(X), f(Y))$

7. Man notiere folgenden prädikatenlogischen Ausdruck durch Anwendung der Vereinbarungen zur Einsparung von Klammern kürzer:

$$(\forall Z (((\forall X \neg p(X) \wedge q(Y)) \vee p(Y)) \rightarrow q(Z)) \leftrightarrow p(Z)) \rightarrow p(X)) \wedge p(X))$$

8. Man zeige folgende Äquivalenzen:

- (a) $\neg \forall X (\text{weibl}(X) \rightarrow \exists Y \text{verheir}(X, Y)) \equiv \exists X (\text{weibl}(X) \wedge \forall Y \neg \text{verheir}(X, Y))$
 (b) $\forall X (p(X) \leftarrow q(X) \vee r(X)) \equiv \forall X (p(X) \leftarrow q(X)) \wedge \forall X (p(X) \leftarrow r(X))$

9. Man forme folgenden prädikatenlogischen Ausdruck so um, dass die Quantoren nur noch vor dem Gesamtausdruck stehen :

$$\forall X \exists Y p(X, Y) \rightarrow \exists Y q(Y)$$

10. Für einen Individuenbereich $I = \{a, b\}$ zeige man, dass

- (a) $\{p(a), \forall X(p(X) \rightarrow q(X))\} \models q(a)$
 (b) $\{\forall X(p(X) \rightarrow q(X)), \forall X \neg q(X)\} \models \forall X \neg p(X)$
 (c) $\{p(a), \forall X(p(X) \rightarrow q(X))\} \models \exists X q(X)$

11. Für folgende syntaktische Gebilde entscheide man, ob es sich um HORN-Klauseln handelt:

- (a) $\forall X(\text{gleich}(X, X) \leftarrow \text{true})$
 (b) $\forall X \forall Y(\text{liert}(X, Y) \leftarrow \exists Z(\text{vater}(X, Z) \wedge \text{mutter}(Y, Z)))$
 (c) $\forall X \forall Y \forall Z(\text{liert}(X, Y) \leftarrow \text{vater}(X, Z) \wedge \text{mutter}(Y, Z))$
 (d) $\forall X \forall Y \forall Z(\text{grossvater}(X, Z) \leftarrow (\text{vater}(X, Y) \wedge \text{vater}(Y, Z)) \vee (\text{vater}(X, Y) \wedge \text{mutter}(Y, Z)))$

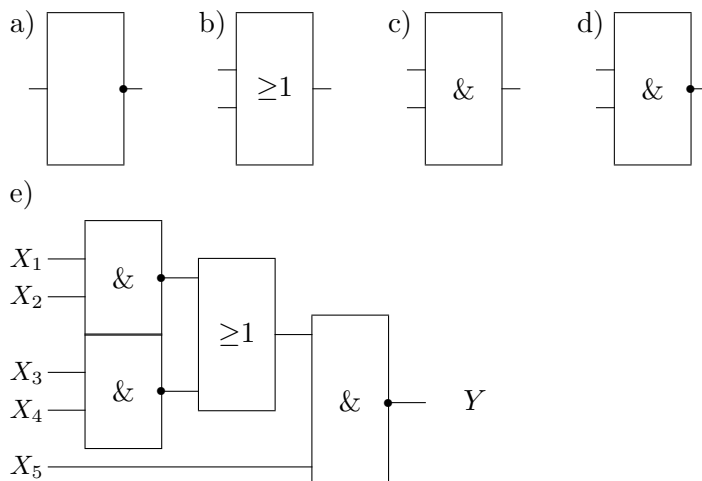
Sind die Aussagen 11b und 11c äquivalent ?

12. Man wandle in Klauselform um:

- (a) $\forall X p(X) \rightarrow \forall X p(X)$
 (b) $\exists X \neg p(X) \wedge (\exists X p(X) \vee \exists X (p(X) \wedge q(X))) \wedge \neg \exists X p(X)$

Sind die entstehenden Klauseln HORN-Klauseln?

13. Für einen Individuenbereich $I = \{0, 1\}$ formuliere man HORN-Klauseln, die die Funktion folgender digitaler Schaltungen beschreiben:



14. Man zeige durch wiederholte Anwendung der Resolutionsmethode nach ROBINSON, dass aus den HORN-Klauseln

K_1 : befreundet(frank,steffen)
 K_2 : befreundet(steffen,uwe)
 K_3 : bekannt(X,Y) \leftarrow befreundet(X,Z) \wedge befreundet(Z,Y)

die Hypothese **H: bekannt(frank, Wer)** folgt¹.

15. Über einem Individuenbereich $I = \{\text{otto, emma, } \dots\}$ seien folgende Prädikate definiert:

Prädikat	Bedeutung
maennlich(X)	bildet [X] auf wahr ab, gdw. X eine männliche Person ist
weiblich(X)	bildet [Y] auf wahr ab, gdw. Y eine weibliche Person ist
vater_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X der Vater von Y ist
mutter_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X die Mutter von Y ist
verheiratet(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X und Y miteinander verheiratet sind

Unter Zuhilfenahme dieser Prädikate formuliere man HORN-Klauseln, die Beziehungen zwischen den Elementen des Individuenbereiches beschreiben, indem sie die nachfolgenden Prädikate definieren:

Prädikat	Bedeutung
geschwister(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X und Y den gleichen Vater und die gleiche Mutter haben
cousin_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X Sohn eines Geschwisters eines Elternteils von Y ist
cousine_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X Tochter eines Geschwisters eines Elternteils von Y ist
schwager_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X der Mann einer Schwester von Y oder Bruder des Ehepartners von Y ist
schwaegerin_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X Frau eines Bruders von Y oder Schwester des Ehepartners von Y ist
nichte_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X Tochter eines Schwagers oder einer Schwägerin oder eines Geschwisters von Y ist
neffe_von(X,Y)	bildet [X,Y] auf wahr ab, gdw. X Sohn eines Schwagers oder einer Schwägerin oder eines Geschwisters von Y ist

16. Man notiere die HORN-Klauseln aus Aufgabe 13 als Wissensbasis eines PROLOG-Programms.

17. Gegeben sei folgende Wissensbasis:

- (1) mutter_von(hilde,elsa).
- (2) vater_von(egon,elsa).
- (3) vater_von(paul,otto).
- (4) mutter_von(erna,otto).
- (5) mutter_von(elsa,gaby).
- (6) mutter_von(elsa,dieter).
- (7) vater_von(otto,gaby).

¹Die Variablenersetzung in der Hypothese liefert zugleich eine konstruktive Lösung der Beweisaufgabe.

- (8) vater_von(otto,dieter).
 (9) grossvater_von(Grossvater,Enkel) :- vater_von(Grossvater,Vater),
 vater_von(Vater,Enkel).
 (10) grossvater_von(Grossvater,Enkel) :- vater_von(Grossvater,Mutter),
 mutter_von(Mutter,Enkel).

- (a) Man veranschauliche die Abarbeitung folgender Fragen anhand von Suchbäumen:
 i. ?-vater_von(paul,dieter).
 ii. ?-mutter_von(X,gaby).
 iii. ?-grossvater_von(egon,Wer).
 iv. ?-grossvater_von(Wer,dieter).
 (b) Man erweitere die Wissensbasis um folgende Prädikate:

Prädikat	Bedeutung
geschwister(X,Y)	bildet (X,Y) auf wahr ab, gdw. X und Y gleichen Vater und gleiche Mutter haben und voneinander verschieden ² sind.
geboren(X,Y)	bildet (X,Y) auf wahr ab, gdw. Y das Geburtsdatum der Person X ist. Man überlege sich eine geeignete Termstruktur für Y.
zwillinge(X,Y)	bildet (X,Y) auf wahr ab, gdw. X und Y am gleichen Tag geboren sind und die gleiche Mutter haben.

- (c) Mit Hilfe dieser Prädikate formuliere man folgende Fragen und veranschauliche deren Bearbeitung durch ein PROLOG-System:
 i. Wer wurde am 1. April geboren?
 ii. Wer wurde im Jahre 1960 geboren?
 iii. Wann hat Egon Geburtstag?
 iv. Gibt es ein Zwillingpaar in der Familie?
 v. Welche Geschwisterpaare gibt es?

18. Es seien Daten über Lieferbeziehungen in einer PROLOG-Faktenbasis mit Hilfe folgender Prädikate repräsentiert:

lieferant(LieferantenNr,Name,Ort)
teile(TeileNr,Name,Farbe,Gewicht_in_Gramm)
lieferung(LieferantenNr,TeileNr,Menge)

LieferantenNr und *TeileNr* seien (eindeutig zugeordnete) Schlüssel für Lieferanten und Teile.

Man formuliere folgende Anfragen in PROLOG, wobei das (infix zu notierende) Prädikat $X < Y$ (X ist kleiner als Y) als gegeben vorausgesetzt werden kann:

- (a) Welches ist die Lieferanten-Nummer der Anbieter von Muttern?
 (b) Wie heißen die Lieferanten von Schrauben?
 (c) In welchem Ort befinden sich Lieferanten von Muttern *und* Schrauben?
 (d) Welchen Namen haben die Teile, die vom Lieferanten Richter geliefert werden?

²Ein Prädikat „ungleich(X,Y)“ kann als eingebaut vorausgesetzt werden.

- (e) Wie heißen die Saarbrücker Lieferanten, die Muttern liefern, die schwerer als 200 g sind?
- (f) Wie heißen die Lieferanten, die sowohl Muttern als auch Schrauben liefern?
- (g) Wie heißen die Lieferanten, die Muttern oder Schrauben liefern?

19. Gegeben sei folgende Wissensbasis:

- (1) `teil_von(anker,anlasser)`.
- (2) `teil_von(zugmagnet,anlasser)`.
- (3) `teil_von(anlasser,elektrik)`.
- (4) `teil_von(elektrik,auto)`.

„`teil_von(X, Y)`“ soll $[X, Y]$ auf wahr abbilden, gdw. X ein Bestandteil von Y ist.

Man erweitere diese Wissensbasis um ein Prädikat „`teiles_teil(X, Y)`“, welches $[X, Y]$ auf wahr abbildet, gdw. X ein direkter oder indirekter Bestandteil von Y ist. Man veranschauliche die Abarbeitung von Fragen der Art

?-`teiles_teil(X, Y)`

mit Hilfe von Suchbäumen.

20. Gegeben sei folgende Wissensbasis:

- (1) `elter(otto,paul)`.
- (2) `elter(otto,egon)`.
- (3) `geschwister(X,Y) :- elter(E,X), elter(E,Y), ungleich(X,Y)`.
- (4) `ungleich(X,X) :- !, fail`.
- (5) `ungleich(-,-)`.

Man veranschauliche die Abarbeitung folgender Fragen mit Hilfe von Suchbäumen:

- (a) ?-`geschwister(egon,Wer)`.
- (b) ?-`geschwister(egon,egon)`.
- (c) ?-`geschwister(Wer,Wer)`.
- (d) ?-`geschwister(K1,K2)`.

21. Gegeben sei eine Wissensbasis, in der die hierarchische Struktur eines Geräts dargestellt ist:

- (1) `teil_von(rechner,laufwerk)`.
- (2) `teil_von(laufwerk,antrieb)`.
- (3) `teil_von(antrieb,motor)`.

Man erweitere diese Wissensbasis um ein Prädikat

- `elementarteil(X)` ,

welches $[X]$ auf wahr abbildet, gdw. X keine weiteren Bestandteile besitzt.

- (a) Es kann vorausgesetzt werden, dass X beim Aufruf des keine Variable ist.
- (b) O.g. Prädikat soll für eine Variable beim Aufruf eine konstruktive Lösung liefern.

22. Man definiere folgende Listenoperationen rekursiv und überprüfe deren Richtigkeit bei Vorgabe geeigneter Ziele anhand von Suchbäumen:

